



## ترمیم بارش روزانه در منطقه خراسان بزرگ به روش دو جزئی

احسان امینی<sup>۱\*</sup> - بیژن قهرمان<sup>۲</sup> - کامران داوری<sup>۳</sup> - محمد موسوی بایگی<sup>۴</sup>

تاریخ دریافت: ۸۹/۹/۲۷

تاریخ پذیرش: ۹۰/۵/۱

### چکیده

بارندگی به عنوان یکی از مهم ترین پارامترهای اقلیمی، نقشی اساسی در مدیریت منابع آب دارد. شبیه سازی این پارامتر با توجه به ناقص بودن آمار بارندگی روزانه در اغلب ایستگاه های هواشناسی، اهمیت بسزایی در مطالعات هیدرولوژی دارد. در این پژوهش روش دو جزئی برای شبیه سازی بارندگی روزانه در ایستگاه های فاقد آمار کافی استفاده شده است. این روش برای برآورد پارامترهای الگو، برای تولید داده های بارندگی در ایستگاه های فاقد آمار کافی، از روابط بین پارامترهای الگوهای موجود در ایستگاه های دارای آمار کافی و برخی ویژگی های ماهانه بارندگی (میانگین بارندگی در روزهای بارانی و نسبت ماهانه روزهای بارانی) استفاده می کند. ایستگاه های مورد استفاده در این پژوهش ۶۷ ایستگاه (دارای آمار بلندمدت بیش از ۲۰ سال) و همگن است. روابط کلی در منطقه خراسان با استفاده از این ایستگاه ها به دست آمده است. شبیه سازی بارندگی در ایستگاه های با آمار کافی برای صحت سنجی روش مذکور انجام و مشخص شد که زنجیره مارکوف روش مناسبی در شبیه سازی تعداد روزهای بارانی بوده و تابع گاما نتایج بهتری در شبیه سازی میانگین بارندگی در روزهای بارانی نسبت به تابع توزیع نمایی دارد.

**واژه های کلیدی:** تابع توزیع گاما، زنجیره مارکوف، شبیه سازی بارندگی، منطقه خراسان بزرگ

### مقدمه

پیش بینی مقدار بارندگی یکی از اقدامات اساسی در مدیریت منابع آب، به عنوان یک متغیر هیدرولوژیک است. لذا باید به بررسی عوامل تاثیرگذار در این متغیر پرداخته و با تجزیه و تحلیل مقادیر آن در گذشته، روند تغییرات مشخص برای آن تعیین کرد. علاوه بر این، با توجه به ناقص بودن آمار بارندگی در اکثر ایستگاه های باران سنجی و نیاز به آمار بلندمدت در برخی الگوهای هیدرولوژیک از جمله الگوی پیش بینی سیلاب، نیاز به الگوی شبیه ساز بارندگی به شدت احساس می شود. الگوهای شبیه ساز بارندگی را می توان به دو شکل کلی پارامتری و ناپارامتری طبقه بندی کرد. از مهم ترین روش های پارامتری در تخمین مقدار بارندگی، روش دو جزئی است که شامل دو فرآیند پیش بینی وقوع بارندگی و پیش بینی مقدار بارندگی در روزهای بارانی است. در این الگو از زنجیره مارکوف برای تعیین وقوع و یا عدم وقوع بارندگی در یک روز و از توابع توزیع مختلف در تعیین مقدار بارندگی روزانه استفاده می شود. آکسوی (۶)، کسکی (۷)، گاربوت (۱۰) و گنگ و همکاران (۱۱) روش ترکیبی زنجیره مارکوف و تابع توزیع گاما را در الگوسازی بارندگی در بسیاری از نقاط دنیا مناسب تشخیص داده اند.

افزایش جمعیت در طول تاریخ همواره افزایش تقاضا برای محصولات کشاورزی را موجب شده و این امر نیز به نوبه خود افزایش تقاضا برای آب را به دنبال داشته است. پاسخ گویی به افزایش تقاضای آب در گذشته عمدتاً از طریق به کارگیری منابع آب جدید و اجرای طرح ملی توسعه منابع آب صورت می گرفت. طبیعتاً مصرف کنندگان ابتدا به سراغ منابع آب سهل الوصول از قبیل آب جاری رودخانه ها که از هزینه استحصال کمتری برخوردار بود می رفتند. به مرور با افزایش تقاضا و محدود شدن دسترسی به منابع آب ارزان، حفر قنات، حفر چاه ها، احداث آب بندها و ساخت سدهای مخزنی در دستور کار قرار گرفت. ضمن محدودتر شدن منابع آب جدید و افزایش هزینه های استحصال آن به دلیل بهره برداری بی رویه از منابع آب موجبات صدمات زیست محیطی و مورد تهدید قرار گرفتن سفره های زیرزمینی نیز ایجاد شد. لذا کنترل تقاضا و صرفه جویی در مصرف آب و به عبارتی مقوله مدیریت منابع آب در دستور کار قرار گرفت.

فوکودا (۹) شبیه سازی بارندگی روزانه را با استفاده از زنجیره مارکوف و تابع توزیع لوگ نرمال انجام داد. ایشان میزان تقاضای آب

۳، ۲، ۱ - به ترتیب دانشجوی کارشناسی ارشد، استاد و دانشیاران گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه فردوسی مشهد  
(\*) نویسنده مسئول: ( Email: eh\_am@ferdowsi.um.ac.ir )

برنامه‌ریزی‌های اقتصادی و مدیریت منابع آب دارد، پیش‌بینی بارش اهمیت زیادی دارد.

## مواد و روش‌ها

الگو دو جزئی برای شبیه‌سازی بارندگی در منطقه خراسان در این پژوهش استفاده می‌شود. زنجیره مارکوف مرتبه اول در وقوع بارندگی روزانه و توابع توزیع گامای دوپارامتری و نمایی برای پیش‌بینی میزان بارندگی روزانه به کار رفته‌اند. امکان وجود روند و عدم همگنی داده‌ها با افزایش تعداد سال‌های آماری بیشتر می‌شود. به همین دلیل با استفاده از آزمون من‌کنندال همگنی بررسی می‌شود تا داده‌های پرت تاثیری در شبیه‌سازی بارندگی نداشته باشد. پس از مشخص کردن ایستگاه‌های همگن با آمار کافی (حداقل ۲۰ سال)، پارامترهای الگو در این ایستگاه‌ها را تعیین کرده و رابطه بین این پارامترها و ویژگی‌های باران ماهانه در این ایستگاه‌ها را به دست می‌آوریم. با تعمیم این روابط به ایستگاه با آمار ناکافی و داشتن ویژگی‌های باران ماهانه در این ایستگاه، مقدار پارامترهای الگو و در نهایت مقدار بارندگی در ایستگاه با آمار ناکافی تعیین می‌شود.

شبیه‌سازی بارندگی با استفاده از الگوی دو جزئی به چهار بخش کلی تقسیم می‌شود:

- ۱- تعیین پارامترهای الگو در ایستگاه‌ها با آمار کافی.
- ۲- به دست آوردن روابط بین ویژگی‌های بارندگی ماهانه و پارامترهای الگو در ایستگاه‌ها با آمار کافی.
- ۳- تعمیم روابط بند ۲ به ایستگاه با آمار ناکافی و تعیین پارامترهای الگو در این ایستگاه‌ها.
- ۴- شبیه‌سازی بارندگی با استفاده از الگو دو جزئی در ایستگاه مواجه با کمبود آمار.

### تعیین پارامترهای الگو در ایستگاه‌ها با آمار کافی

**زنجیره مارکوف:** یک فرآیند تصادفی با ویژگی مارکوف را فرآیند (زنجیره‌های) مارکوف می‌نامند (۱۲). زنجیره مارکوف گویای این واقعیت است که هر برآمد فقط به رویداد پیش از خودش وابسته است و به رویدادهای ماقبل دیگر وابسته نیست. احتمالات انتقال بین وضعیت‌های مختلف یک فرآیند تصادفی از طریق ماتریس احتمال انتقال بیان می‌شود. ماتریس تغییر وضعیت یک مرحله‌ای زنجیره مارکوف در مورد بارندگی روزانه مطابق رابطه ۱ است:

$$P = \begin{bmatrix} p(D/D) & p(w/D) \\ p(D/w) & p(w/w) \end{bmatrix} \quad (1)$$

مجموع هر سطر در ماتریس تغییر وضعیت برابر یک است.

اجزاء ماتریس به صورت زیر محاسبه می‌شود:

و همچنین مساحت کشت در دوره‌های خشک را با مشخص کردن دوره بازگشت بارندگی برآورده کرد. دوان و همکاران (۸) برای شبیه‌سازی بارندگی روزانه از الگو دو جزئی استفاده کردند. ابتدا برای پیش‌بینی وقوع بارندگی از زنجیره مارکوف درجه دوم و برای پیش‌بینی مقدار بارندگی از تابع توزیع نمایی، ویبول (واسنجی‌شده)، بتای (واسنجی‌شده) و توزیع گامای دو پارامتری استفاده کرده‌اند. تابع توزیع گامای دو پارامتری و ویبول واسنجی شده مناسب‌ترین توابع در تخمین بارندگی روزانه بودند. فولادمنند (۳) برای شبیه‌سازی بارندگی روزانه در منطقه باجگاه استان فارس از الگو دو جزئی استفاده کرد. زنجیره مارکوف مرتبه اول برای شبیه‌سازی وقوع بارندگی و گامای دو پارامتری برای شبیه‌سازی مقدار بارندگی مناسب تشخیص داده شد. مقیمی و سپاسخواه (۴) نیز با استفاده از زنجیره مارکوف و تابع توزیع گامای دوپارامتری به شبیه‌سازی بارندگی در ۹ ایستگاه استان فارس الگو دو جزئی پرداختند و نتایج مناسبی در شبیه‌سازی مجموع روزهای بارانی ماهانه و مقدار بارندگی ماهانه به دست آوردند.

ریچاردسون (۱۳) نیاز به آمار بلندمدت بارندگی (حداقل ۲۰ سال) را مشکل عمده الگو دو جزئی در شبیه‌سازی مقدار بارندگی می‌داند. گنک و همکاران (۱۱) این مشکل را با استفاده از روابط بین ویژگی‌های بارندگی و پارامترهای الگو در ایستگاه با آمار کافی و تعمیم آن به ایستگاه با آمار ناکافی برطرف کردند.

در پژوهش حاضر از تعداد ۱۸۴ ایستگاه مورد استفاده، ۶۳ درصد ایستگاه‌ها آمار بارندگی کمتر از ۲۰ سال دارند که بیانگر نیاز مبرم به شبیه‌سازی بارندگی در این استان است. البته نکته‌ای که باید به آن توجه کرد این است که هدف از این پژوهش بررسی مناسب بودن الگو دو جزئی برای منطقه خراسان بزرگ نیست چرا که سپاسخواه و مقیمی (۴) در استان فارس با اقلیم مشابه این مورد را بررسی و به نتایج قابل قبولی رسیده‌اند، بلکه هدف پژوهش علاوه بر شبیه‌سازی بارندگی، به دست آوردن ضرایب الگو دو جزئی با دقت بیشتر (منطقه-ای بودن الگو و نیاز به آمار ایستگاه‌های مجاور) برای منطقه خراسان بزرگ است. بر مبنای مدارک قابل تهیه، تاکنون پژوهشی در این زمینه در منطقه خراسان بزرگ (رضوی، جنوبی و شمالی) صورت نگرفته است.

منطقه خراسان بزرگ (شامل سه استان رضوی، شمالی و جنوبی) منطقه مورد مطالعه در این پژوهش است. از این پس برای سهولت نوشتار از «منطقه خراسان» به جای منطقه خراسان بزرگ استفاده می‌شود. این منطقه با توجه به شرایط اقلیمی، علاوه بر کمبود بارش، دارای توزیع نامناسب زمانی و مکانی بارندگی در طول سال نیز هست. به‌طور کلی از جنوب به شمال بر میزان بارندگی استان افزوده می‌شود. داده‌های مورد استفاده در این پژوهش از ۱۸۴ ایستگاه باران‌سنجی و هواشناسی در سطح منطقه خراسان به دست آمد. با توجه به نقش اساسی کشاورزی در اقتصاد این منطقه و تاثیر بسزایی که بارندگی در

در این رابطه  $\beta$  پارامتر توزیع نمایی است که حالت خاصی از تابع توزیع گاما با  $\alpha=1$  می‌باشد.

**روابط بین ویژگی‌های باران ماهانه و پارامترهای الگو در ایستگاه‌ها با آمار کافی:** تحقیقات گنگ و همکاران (۱۱) نشان می‌دهد که اجزای ماتریس انتقال و نسبت روزهای بارانی<sup>۱</sup> (RWD) از یک طرف و پارامترهای ماهانه  $\beta$  و میانگین بارندگی در روزهای بارانی<sup>۲</sup> (ARWD) از طرف دیگر روند تغییرات مشابهی دارند. با فرض وجود رابطه خطی بین پارامترهای الگو و ویژگی‌های باران ماهانه خواهیم داشت:

$$p(w/D) = b \times RWD \quad (۸)$$

$$\beta = a \times (ARWD) + c \quad (۹)$$

$$\alpha = \frac{ARWD}{\beta} \quad (۱۰)$$

همچنین پارامتر  $p(w/w)$  از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$p(w/w) = (1 - b) + b \times RWD \quad (۱۱)$$

$$RWD = \frac{\text{تعداد روزهای بارانی در یک ماه}}{\text{تعداد روزهای یک ماه}} \quad (۱۲)$$

$$ARWD = \frac{\text{مجموع بارندگی ماهانه}}{\text{تعداد روزهای بارانی}} \quad (۱۳)$$

**تعمیم روابط به ایستگاه با آمار ناکافی و تعیین پارامترهای الگو در این ایستگاه‌ها:** ابتدا نسبت روزهای بارانی (RWD) و میانگین بارندگی در روزهای بارانی (ARWD) در ایستگاه با آمار ناکافی محاسبه می‌شود، سپس می‌توان پارامترهای الگو یعنی  $\alpha$ ،  $\beta$ ،  $p(w/w)$  و  $p(w/D)$  را در ایستگاه با آمار ناکافی با داشتن روابط بخش قبلی تخمین زد. نکته‌ای قابل توجه این است که نسبت روزهای بارانی و میانگین بارندگی در روزهای بارانی دو پارامتر با ضریب تغییرات پایین هستند. می‌توان مقدار آن را با داشتن فقط یک سال آماری نیز تعیین کرد. اما برای تعیین پارامترهای الگو نیاز به آمار بلندمدت بارندگی است. به دلیل ناکافی بودن آمار در برخی ایستگاه‌ها، از روابط رگرسیونی استفاده می‌شود.

**شبیه‌سازی بارندگی با استفاده از الگو دو جزئی در ایستگاه با آمار ناکافی**

**شبیه‌سازی تعداد روزهای بارانی:** ابتدا یک عدد تصادفی با توزیع یکنواخت برای شبیه‌سازی وقوع و یا عدم وقوع بارندگی در بازه (۰ و ۱) تولید می‌شود. عدد تصادفی با جزء  $p(w/D)$  با فرض

1- Ratio of wet days

2- Amount rain per wet days

$$p(D/D) = \frac{\text{تعداد روزهای غیر بارانی به شرطی که فردا غیر بارانی باشد}}{\text{تعداد روزهای غیر بارانی}}$$

$$p(W/D) = \frac{\text{تعداد روزهای غیر بارانی به شرطی که فردا بارانی باشد}}{\text{تعداد روزهای غیر بارانی}}$$

$$p(D/W) = \frac{\text{تعداد روزهای بارانی به شرطی که فردا غیر بارانی باشد}}{\text{تعداد روزهای بارانی}}$$

$$p(W/W) = \frac{\text{تعداد روزهای بارانی به شرطی که فردا بارانی باشد}}{\text{تعداد روزهای بارانی}} \quad (۲)$$

اجزای چهار گانه ماتریس تغییر وضعیت در ۶۷ ایستگاه همگن با آمار کافی و در هر ماه از طول دوره آماری آن ایستگاه تعیین می‌شود. البته مقدار این پارامترها در ایستگاه بدون آمار کافی با استفاده از روابط بین این پارامترها و ویژگی‌های بارندگی تعیین می‌گردند. برای مشخص کردن ایستگاه‌های همگن از آماره من‌کندال استفاده می‌شود. اگر مقدار این آماره که تابعی از تعداد سال آماری است کوچکتر از ۱/۹۶ باشد، آمار بارندگی در ایستگاه فاقد روند بوده و همگن است.

تابع توزیع گامای دو پارامتری: متغیر تصادفی  $X$  دارای توزیع گاماست هرگاه تابع چگالی آن به صورت زیر باشد:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^{\alpha-1} e^{-x/\beta}}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} & \alpha, \beta > 0, x > 0 \\ 0 & \end{cases} \quad (۳)$$

$\Gamma$  تابع گاماست که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{+\infty} x^{\alpha-1} e^{-x} dx \quad (۴)$$

$$F(x | \alpha, \beta) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \int_0^x t^{\alpha-1} e^{-t/\beta} dt \quad (۵)$$

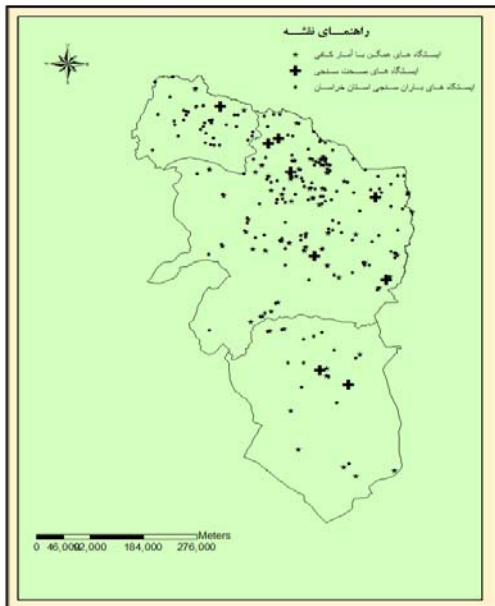
$F(x | \alpha, \beta)$  تابع توزیع تجمعی گاماست و پارامترهای  $\alpha$  و  $\beta$  با استفاده از روش حداکثر درست‌نمایی که دقت بالایی در تعیین پارامترها دارد، تعیین می‌شوند. در این پژوهش از نرم‌افزار متلب برای برآورد پارامترها استفاده گردید.

**تابع توزیع نمایی:** متغیر تصادفی  $X$  دارای توزیع نمایی است هرگاه تابع چگالی و تابع توزیع تجمعی آن به ترتیب به صورت زیر باشد:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{-x/\beta}}{\beta} & \alpha, \beta > 0, x > 0 \\ 0 & \end{cases} \quad (۶)$$

$$F(x | \beta) = 1 - e^{-x/\beta} \quad (۷)$$

بیشتر در محدوده ۴ تا ۶ میلی‌متر قرار می‌گیرد. این روند در مورد پارامتر RWD نیز صدق می‌کند که با توجه به شکل ۵ مقدار آن در طول ۳۲ سال برای هر یک از ماه‌های فروردین و اردیبهشت تقریباً ثابت و با انحراف معیار حدوداً ۰/۱ تغییر می‌کند. البته متفاوت بودن مقدار این پارامتر در ماه‌های بهمن و اسفند بیانگر این موضوع است که به جای به کار بردن یک مقدار واحد سالانه برای این پارامتر، از مقادیر ماهانه استفاده شود.



شکل ۱- نقشه پراکنندگی ایستگاه‌های باران سنجی وزارت نیرو در سطح منطقه خراسان

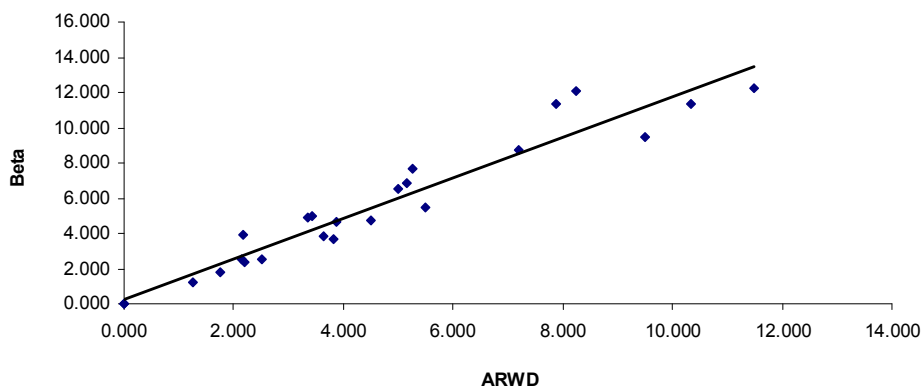
خشک بودن روز اول شبیه‌سازی، مقایسه می‌گردد. پس از مشخص کردن جزء  $p(w/D)$  با توجه ماه موردنظر، این جز با عدد تصادفی مقایسه می‌شود. اگر عدد تصادفی از جزء  $p(w/D)$  کوچک‌تر باشد، روز بعد بارانی و در غیر این صورت روز بعد غیر بارانی است. دوباره چرخه بالا در صورت بارانی بودن روز دوم برای شبیه‌سازی روز بعد تکرار می‌شود، با این تفاوت که به جای مقایسه عدد تصادفی با  $p(w/D)$  از جزء  $p(w/w)$  استفاده می‌شود.

**شبیه‌سازی مقدار باران در روزهای بارانی:** مقدار باران در صورت بارانی بودن یک روز، با استفاده از تابع توزیع تجمعی گاما و نمایی تعیین می‌شود. عدد تصادفی یکنواخت در بازه (۰ و ۱) تولید می‌شود. آن را در معادله تابع توزیع تجمعی (روابط ۵ و ۷ به ترتیب برای تابع توزیع گاما و نمایی) قرار داده و مقدار بارندگی متناظر این احتمال تجمعی را تعیین می‌کنیم.

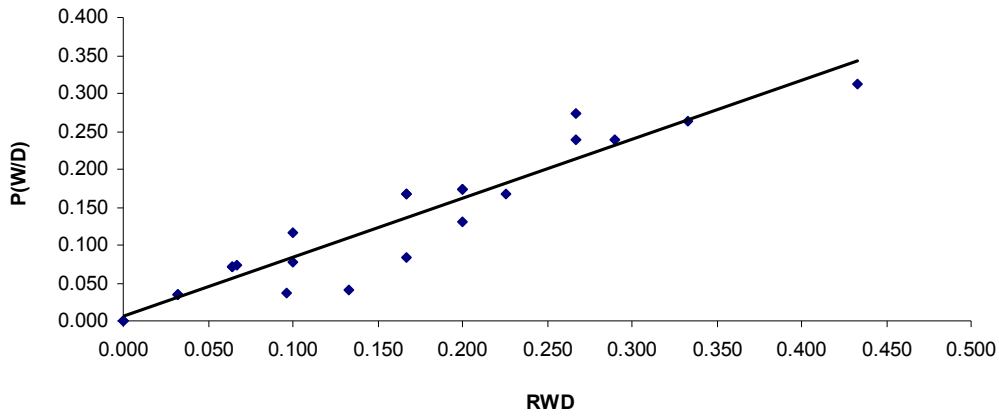
### تجزیه و تحلیل

**ایستگاه‌های مورد استفاده:** ۶۷ ایستگاه با آمار کافی (حداقل ۲۰ سال) و همگن با استفاده از آزمون من‌کندل و با داشتن آمار بارندگی روزانه در ۱۸۴ ایستگاه باران‌سنجی در سطح منطقه خراسان انتخاب شدند. مشخصات این ایستگاه‌ها در شکل ۱ ارائه شده است. تعداد ۵۷ ایستگاه برای شبیه‌سازی بارندگی و ۱۰ ایستگاه به منظور صحت‌سنجی استفاده می‌شود.

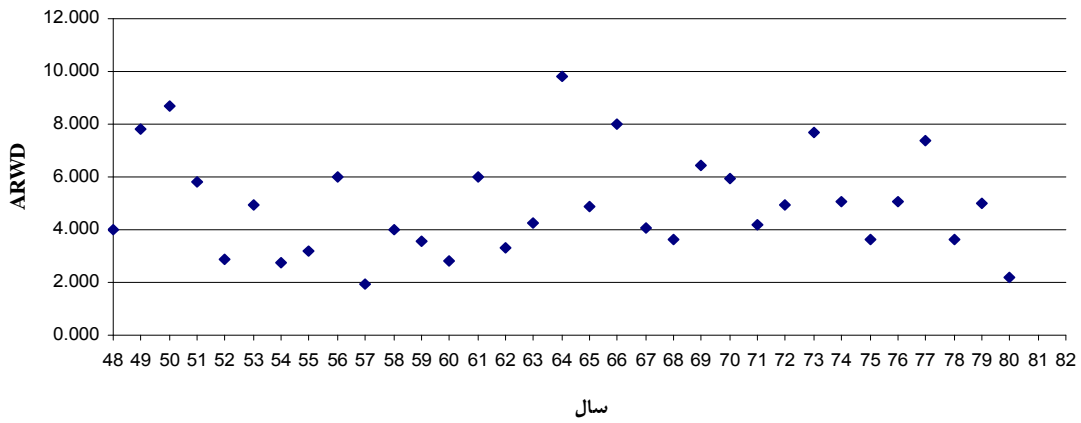
**واسنجی الگو:** در شکل‌های ۲ و ۳ به ترتیب روند تغییرات پارامترهای  $\beta$  و  $ARWD$  و  $p(w/D)$  و  $RWD$  در سال‌های ۱۳۷۹ و ۱۳۸۰ از ایستگاه سه یک آب شیروان به صورت نمونه ارائه شده که بیانگر وجود یک رابطه خطی بین پارامترهای مذکور می‌باشد. علت انتخاب دو سال پیایی در شکل‌های ۲ و ۳ بیان ضریب تغییرات پایین پارامترهای  $ARWD$  و  $RWD$  در هر ماه است. با توجه به شکل ۴ پارامتر  $ARWD$  در طول ۳۲ سال تغییرات کمی داشته و



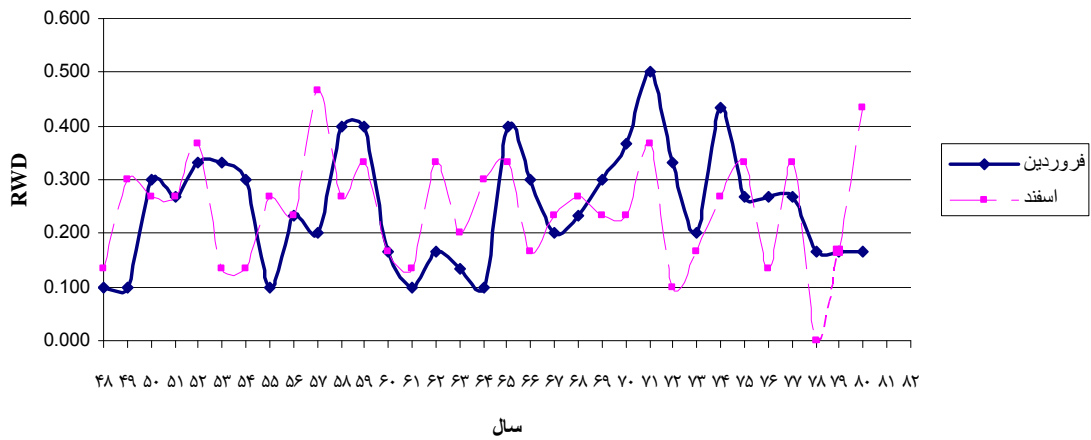
شکل ۲- رابطه متقابل  $\beta$  و  $ARWD$  در ایستگاه سه یک آب شیروان در ماه‌های مختلف سال ۱۳۷۹ و ۱۳۸۰



شکل ۳- رابطه متقابل  $p(w/D)$  و RWD در ایستگاه سه یک آب شیروان در ماه‌های مختلف سال ۱۳۷۹ و ۱۳۸۰



شکل ۴- مقادیر پارامتر ARWD در ماه اسفند سال‌های ۱۳۴۸ تا ۱۳۸۰ در ایستگاه سه یک آب شیروان



شکل ۵- مقادیر پارامتر RWD در ماه‌های فروردین و اسفند سال‌های ۱۳۴۸ تا ۱۳۸۰ در ایستگاه سه یک آب شیروان

مقدار شیب خط در شکل‌های ۹ و ۱۰ تمایل به یک دارد و کم بودن عرض از مبدا، شبیه‌سازی بارندگی روزانه توسط تابع توزیع گاما دو پارامتری و نمایی به خوبی انجام می‌شود. البته بالا بودن مقدار ضریب همبستگی فقط بیانگر توزیع مناسب نقاط در اطراف خط رگرسیون است و نشان دهنده خطای کم در شبیه‌سازی بارندگی نمی‌باشد. البته تابع توزیع گامای دو پارامتری در تعیین میانگین بارندگی ماهانه دقت بیشتری از تابع توزیع نمایی دارد، هر چند نتایج به‌دست آمده از تابع توزیع نمایی نیز بیانگر خطای کم و مناسب بودن این تابع توزیع است.

### نتیجه‌گیری

۱- اختلاف بین مقادیر RWD دو ماه فروردین و اسفند در شکل ۵ بیانگر تغییرات ماهانه این پارامتر است. برای افزایش دقت پیش‌بینی مناسب‌تر است تا برای هر ماه از سال ماتریس احتمال انتقال جداگانه به‌دست آورده و با توجه به محدوده تغییرات، از یک ماتریس انتقال برای کل سال استفاده نشود.

۲- با توجه به توزیع مناسب در اطراف خط رگرسیون در شکل ۸ ضریب همبستگی نزدیک به یک بود و تمایل شیب خط به عدد یک بیانگر مناسب بودن زنجیره مارکوف در شبیه‌سازی میانگین ماهانه تعداد روزهای بارانی در منطقه خراسان بزرگ است. در تعیین دقیق روند روزهای بارانی و خشک به دلیل خطا در برآورد مقادیر  $p(w/D)$  و  $p(w/w)$  کاربرد چندانی ندارد.

۳- مقایسه نتایج شبیه‌سازی بارندگی و مقادیر واقعی در مورد هر دو پارامتر، با سطح اطمینان ۹۵ درصد تفاوت معنی‌داری بین داده‌های تولیدی واقعی مشاهده نشد. البته با توجه به جدول ۲ خطای شبیه‌سازی بارندگی روزانه از طریق تابع توزیع گاما کمتر از تابع توزیع نمایی است، همچنین ضریب همبستگی در این الگو نزدیک‌تر به ۱ است.

شیب خط یک به یک که در حالت ایده‌آل برابر با یک است، در تابع توزیع نمایی مناسب‌تر از تابع توزیع گاما است، اما علت وجود خطای کمتر در شبیه‌سازی از طریق تابع گاما نسبت به نمایی عرض از مبدا کمتر معادله خط رگرسیون حاصل از این روش است.

۴- استفاده از روش گنگ و همکاران (۱۱) در شبیه‌سازی بارندگی در ایستگاه‌های با آمار ناکافی در منطقه خراسان بخوبی عمل کرده و می‌توان از این روابط کلی برای برآورد پارامترهای الگو در سطح استان استفاده کرد.

به منظور به‌دست آوردن روابط ۸ تا ۱۱، روابط رگرسیونی دربرگیرنده تمامی داده‌های ماهانه در هر سال به دست آمد تا بتوان پارامترهای  $\beta$ ،  $p(w/D)$  و  $p(w/w)$  را به ترتیب از روی ARWD، RWD و RWD برآورد کرد. در ۵۷ ایستگاه منتخب شکل ۱ برای شبیه‌سازی برقرار شد که نتایج رگرسیون در شکل‌های ۶ و ۷ ارائه شده است.

$$\beta = 1.201ARWD + 0.176 \quad (۱۴)$$

$$p(w/D) = 0.816RWD + 0.0048 \quad (۱۵)$$

$$p(w/w) = 0.816RWD + 0.184 \quad (۱۶)$$

جدول ۱ بیانگر مقایسه ضرایب معادله ۱۴ و ۱۵ با ضرایب به‌دست آمده از دو معادله گنگ و همکاران (۱۱) و مقیمی و سپاسخواه (۴) است. در معادله ۱۴ به دلیل وجود اقلیم خشک و نیمه خشک در منطقه خراسان و فارس و با توجه به رابطه مستقیم  $\beta$  و میزان بارندگی و اقلیم منطقه، ضرایب به‌دست آمده در این پژوهش شباهت بیشتری به معادله مقیمی و سپاسخواه (۴) در استان فارس دارد.

در معادله ۱۵ نیز به همان شکل که گنگ و همکاران (۱۱) بیان کرده‌اند شیب خط ثابت و تقریباً برابر با ۰/۷۵ و عرض از مبدا تقریباً برابر با صفر است. البته به منظور مشخص کردن اعتبار روابط رگرسیونی ۱۴ و ۱۵ به ترتیب جداول ۳ و ۴ را داریم. مقدار sig برابر ۰/۰۰۰ در این جداول بیانگر رد شدن فرض «رگرسیون معنی‌دار نیست» با اطمینانی بالاتر از ۰/۹۹۹ است. به عبارت دیگر روابط رگرسیونی بیان شده معتبر می‌باشند.

**صحت‌سنجی الگو:** حال با داشتن مقادیر ARWD و RWD در هر ماه از ایستگاه با آمار ناکافی و به کار بردن روابط ۱۴ تا ۱۶ می‌توان پارامترهای الگو در هر ماه از ایستگاه با آمار ناکافی را به‌دست آورد. پس از به‌دست آوردن پارامترهای الگو در هر ماه، شبیه‌سازی بارندگی در ۱۰ ایستگاه صحت‌سنجی شکل ۱ انجام شده و نتایج آن در شکل‌های ۸، ۹ و ۱۰ نشان داده شده است.

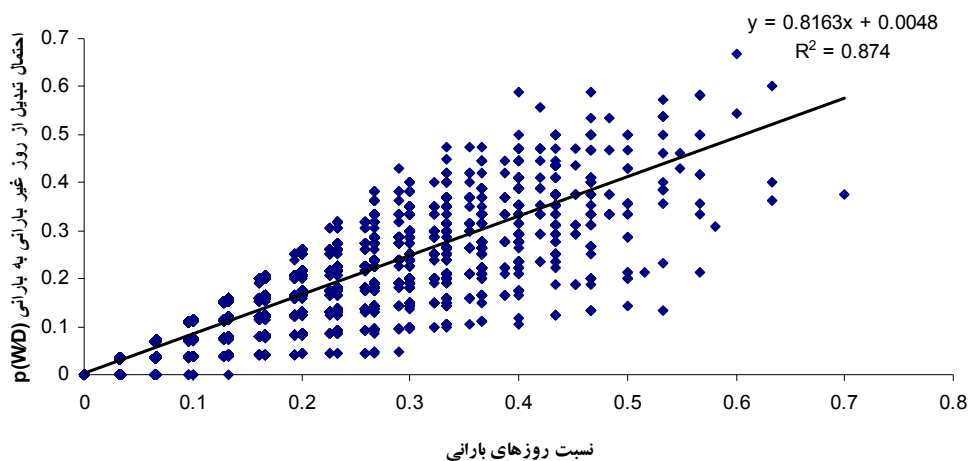
شایان ذکر است به منظور بیان دقت شبیه‌سازی بارندگی (تعداد روزهای بارانی و میزان بارندگی)، شبیه‌سازی به تعداد سال‌های دوره آماری هر ایستگاه صورت گرفت. در شکل ۸ تعداد روزهای بارانی در هر ماه در طول دوره آماری هر ایستگاه محاسبه شده و با میانگین‌گیری از این مقادیر، برای هر ایستگاه ۱۲ عدد به صورت ماهانه خواهیم داشت. نزدیک بودن شیب خط به یک و کم بودن عرض از مبدا بیانگر مناسب بودن روش در شبیه‌سازی تعداد روزهای بارانی ماهانه است هر چند میانگین‌گیری در این روش باعث پوشیده شدن قسمتی از خطا می‌شود.

جدول ۱- مقایسه ضرایب معادلات ۱۴ و ۱۵ در پژوهش‌های قبلی

پژوهش	معادله ۱۴		معادله ۱۵	
	شیب خط	عرض از مبدا	شیب خط	عرض از مبدا
مقیمی و سپاسخواه	۰/۵۶۴۳	-۰/۵۵۲۸	۰/۶۸۴۱	۰
گنگ و همکاران	۱/۸۳	-۲/۱۶	۰/۷۵	۰
نتایج رگرسیون	۱/۲۰۱	۰/۱۷	۰/۸۱۶	۰/۰۰۴۸

جدول ۲- مقایسه شبیه‌سازی بارندگی توسط دو تابع توزیع نمایی و گاما

	شیب خط	عرض از مبدا	RMSE	ضریب تعیین
تابع توزیع گاما دو پارامتری	۰/۷۹۰۷	۱/۳۲۷	۴/۱۲۴	۰/۹۲۳
تابع توزیع نمایی	۰/۸۸	۱/۱۹۴	۴/۷۸۰	۰/۹۱۷



شکل ۶- رابطه کلی بین نسبت روزهای بارانی و احتمال تبدیل از یک روز غیر بارانی به بارانی در تمام ایستگاه‌ها

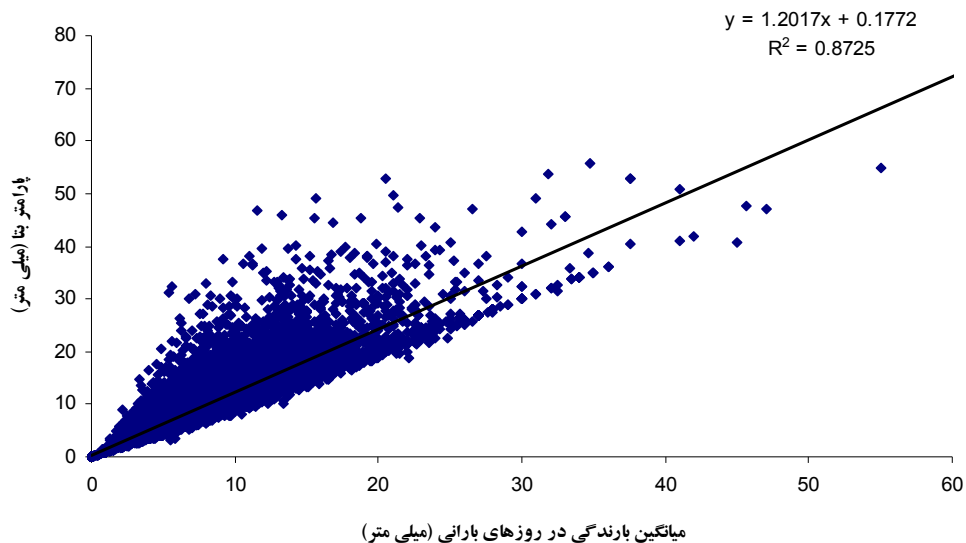
جدول ۳- جدول تجزیه رابطه رگرسیونی بین نسبت روزهای بارانی و احتمال تبدیل از یک روز غیر بارانی به بارانی در تمام ایستگاه‌ها

ANOVA <sup>b</sup>						
Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	173.897	1	173.897	1.662E5	.000 <sup>a</sup>
	Residual	25.063	23950	.001		
	Total	198.961	23951			

a. Predictors: (Constant), rwd  
b. Dependent Variable: pwd

Model Summary				
Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.935 <sup>a</sup>	.874	.874	.03235

a. Predictors: (Constant), rwd



شکل ۷- رابطه کلی بین میانگین بارندگی در روزهای بارانی و پارامتر بتا در تمام ایستگاهها

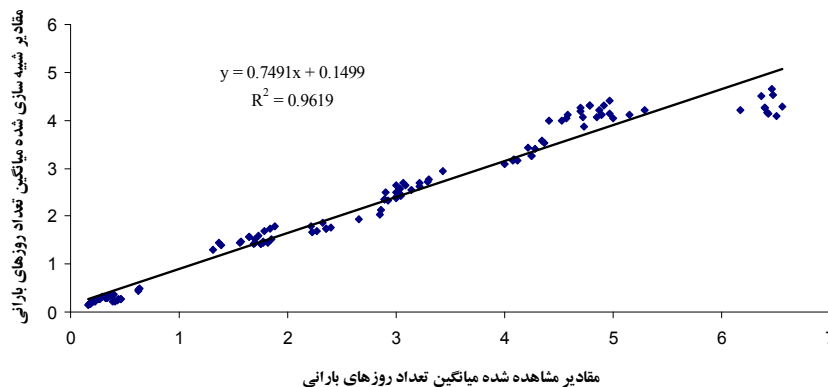
جدول ۴- جدول تجزیه رابطه رگرسیونی رابطه کلی بین میانگین بارندگی در روزهای بارانی و پارامتر بتا در تمام ایستگاهها

Model Summary				
Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.935 <sup>a</sup>	.874	.874	.03235

a. Predictors: (Constant), rwd

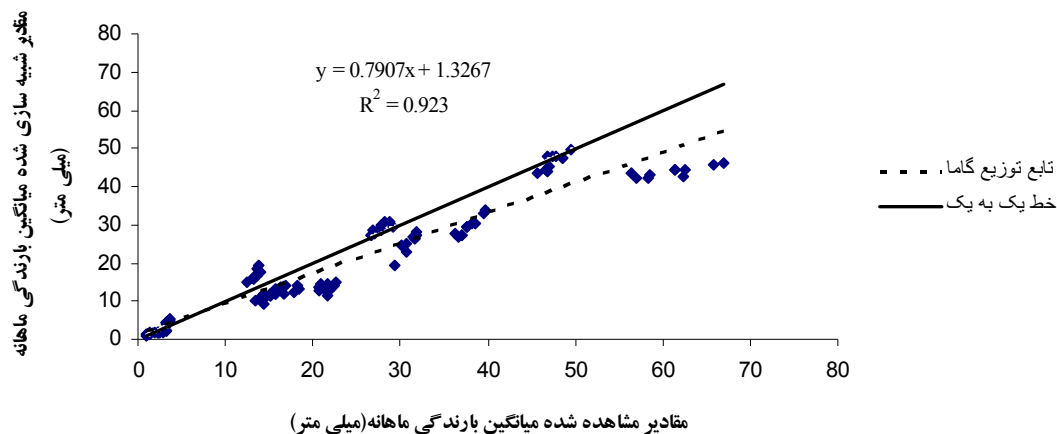
ANOVA <sup>b</sup>						
Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	173.897	1	173.897	1.662E5	.000 <sup>a</sup>
	Residual	25.063	23950	.001		
	Total	198.961	23951			

a. Predictors: (Constant), rwd  
b. Dependent Variable: pwd

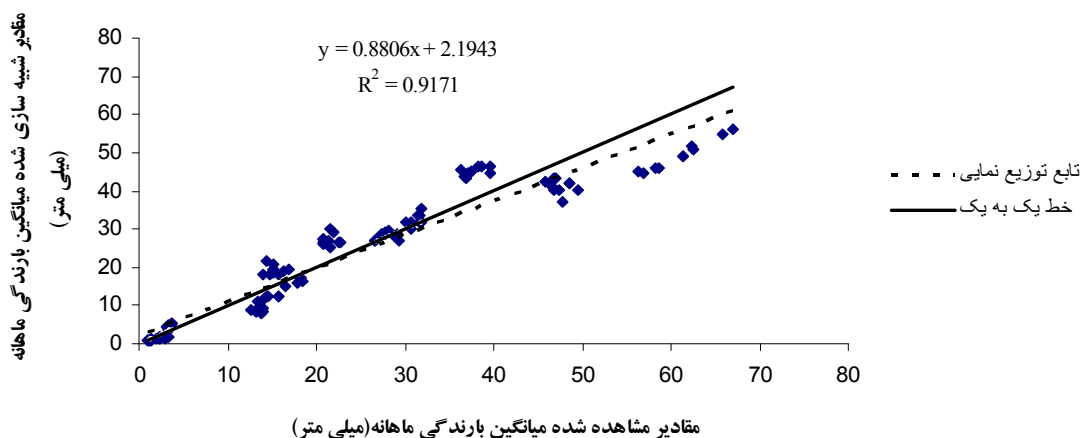


شکل ۸- مقایسه مقادیر مشاهده شده و شبیه سازی شده تعداد روزهای بارانی ماهانه در ایستگاههای صحت سنجی





شکل ۹- مقایسه مقادیر مشاهده شده و شبیه سازی شده مقدار بارندگی با تابع توزیع گاما در ایستگاه های صحت سنجی



شکل ۱۰- مقایسه مقادیر مشاهده شده و شبیه سازی شده مقدار بارندگی با تابع توزیع نرمالی در ایستگاه های صحت سنجی

## منابع

- ۱- عساکره ح. و مازینی ف. ۱۳۸۹. بررسی احتمال وقوع روزهای خشک در استان گلستان با استفاده از زنجیره مارکوف. مجله جغرافیا و توسعه، شماره ۱۷، صص ۲۹-۴۴.
- ۲- علیزاده ا. ۱۳۸۵. اصول هیدرولوژی کاربردی. انتشارات دانشگاه امام رضا، مشهد. ۲۸۴-۲۸۵.
- ۳- فولادمند ح. ۱۳۸۵. پیش بینی بارندگی روزانه و سالانه و تعداد روزهای بارانی در سال با استفاده از زنجیره مارکوف در یک منطقه نیمه خشک. علوم کشاورزی، شماره ۱۲، صص ۱۱۳-۱۲۵.
- ۴- مقیمی م. و سپاسخواه ع. ۱۳۸۷. تولید داده های بارندگی در استان فارس در ایستگاه های فاقد آمار کافی. علوم و مهندسی آبخیزداری ایران، شماره ۳، صص ۱۱-۱۹.
- ۵- مومنی م. ۱۳۷۴. پژوهش عملیاتی (مدلهای احتمالی). چاپ دوم، انتشارات مهر، تهران. صص ۱۳۷-۱۳۵.
- 6- Aksoy H. 2000. Use of gamma distribution in hydrological analysis, Turkish Journal of Engineering and Environmental Sciences, 24: 419-428.
- 7- Caskey J.E. 1963. A Markov Chain for the probability of precipitation occurrence in intervals of various lengths. Mon.Weath. Rev., 91, 298-301.

- 8- Duan J., Sikka A.K., and Grant G.E. 1995 .A comparison of stochastic models for generating daily precipitation at the H.J. Andrews Experimental Forest.” Northwest Science, 69 (4), 318 – 329.
- 9- Fukuda T. 2005.Rainfall Prediction and Water Demand Referring to the Thailand Gravity Irrigation District. Journal Fac. Agr. , Kyushu Univ ., 50 (2), 917-926.
- 10- Garbutt D.J., Stern R.D., Dennet M.D., and Elston J. 1981. A comparison of rainfall climate of eleven places in West Africa using a two-part model for daily rainfall. Arch. Met. Geoph.Biokl., Ser. B., 29, 137–155.
- 11- Geng S., Penning De Vries F.W.T., and Supit I. 1986. A simple method for generating daily rainfall data. Agric. Forest Meteorol., 36, 363–376.
- 12- Haggstrom Olle .2002. Finite Markov Chains and Algorithmic Applications, Cambridge University Press.U.S.A,29pp.
- 13- Richardson C.W. 1981. Stochastic simulation of daily precipitation, temperature and solar radiation. Water Resour. Res., 17, 182–190.
- 14- Richardson C.W. 2000. Data requirements for Estimation of weather generation parameters, Trans. of the ASAE, 43. 4: 877-882.



## Estimation of the Daily Rainfall Amount in Province of Khorasan

E. Amini<sup>1\*</sup> - B. Ghahraman<sup>2</sup> - K. Davary<sup>3</sup> - M. Mousavi Baygi<sup>4</sup>

Received: 18-12-2010

Accepted: 23-7-2011

### Abstract

Agricultural scientists have developed considerable interest in modeling and generation of rainfall as new ways of analyzing rainfall data and assessing its impact on agriculture. A combination of Markov chain and gamma distribution function is recognized as a simple approach and is demonstrated to be effective in generating daily rainfall data for many environments. Thus the availability of the weather data limits the applicability of the simulation method. When these model parameters are evaluated over time and at different places, however, certain general characteristics are revealed. First, the transitional probability of a wet day followed by a wet day tends to be greater but parallel to the transitional probability of a dry day followed by a wet day. This phenomenon leads to a linear relationship of the transitional probabilities to the fraction of wet days per month. Second, the beta parameter, which is used to describe the amount of rainfall, is related to the amount of rain per wet day owing to the positive skewness of the rainfall distribution. Based on these relationships, a simple method is introduced, by which model parameters can be estimated from monthly summaries instead of from daily values. The suggested method, therefore, provides a convenient vehicle for applying weather simulation models to areas in which its use had been impossible because of the unavailability of long series of daily weather data.

**Keywords:** Modeling, Markov chain, Gamma distribution function

---

1,2,3,4- MSc Student, Professor and Associate Professors, Department of Water Engineering, Faculty of Agriculture, Ferdowsi University of Mashhad, Respectively  
(\*-Corresponding Author Email: eh\_am@ferdowsi.um.ac.ir)