نشریه آب و خاک (علوم و صنایع کشاورزی)
جلد 31، شماره 2، خرداد – تیر 1396، ص. 371-359

Journal of Water and Soil
Vol. 31, No. 2, May.-Jun. 2017, p. 359-371

کاهش متغیرهای الگوی بار نیتروژن ورودی به آب رودخانه با روش تحلیل حساسیت واریانس مبنا مطالعه موردی: حوضه آبریز رودخانه توید

مجید جانفدا[1*] - داود شاهسونی[2]

تاریخ دریافت: 1393/05/14
تاریخ پذیرش: 1393/11/01

چکیده

شناخت و کنترل متغیرهای موثر بر نیتروژن ورودی به منابع آب به عنوان یکی از عوامل تهدید کننده حیات انسان و آبزیان اهمیت دارد. متغیرهای موثر را می‌توان با فنون ریاضی و ابداع راهکارهای شبیه‌سازی رایانه‌ای، شناسایی و از عوامل با اثرات ناچیز صرف نظر کرد تا بتوان منابع مالی را برای کنترل تعداد معدودی از عوامل بهینه صرف نمود. الگوهای متعددی برای برآورد میزان این ترکیبات ساخته شده است. در این راستا از الگوی پرکاربرد Integrated Nitrogen in Catchments (INCA-N)، به‌منظور انجام تحلیل حساسیت متغیرها و کاهش تعداد آن‌ها در این مقاله استفاده شده است. INCA-N شامل صدها متغیر ورودی است. لذا شناسایی متغیرهای بی‌تاثیر یا کم تاثیر حائز اهمیت است. روش تحلیل حساسیت واریانس- مبنا با شاخص‌حساسیت اصلی به‌خوبی می‌تواند متغیرهای مهم را شناسایی و حساسیت خروجی الگو را ارزیابی کند. این مقاله ضمن معرفی روش واریانس مبنا و برآورد شاخص‌های حساسیت باروش مونت کارلو و تولید اعداد شبه‌تصادفی، به تحلیل حساسیت خروجی الگو INCA-N و کاهش متغیرها در رودخانه توید می‌پردازد. نتایج تحلیل حساسیت در حجم نمونه بهینه نشان داد که چهار متغیر (میزان جذب نیترات گیاهان، نرخ نیترات‌زدایی، آلی‌سازی و معدنی‌سازی) از هفت متغیر الگو INCA-N کفایت می‌کند. سه متغیر نیتروژن هوا، برداشت آمونیاک توسط گیاه و بیشینه برداشت نیتروژنی غیرضروری هستند. این چهار متغیر ضروری به ترتیب دارای اثر اصلی و اثرکل (0/44، 0/49)، (189/۰،۲۴۸/0)، (0/182، 0/227)، (0/072، 0/105) هستند. اثرات متقابل بین متغیرها ضعیف (حداکثر 0/059) و قابل چشم‌پوشی است. بنابراین روش تحلیل حساسیت کارایی خوبی در کاهش متغیرهای این پدیده دارد.

واژگان کلیدی: الگوی INCA-N، کاهش متغیرهای الگو، روش مونت کارلو، نیتروژن

مقدمه

حدود 78 درصد از جو زمین را نیتروژن تشکیل داده است که بخشی از آن طی فعل و انفعالاتی در طبیعت، به طور مداوم از جو گرفته شده و به آن بازپس داده می‌شود. رعد و برق و تخلیه‌ی بار الکتریکی نیز باعث تولید اکسیدهای نیتروژن می‌شود. ترکیبات نیتروژن‌دار و آمونیاک نیز پس از حل شدن این اکسیدها در آب تولید می‌شود. این ترکیبات پس از فرآیندهای خاصی به مصرف گیاهان می‌رسند. مقداری از آمونیاک مازاد مصرف گیاهان در دو مرحله، که نیترات‌سازی[3] نام دارد، اکسید می‌شود. در مرحله اول به نیتریت و در مرحله بعد به نیترات تبدیل می‌شود. وقتی گیاهان، مرده و فاسد می‌شوند تجزیه شده و آمونیاک دوباره از طریق عملی به نام معدنی‌سازی[4] به خاک یا محلول باز می‌گردد. نیتریت و نیترات تحت فرایند نیترات‌زدایی[5] به ترکیبات دیگری تبدیل می‌شوند. بعضی از باکتریها باعث تبدیل نیتریتها به آمونیاک و شکل گازی نیتروژن یعنی گازهای N_2، NH_3 و N_2O هستند که مستقیما وارد جو می‌شوند. بدین ترتیب تقریباً همان اندازه نیتروژنی که از جو گرفته و مصرف شده است، در چرخه نیتروژن دوباره به آن باز می‌گردد. چرخه نیتروژن، تحت تاثیر استفاده از کودهای شیمیایی و تراوش پساب‌های

1 و 2- کارشناس ارشد و استادیار گروه آمار، دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه صنعتی شاهرود
(*- نویسنده مسئول: (Email: Ma.janfada65@gmail.com
DOI: 10.22067/jsw.v0i0.35317

3- Nitrification
4- Mineralization
5- Denitrification

صنعتی به منابع آب، دستخوش تغییر می‌شود. کودهای شیمیایی سبب افزایش این ماده در خاک، آبهای جاری و زیر زمینی می‌شوند. نیترات از طریق آب و مواد غذایی وارد بدن انسان شده و افزایش سطح آن موجب می‌شود که به ترکیبات دیگری چون نیتریت و نیتروسامین تبدیل شود که این ترکیبات، سمی بوده و برای سلامت انسان خطرناک هستند. وجود بیش از حد ترکیب‌های نیتروژن‌دار می‌تواند مانعی جدی در انتقال اکسیژن در خون باشد. نیترات در حالت بحرانی باعث بروز بیماری هایی مانند سرطان، ناقص‌الخلقه بودن نوزادان، بزرگ شدن تیروئید و التهاب غدد لنفاوی می‌شود. با توجه به اهمیت آب آشامیدنی و تاثیر مستقیم آن بر سلامت شهروندان، موضوع کنترل و پیشگیری از افزایش نیترات به سطوح بحرانی، امری اجتناب ناپذیر است (39، 20، 2 و 18).

متغیرهای موثر در فرآیند چرخه نیتروژن متنوع هستند. اندازه‌گیری آن‌ها توسط نمونه‌گیری پرهزینه بوده و همچنین زمان‌بر و مشکل است. لذا متخصصین راهکار شبیه‌سازی را با بنیان ریاضی و صرف هزینه کم، سرعت زیاد و کارایی مناسب ابداع کرده‌اند که منجر به خلق الگوهای متعددی برای برآورد میزان بار نیتروژن ورودی به رودخانه‌ها شده است (19). پیکربندی این الگوها براساس معادلات دیفرانسیل خطی، غیرخطی ومشتق‌های جزئی است. کد یا نرم افزار رایانه‌ای که بتواند این معادلات را حل نماید، الگوی رایانه‌ای[1] و اجرای این الگو با ورودی‌های مختلف را آزمایش رایانه‌ای[2] می‌گویند (30). خروجی یک آزمایش رایانه‌ای ، تعیینی[3] است یعنی اجرای مکرر آزمایش با ورودی یکسان، خروجی‌های همانند تولید می‌کند. الگو فرایند مبنا[4] INCA-N[5] یکی از معروفترین آن‌ها برای برآورد میزان میزان نیتروژن ورودی به آب رودخانه‌ها است. معادلات جنبشی واکنش‌ها و مکانیزم‌های اصلی عملیاتی رودخانه در این الگو شبیه‌سازی می‌شوند. این الگو برای رودخانه‌های کشورهای مانند: انگلستان (10 رودخانه)، فرانسه (7 رودخانه)، هلند (6 رودخانه) و سایر کشورها به‌کار گرفته شده و نتایج رضایت بخشی ارائه داده است (35، 36، 37، 38 و 17).

کاهش تعداد متغیرهای ورودی و ساده‌سازی الگوهای رایانه‌ای به‌علت تنوع متغیرها و وجود اثرات متقابل آنها، ضرورتی است که در قالب تحلیل حساسیت الگوهای تعیینی به آن پرداخته می‌شود (27). روش‌های تحلیل حساسیت متنوع بوده که از آن جمله میتوان به روش‌های مشتق مبنا، نمونه‌گیری مبنا، صافی مونت کارلو و غربالگری اشاره نمود. هریک از روش‌های مذکور به منظور نیل به هدف خاصی طراحی و توسعه یافته‌اند (3، 7، 8، 19 و 22). این روش‌ها دارای نواقص و معایبی هستند که روش تحلیل حساسیت واریانس- مبنا برای رفع این ایرادات ارائه شده است (28).

هدف و نوآوری این مقاله، کاهش متغیرهای الگوی تعیینی INCA-N توسط روش تحلیل حساسیت واریانس مبنا و همچنین تعیین اثرات متقابل بین متغیرهای ورودی است که در بطن آن از اعداد شبه‌تصادفی استفاده میشود. خروجی نهایی الگوی مذکور، متوسط سالانه بار نیتروژن ورودی به رودخانه است که تحت تاثیر صدها متغیر ورودی است. به‌دلیل اهمیت متغیرهای نرخ تبادلات نیتروژنی، تمرکز این مطالعه فقط بر روی این دسته از متغیرها صورت پذیرفته است.

مواد و روش‌ها

منطقه مورد مطالعه

حوضه رودخانه تويد[6] انگلستان به‌عنوان منطقه مطالعاتی، درنظر گرفته شده است. این رودخانه در 169 متری از سطح دریا قرار دارد. مساحت حوضه آبریز 4390 کیلومترمربع و طول رودخانه اصلی 156 کیلومتر است. این حوضه در عرض شمالی $55/445^{\circ}$ تا $55/7652^{\circ}$ ($55^{\circ}45'55''$ تا $55^{\circ}26'42''$) و طول شرقی $3/496^{\circ}$ تا $3/496^{\circ}$ درجه ($1^{\circ}59'27''$ تا $3^{\circ}29'46''$) قرار دارد. شکل (1) موقعیت و شاخه‌های آبراهه‌ای تويد را نشان می‌دهد. آمار آب و هواشناسی شامل دما، رطوبت، بارش و دبی روزانه 21 ایستگاه واقع در حوضه به‌مدت هفت سال در اختیار است. نمونه‌های برداشت شده از اب رودخانه طی سال‌های 1994-1999 از ایستگاه‌های مختلف آب‌سنجی داخل حوزه نیز در دسترس است (12).

الگو INCA-N

الگوی تعیینی INCA-N، فرآیند- مبنا است و میزان جریان آب و نیتروژن را در یک حوضه آبریز با معادلات جنبشی واکنش تعیین می‌کند. همچنین عوامل و فرآیندهای تاثیرگذار بر میزان نتیرات (NO_3) و آمونیاک (NH_4) ذخیره شده در خاک و سامانه‌های آب زیر زمینی را شبیه‌سازی و خروجی را با استفاده از این سامانه در یک الگوی رودخانه چند آبراهه‌ای تولید می‌کند. ساختار الگوی INCA-N ازپنج مولفه: GIS، الگوهای نیتروژن ورودی، هیدرولوژیکی، فرآیندهای نیتروژن حوضه آبریز و عملکردهای نیتروژن رودخانه تشکیل شده است (38، 36 . 35). این الگو ثمره تلاش بیش از یک دهه اساتید دانشگاه Reading انگلستان و انجمن‌های تحقیقاتی

1- Computer Model
2- Computer Experiment
3- Deterministic Model
4- Process-based
5- Integrated Nitrogen in Catchments

6- Tweed

فعال در محیط زیست، سرمایه‌گذاری و حمایت اتحادیه اروپا است (21). معادلات فرآیندهای این الگو، طی سال‌های اخیر ، تغییر و بهبود یافته‌اند. این الگو در 10 حوضه آبریز انگلستان و 21 حوضه آبریز در دیگر کشورهای اروپائی، آزمون و اعتبارسنجی شده است. نتایج بگونه‌ای بوده که از آن در سایر کشورها نیز استفاده شده است (36 و 38). الگوی INCA-N را می‌توان برای نشان‌دادن تاثیرمنابعی مانند شهرنشینی، تغییرات آب و هوایی، مدیریت اجرایی، مدیریت‌های بومی (افزایش یا کاهش زمین، تغییر در مقدار یا توزیع NO_2 و NH_3) استفاده کرد. قابلیت بالا و خروجی‌های متنوع این الگو (به دلیل وجود ساختار یکپارچه و پیچیده در آن) امکان شبیه‌سازی چرخه نیتروژن را در حوضه آبریز فراهم می‌کند (38). ساختار این الگو در شکل (2) نشان داده شده است (31). جدول (1) مشخصات پارامترهای ورودی‌ها است. ورودی‌های الگو شامل: عوامل طبیعی (بارش، دما و ...)، دخالت انسانی (کوددهی، انتقال مستقیم و...) و پارامترهای الگو (شرایط اولیه، نرخ تبادلات نیتروژن، پارامترهای هیدرولوژیکی) هستند. خروجی شامل سری‌های زمانی دبی روزانه، غلظت‌های نیترات و آمونیاک در ایستگاه‌های مختلف آب‌سنجی واقع در طول مسیر رودخانه اصلی است. این سه سری زمانی، توسط رابطه (1) ترکیب شده ومیزان بار نیتروژن غیرآلی روزانه را نتیجه می‌دهد.

(میزان غلظت آمونیوم + میزان غلظت نیترات)× دبی آب = بار نیتروژن غیرآلی روزانه

سری زمانی بار نیتروژن، هفت ساله است. لذا خروجی نهایی، با میانگین‌گیری از متوسط‌های سالیانه به‌دست آمده و آن را " متوسط سالانه بار ورودی نیتروژن غیر آلی به رودخانه " می‌نامند.

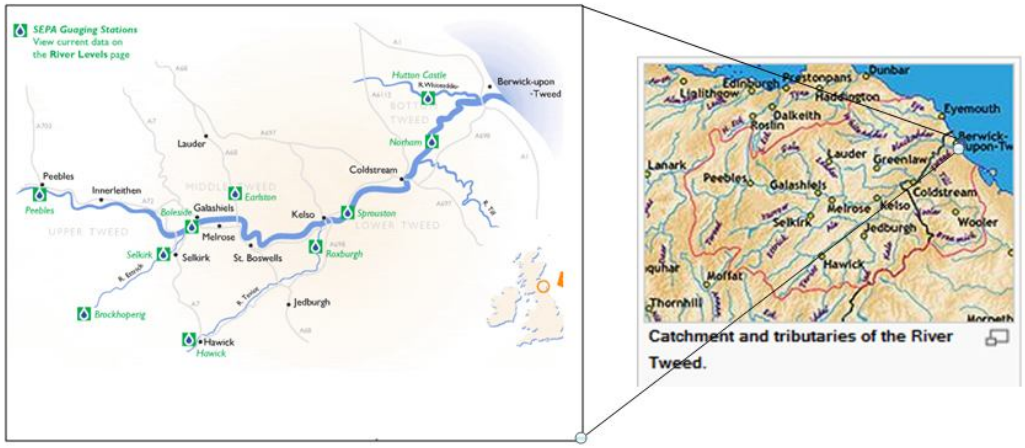
تحلیل حساسیت

تعدد و تنوع متغیرهای ورودی در الگوهای رایانه‌ای سبب پیچیدگی آن می‌شود و لذا مسئله ساده‌سازی الگو، حائز اهمیت است (اصل اسماک). این مهم با شناسایی متغیرهای ضروری و کنارگذاشتن متغیرهای غیرضروری در قالب تحلیل حساسیت بررسی می‌شود. اندازه‌های حساسیت میزان اهمیت متغیرهای ورودی را بیان می‌کند. تاثیر گذار یا بی‌تاثیر بودن متغیرها و نیز تقابل هر یک از آن‌ها با سایر متغیرها در مدیریت ریسک اهمیت دارد.

جدول 1- مشخصات پارامترهای ورودی الگو INCA-N

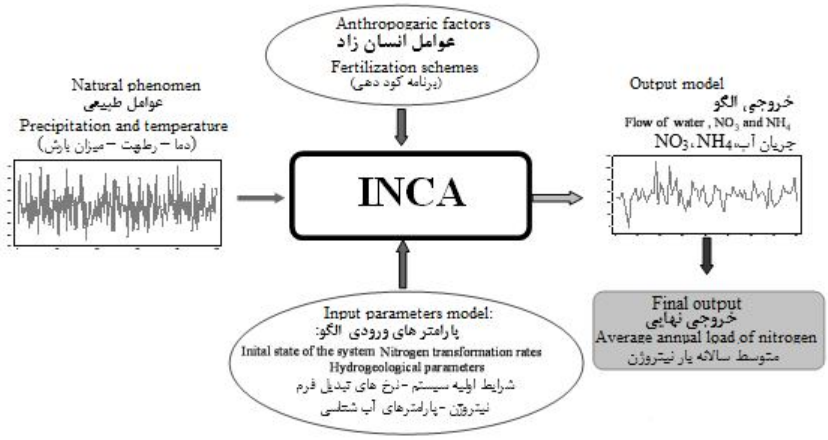
Table 1- properties of input parameters in the INCA-N model

گروه Groups	نام متغیر Variable name	واحد Unit	دامنه تغییرات Range
شرایط اولیه Initial condition	X_1: جریان سطحی Surface flow	m^3/s	[0 ،0/01]
	X_2 : نیترات سطحی Surface nitrate	mg N/l	[0 ،10]
	X_3 : آمونیوم سطحی Surface ammonium	mg N/l	[0 ،2]
	X_4 : حجم زه کش سطحی Surface drainage volume	m^3	[10^5 ،10^7 × 2]
	X_5 : جریان زیرسطحی Sub-surface flow	m^3/s	[0 ،0/01]
	X_6 : نیترات زیر سطحی Sub-surface nitrate	mg N/l	[0 ،10]
	X_7 : آمونیوم زیرسطحی Sub-surface ammonium	mg N/l	[0 ،2]
	X_8 : حجم زه کش زیرسطحی Sub-surface volume	m^3	[10^5 ،10^7 × 2]
متغیرهای نرخ تبادلات نیتروژنی Nitrogen transformation (rate)	X_9 : نیترات زدایی Denitrification	mol/day	[0 ،0/01]
	X_{10} : ثابت نیتروژن جو Nitrogen fixation	kg N/ha/day	[0 ،0/01]
	X_{11}: نیترات جذبی گیاهان Plant nitrate uptake	mol/day	[0 ،0/05]
	X_{12} : بیشنه نیترات جذبی Maximum nitrate uptake	kg N/ha/year	[80 ،140]
	X_{13} : معدنی سازی Mineralization	kg N/ha/day	[0 ،1]
	X_{14} : آلی سازی Immobilization	mol/day	[0 ،0/1]
	X_{15}: جذب آمونیوم گیاهی Plant ammonium uptake	mol/day	[0 ،0/05]
پارامترهای هیدرولوژیکی Hydro geological parameters	X_{16} : کمبود رطوبت خاک Soil moisture deficit	Mm	[100 ،170]
	X_{17} : زمان ماندگاری آب در خاک (Soil water residence time)	Day	[0/05 ،5]
	X_{18} : زمان ماندگاری آب زیرزمین Groundwater residence time	Day	[100 ،200]
	X_{19} : بیشترین حجم نگهداری آب در خاک Maximum soil retention time	M	[0/۱،۰۱]



شکل 1- موقعیت و شاخه‌های آبراهه‌ای رودخانه Tweed

Figure 1- Position and Tributaries of Tweed river



شکل 2 - شمای ساختار الگوی INCA-N

Figure 2- Structure of INCA-N Model

هزینه‌های: تحمیلی، نگهداری و کنترل متغیرها نیز تصمیم‌گیری را با چالش مواجه می‌سازند. ازاین‌رو برای تصمیم‌گیری بهتر، به‌ویژه درمواقع بحرانی، بایستی متغیرهای بااهمیت قابل کنترل و غیرقابل کنترل، کم‌اهمیت و بی‌اهمیت شناسایی شوند. لذا تحلیل حساسیت از دیدگاه مدیریتی موجب می‌شود تا تصمیمات از پشتوانه محکم و منطقی برخوردار باشند و نتایج حاصل از این تصمیم‌گیری نیز تا حد امکان بهینه شوند. می‌توان از آن به عنوان ابزاری برای کشف خطاهای فنی در الگو، شناسایی نواحی بحرانی متغیرهای ورودی، مشخص کردن اولویت بندی متغیرهای مورد بررسی و ساده سازی الگو نیز بهره گرفت (27 و 24). لذا تحلیل حساسیت الگوهای تعیینی رویکردی مهم در مدیریت و پژوهش تلقی می‌شود.

تحلیل حساسیت الگوهای رایانه‌ای از دیدگاه ریاضی عبارتست از "بررسی نوسانات متغیر پاسخ (خروجی) بر اثر تغییرات متغیرهای توضیحی (ورودی)" (28). این‌کار با روش‌ها و شاخص‌های حساسیت گوناگونی انجام می‌شود. روش واریانس مبنا توانایی‌های مناسبی در تحلیل حساسیت الگوهای خطی و غیرخطی دارد (27). این روش نخستین بار توسط کیوکر[1] شیمیدان و همکارانش مطرح شد (۴،۵،۶). شاخص‌های حساسیت این روش برمبنای امید ریاضی و واریانس شرطی بیان می‌شوند. شاخص‌های دیگری نیز در همین راستا باعنوان اندازه اهمیت ونسبت همبستگی معرفی شدند (33، 26، 25، 24، 16، 14، 11، 10، 8، 32 و 34). سُبُل (33) کارهای کیوکر را گسترش و به آن عمومیت بخشید و روش مونت کارلو- مبنا[2] را برای محاسبه اندازه حساسیت پیشنهاد داد. سالتلی و همکارانش (23) با معرفی شاخص‌حساسیت دیگری به نام اثر کل، گامی‌نو در این مسیر گذاشتند. از آن‌جا که زمان اجرای الگو، پارامتری مهم جهت انتخاب

1- Cuiker
2- Monte carlo- base

روش تحلیل حساسیت به‌شمار می‌رود، سالتلی (25) روش جدیدی را برای کاهش محاسبات روش مونت کارلو- مبنا پیشنهاد کرد. سالتلی و همکاران (26) پیشنهادی را برای کاهش هزینه محاسبات در همین راستا ارائه دادند.

شاخص های حساسیت

شاخص حساسیت مرتبه اول[1] (اثر اصلی)

یکی از راهکارهای اندارگیری حساسیت خروجی الگو نسبت به متغیرهای ورودی این است که تمامی متغیرهای ورودی بجز متغیر iام (X_i) ثابت باشند و تنها متغیر X_i مقادیر مختلفی روی دامنه تغییراتش اختیار نموده و خروجی الگو برای هر تنظیم محاسبه شود. طبیعتا اگر متغیر موردنظر یک عامل تاثیرگذار باشد، بایستی خروجی الگو با نوسانات شدیدی همراه باشد. این اندازه حساسیت از دیدگاه ریاضی به‌صورت رابطه (2) تعریف می‌شود.

$$V_i = V_{X_i}(E_{X\sim i}(Y \mid X_i)) \quad (2)$$

که $X_{\sim i}$ نشان دهنده تمام عوامل به جز X_i است. عملگر E در عبارت $V_{X_i}(E_{X\sim i}(Y \mid X_i))$ ، امیدریاضی Y را وقتی که فقط عامل X_i ثابت باشد اندازه گیری می‌کند. پراش این مقادیر توسط عملگر واریانس V به ازای تمام مقادیر ممکن X_i محاسبه می‌شود. میزان حساسیت خروجی الگو نسبت به پارامتر ورودی iام با تقسیم این کمیت بر واریانس Y مطابق رابطه (3) تعیین می‌شود.

$$S_i = \frac{V(E(Y \mid X_i))}{V(Y)} \qquad 0 \le S_i \le 1 \quad (3)$$

هر چه میزان اهمیت متغیر X_i بیشتر باشد، مقدار S_i به یک نزدیکتر خواهد بود و بالعکس اگر متغیر مورد بررسی بی‌اهمیت یا کم‌اهمیت باشد آنگاه S_i به صفر میل خواهدکرد. این شاخص، یک کمیت بدون مقیاس است که آن را شاخص حساسیت مرتبه اول یا اثر اصلی X_i می‌نامند(22). می‌توان شاخص حساسیت مرتبه دوم را به‌طور مشابه با ثابت نگه داشتن تمامی متغیرهای به جز دو متغیر X_i و X_j مطابق رابطه(4) اندازه گیری نمود.

$$S_{ij} = \frac{V_{ij}}{V(Y)} = \frac{V(E(Y \mid X_i, X_j))}{V(Y)} - S_i - S_j \quad (4)$$

که $V(E(Y|X_i,X_j))$ اندازه اثر توام X_j و X_i بر خروجی الگو (Y) است. شاخص حساسیت مراتب بالاتر را به‌همین منوال بیان می‌شود. اهمیت شاخص‌های حساسیت مراتب بالا زمانی مطرح می‌شوندکه اثر متقابل بین متغیرهای مورد بررسی موجود باشد و نتوان حساسیت خروجی الگو را تنها با شاخص حساسیت مرتبه اول تبیین کرد. ثابت می‌شود که مجموع تمامی اثرات مرتبه اول، دوم و مراتب بالاتر از نظر ریاضی برابر با یک است (رابطه 5).

$$1 = \sum_{i=1}^{k} S_i + \sum_{1\le i< j \le k}^{k} S_{ij} + \ldots + S_{1,2,\ldots,k} \quad (5)$$

این بدان معنی است که اگر مجموع اثرات اصلی متغیرها برابر با یک باشد ($\sum_{i=1} S_i = 1$)، آنگاه اثرات متقابل دیگری بین متغیرهای الگو وجود نخواهد داشت و الگو، جمعی[2] خواهد بود. اگر $\sum_{i=1} S_i < 1$ ، بدین معنا است که اثر متقابل بین متغیرها وجود دارد که الگو را در این حالت غیر جمعی می‌گویند. شایان ذکر است که هزینه محاسباتی اثرات متقابل ورودی‌های الگو با افزایش تعداد ورودی‌ها، به‌صورت نمایی افزایش می‌یابد و پیچیدگی الگو دوچندان می‌شود. لذا محاسبه شاخص‌های حساسیت مرتبه دوم، سوم و مراتب بالاتر در عمل مقرون به صرفه نیست. از این‌رو بسیاری از محققین به‌دنبال شاخص جایگزینی بودند که علاوه بر کاهش هزینه محاسباتی حاوی اطلاعات مفیدی درباره اثرات متقابل باشد. سرانجام هما و سالتلی (8) شاخصی را تحت عنوان شاخص‌حساسیت کل یا اثرکل معرفی نمودند.

شاخص حساسیت کل[3]

ایده اصلی این شاخص مانند شاخص حساسیت مرتبه اول است. تمامی متغیرهای ورودی در این حالت به جز X_i ، یعنی $X_{\sim i}$ را بر روی دامنه تغییراتشان تغییر می‌کنند و خروجی الگو محاسبه می‌شود. حال قادریم تمامی اثراتی که متغیر iام در آن دخالت دارد را با اندازه‌گیری نوسانات خروجی الگو محاسبه کنیم. این شاخص را شاخص حساسیت کل می‌نماند و آن‌را با نماد S_T نشان می‌دهند. به‌عنوان مثال اگر خروجی الگو تابعی از 3 متغیر باشد، آن‌گاه اثر کل X_1 به صورت $S_{T_1} = S_1 + S_{12} + S_{13} + S_{123}$ تعریف می‌شود. بنیان ریاضی این اندازه مطابق ذیل است.

می‌توان $V(E(Y \mid X_{\sim i}))$ را با تعاریف قبلی به عنوان اثر مرتبه اول $X_{\sim i}$ در نظر گرفت. لذا عبارت $E(V(Y \mid X_{\sim i}) = V(Y) - V(E(Y \mid X_{\sim i}))$ دربرگیرنده تمام اثراتی است که به نوعی متغیر X_i در آن مشارکت دارد. شاخص حساسیت کل با تقسیم کردن طرفین این رابطه بر V(Y)، مطابق رابطه (6) معرفی می‌شود.

$$S_{T_i} = 1 - \frac{V(E(Y \mid X_{-i}))}{V(Y)} \quad (6)$$

می‌توان اثرات بین متغیر X_iو سایر متغیرهای ورودی را با استفاده از اثر کل و اثر اصلی اندازه‌گیری کرد. محاسبه تفاضل

1- First order sensitivity index

2- Additive

3- Total sensitivity index

S_{T_i} - S_i برای این منظور کافی است. اثرات اصلی و کل برای همه متغیرهای ورودی براساس تعاریف ریاضی انتگرال هایی چند بعدی از تابع تحت بررسی $Y = f(X_1, X_2, ..., X_k)$ هستند. از طرف دیگر رابطه بین خروجی و ورودی‌های این تابع بسیار پیچیده بوده و شامل تعداد زیادی از دستگاه های معادلات دیفرانسیل است که یک جعبه سیاه محسوب می‌شود. لذا دو مشکل اساسی در محاسبه شاخص‌حساسیت مرتبه اول و کل وجود دارد

بعد فضای انتگرال‌گیری بسیار بالا است.

رابطه ریاضی ورودی- خروجی (f) به طور صریح معلوم نیست.

این مشکلات سبب طرح مسئله تقریب انتگرال‌ها و در نتیجه برآورد شاخص‌های حساسیت می‌شود

الگوریتم برآورد شاخص مرتبه اول و شاخص کل

هزینه محاسبات با افزایش تعداد متغیرهای ورودی، به‌صورت نمایی افزایش می‌یابد و برآورد شاخص‌های حساسیت با چالشی دوچندان مواجه می‌شود. از اینرو سالتلی راهکار زیر را برای کاهش این هزینه‌ها ارائه کرده است (25).

ماتریسی به ابعاد $(N, 2k)$ از اعداد تصادفی تولید و دو ماتریس A و B را که هر کدام شامل نیمی از نمونه‌های تولید شده هستند در نظر می‌گیریم. در اینجا، k تعداد متغیرهای ورودی الگو و N حجم نمونه تصادفی است. پیشنهاد سبل، استفاده از اعداد شبه تصادفی[1] برای شبیه‌سازی است (32). دنباله‌های اعداد شبه‌تصادفی فضای متغیرهای ورودی را کاوش نموده و از دقت و سرعت همگرایی بالایی برخوردار هستند (14، 15، 26).

ماتریس‌های جدید C_i را با ترکیب دو ماتریس A و B می‌سازیم. ماتریس C_i ، همان ماتریس B است که ستون iام آن که برگرفته از ستون i- ام ماتریس A است.

خروجی الگو را برای تمام سطرهای ماتریس‌های A، B، C_1 .... و C_k محاسبه می‌کنیم تا بردارهای خروجی N تایی $y_A = f(A)$, $y_B = f(B)$ و $y_{c_i} = f(C_i)$ به ازای $i = 1,...,k$ به دست آیند. برآورد شاخص حساسیت مرتبه اول و کل هر یک از متغیرهای الگو مطابق روابط (7) و (8) بیان می‌شوند.

$$\hat{S}_i = \frac{\hat{V}(E(Y \mid X_i))}{\hat{V}(Y)} = \frac{(1/N) y_A . y_{C_i} - f_0^2}{(1/N) y_A . y'_A - f_0^2} = \frac{(1/N)\sum_{j=1}^{N} y_A^{(j)} . y_{C_i}^{(j)} - f_0^2}{(1/N)\sum_{j=1}^{N} \left(y_A^{(j)}\right)^2 - f_0^2} \quad (7)$$

$$\hat{S}_{T_i} = 1 - \frac{\hat{V}(E(Y \mid X_{\sim i}))}{\hat{V}(Y)} = 1 - \frac{(1/N)\sum_{j=1}^{N} y_B^{(j)} . y_{C_i}^{(j)} - f_0^2}{(1/N)\sum_{j=1}^{N} \left(y_A^{(j)}\right)^2 - f_0^2} \quad (8)$$

که $f_0^2 = \hat{E}^2(Y) = (1/N \sum_{j=1}^{N} y_A^{(j)})^2$ است.

6-2 بررسی عدم قطعیت در پیش‌بینی‌ها

از آن‌جا که برآورد شاخص حساسیت مبتنی بر نمونه‌های تصادفی $S_1, ..., S_k$ است. لذا با تکرار نمونه‌گیری برآوردهای جدیدی برای شاخص‌های حساسیت به‌دست می‌آید. بنابراین ضروری است تا مساله میزان اطمینان شاخص حساسیت توسط فاصله اطمینان $100(1-\alpha)\%$ برآورد شود (α ضریب اطمینان). فنون متفاوتی برای این منظور پیشنهاد شده که در این پژوهش از روش بوت استرپ[2] استفاده شده است (1). فاصله اطمینان بوت استرپی برای اثر اصلی و اثرکل متغیر X_i در این روش مطابق روابط 9و 10 است.

$$\hat{S}_i \pm 1.96 \times \sqrt{\frac{1}{B-1}\sum_{b=1}^{B}\left(S_i^b - S_i^{*b}\right)^2} \quad (9)$$

$$\hat{S}_{Ti} \pm 1.96 \times \sqrt{\frac{1}{B-1}\sum_{b=1}^{B}\left(S_{Ti}^b - S_{Ti}^{*b}\right)^2} \quad (10)$$

که در آن $\hat{S}_i$ و $\hat{S}_{T_i}$ برآورد شاخص حساسیت مرتبه اول و کل در نمونه اولیه، B تعداد نمونه‌های باجایگذاری، S_i^b و S_{Ti}^b برآورد اثر اصلی و کل در نمونه با جایگذاری b-ام، $S_i^{*b} = \frac{1}{B-1}\sum_{b=1}^{B} S_i^b$ و $S_{Ti}^{*b} = \frac{1}{B-1}\sum_{b=1}^{B} S_{Ti}^b$ است.

نتایج و بحث

هدف این بررسی حذف متغیرهای غیرضروری در الگوی نیتروژن INCA-N با تحلیل حساسیت واریانس مبنا به کمک روش مونت کارلو و اعداد شبه‌تصادفی است. تعداد متغیرهای مورد بررسی الگو 7 عدد است که باید با روش تحلیل حساسیت کاهش یابند (جدول 1). ابتدا حجم نمونه بهینه بشرح ذیل تعیین و سپس تحلیل حساسیت و

1- Quasi-random numbers

2- Bootstrap

کاهش تعداد متغیرهای الگو انجام شد.

حجم نمونه اولیه و بهینه :

روش مونت کارلو با حجم نمونه اولیه 10000 برای تحلیل حساسیت و کاهش متغیرهای غیرضرور الگو INCA-N استفاده شد. هزینه محاسبات (تعداد اجراهای الگو) برابر $N \times (k+2) = 10000 \times 9$ است. نقاط آزمایش روش مونت کارلو با دنباله شبه‌تصادفی در نرم افزار R با استفاده از بسته randtoolbox تولید شد. امکان برآورد شاخص‌های حساسیت در حجم نمونه‌های کمتر از نمونه اولیه بدون اجرای دوباره الگو با اعداد شبه‌تصادفی مقدور است. لذا روند همگرایی مقادیر برآورد شده شاخص‌های حساسیت در حجم نمونه‌های پایین‌تر نیز قابل دستیابی است. شکل (3) روند همگرایی اثر اصلی و اثر کل متغیر "میزان جذب نیترات توسط گیاهان[1]" (X_{11}) را به عنوان نمونه نشان می‌دهد. برآورد اثر اصلی و اثر کل متغیر میزان جذب نیترات توسط گیاهان در حجم نمونه 4000 پایدار می‌شود. مقدار همگرایی اثر کل X_{11} حدود 0/50 و اثر اصلی برابر با 0/45 است. این مقادیر نشان از موثر بودن این متغیر در خروجی الگو دارند. سایر متغیرهای مورد بررسی نیز از نظر پایداری رفتار مشابه این متغیر داشتند (جدول 2). نتیجه اینکه حجم نمونه بهینه برابر 4000 است و تحلیل حساسیت با این حجم انجام می‌شود.

نتایج تحلیل حساسیت با حجم نمونه بهینه

فرآیند شبیه‌سازی 50 بار برای بررسی عدم قطعیت برآوردها تکرار شد. شاخص‌های حساسیت متغیرهای ورودی در هر تکرار برآورد شد که نتایج با فاصله اطمینان بوت استرپی و در جدول (2) و شکل‌های (4) و (5) آمده است. متغیرهای تاثیرگذار و ضروری در الگو براساس شاخص‌های حساسیت و نتایج به‌دست آمده در جداول (2) و (3) مشخص شدند که به‌ترتیب اهمیت بشرح زیر است:

1. "میزان جذب نیترات توسط گیاهان ". میانگین اثر اصلی و اثرکل این متغیر به ترتیب 0/44 و 0/49 است. اختلاف اثرکل و اثر اصلی 0/051 است که نشان می‌دهد این عامل اثر متقابل زیادی با سایر متغیرهای ورودی الگو ندارد. همچنین انحراف معیارهای آن‌ها به‌ترتیب 0/059 و 0/26 است (جدول 2).
2. "نرخ نیترات زدایی". میانگین و انحرف‌معیار اثر اصلی این متغیر به‌ترتیب 0/189 و 0/247، این معیارها برای اثر کل 0/248 و 0/366 است (جدول 2). میزان اثر متقابل این متغیر با سایر ورودی‌های الگو بسیار ناچیز و برابر 0/059 است.
3. " آلی‌سازی[2]". میانگین و انحرف‌معیار اثر اصلی در متغیر آلی‌سازی به‌ترتیب 0/182و 0/787 و مقادیر این معیارها برای شاخص حساسیت کل برابر 0/227 و 0/373 است (جداول 2و3). میزان اثر متقابل این عامل با سایر ورودی‌های الگو برابر 0/045 است که حاکی از اثر متقابل بسیار ناچیز دارد.
4. "نرخ معدنی‌سازی". میانگین و انحرف‌معیار اثر اصلی برای این متغیر به‌ترتیب 0/072و 0/268 و این معیارها برای اثرکل به‌ترتیب برابر با 0/106 و 0/391 است (جدول 2). میزان اثر متقابل این عامل با سایر ورودی‌های الگو بسیار ناچیز و برابر 0/034 است (جدول3).

میانگین اثر اصلی متغیرهای تثبیت نیتروژن هوا[3]، برداشت آمونیاک توسط گیاه[4] و بیشینه برداشت نیتروژنی[5] به ترتیب برابر با 0/01- ، .0029/- و 0/01- و میانگین اثر کل برابر 0/003، 0/019 و 0/026 است. مقادیر شاخص‌های حساسیت این سه متغیر بسیار کوچک و نزدیک صفر می‌باشد.

بنابرمطالب فوق، بار نیتروژن ورودی به آب رودخانه نسبت به این سه متغیر حساسیتی نداشته (غیرضروراند) و می‌توان آن‌ها را از الگو کنار گذشت. نتایج جدول (2) نشان می‌دهد که نسبت شاخص‌های حساسیت میزان جذب نیترات توسط گیاهان به نیترات‌زدایی و آلی سازی به ترتیب حدود (2/35 - 1/99)، (2/43- 2/18) برابر و نسبت به نرخ معدنی‌سازی (6/18- 4/67) برابراست. درنتیجه اهمیت متغیر جذب نیترات توسط گیاهان تقریبا دو برابر متغیرهای نیترات‌زدایی و آلی سازی است. این نسبت برای نرخ معدنی‌سازی بیش از چهار برابر است. همچنین نسبت اهمیت نرخ نیترات زدایی و آلی‌سازی به معدنی سازی به ترتیب حدود (1/09- 1/03) و (2/33 - 1/9) برابر است. لذا اهمیت معدنی‌سازی از سه متغیر دیگر کمتر است و می‌توان در شرایط بحرانی این متغیر را نیز از الگو کنار گذاشت. بنابراین تعداد متغیرهای ضروری که چهار عدد به‌دست آمد قابل کاهش به سه متغیر در شرایط بحرانی است. نمودار فاصله اطمینان بوت استرپی شاخص‌های حساسیت برآوردی هر متغیر برای درک بهتر ترسیم شده است (اشکال 4و5). اشکال (4) و (5) نیز نتایج و مطالب بیان شده در جداول را تایید می‌کند. کوتاه بودن طول فاصله اطمینان حاکی از دقت بالا و نوسانات کم (واریانس) برآوردها دارد.

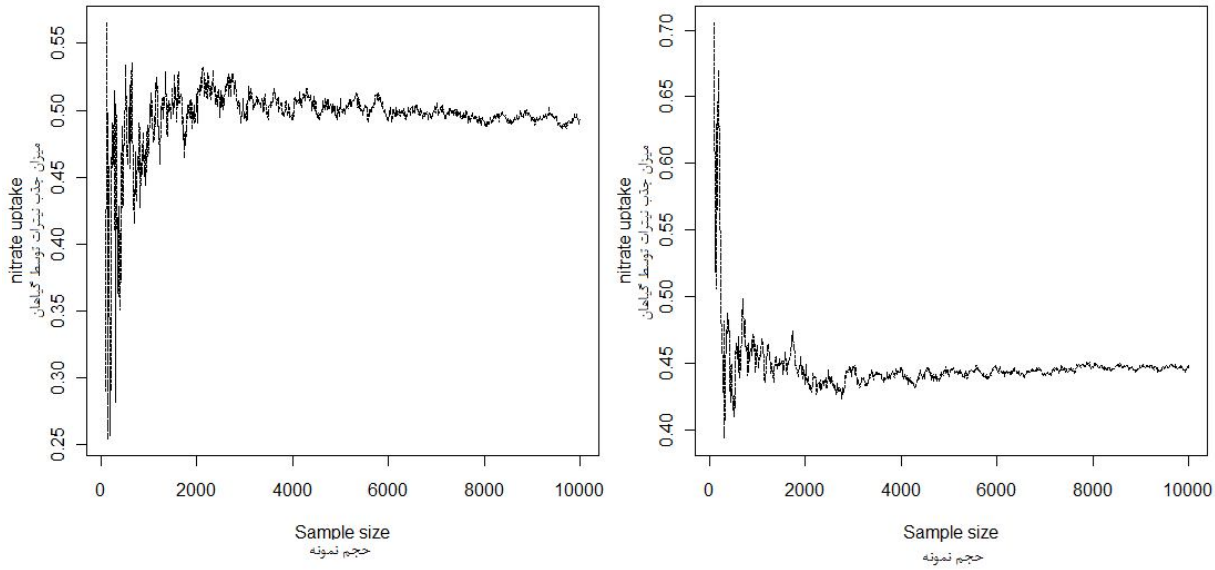
نتیجه‌گیری

هدف مقاله حاضر کاهش متغیرهای ورودی الگوINCA-N با

1- Plant nitrate uptake

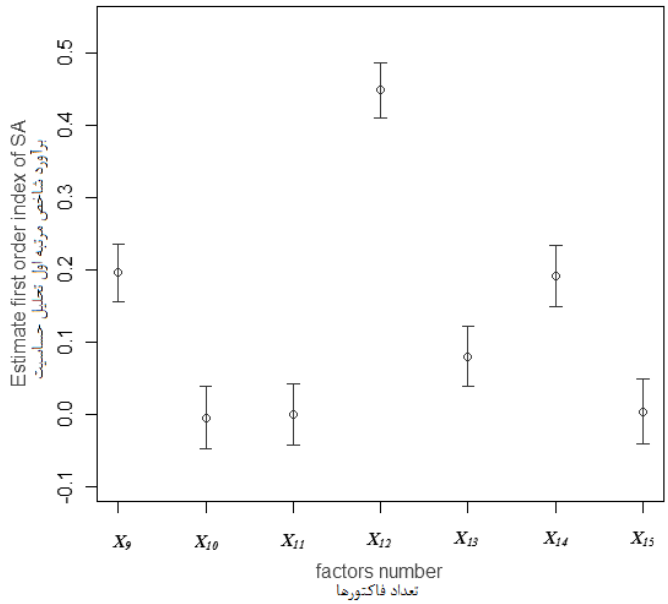
2- Immobilization
3- Nitrogen fixation
4- Plant ammonium uptake
5- Max nitrate uptake

روش تحلیل حساسیت واریانس مبنا و به‌کارگیری شاخص‌های حساسیت مرتبه اول و کل بود. منطقه مورد مطالعه و اطلاعات مربوطه از حوضه آبریز رودخانه توید اخذ شده است. تعداد متغیرهای اولیه الگو برابر 7 است. شاخص‌های حساسیت واریانس- مبنا با روش مونت کارلو مبنا و اعداد شبه‌تصادفی برآورد شد تا امکان شناسایی متغیرهای ضروری و غیرضروری بر میزان بار نیتروژن ورودی به آب رودخانه فراهم گردد. اگر شاخص حساسیت اصلی (اثر اصلی) به یک نزدیکتر باشد میزان اهمیت متغیر مورد بررسی بیشتر و بالعکس هرچه مقدار این شاخص به صفر نزدیکتر باشد عامل مورد بررسی غیرضروری خواهد بود. میانگین برآوردی این شاخص برای متغیرهای "میزان جذب نیترات توسط گیاهان"، "نرخ نیترات‌زدایی"، "آلی‌سازی" و "معدنی‌سازی" به‌ترتیب برابر 0/44، 0/189، 0/182 و 0/072 است.



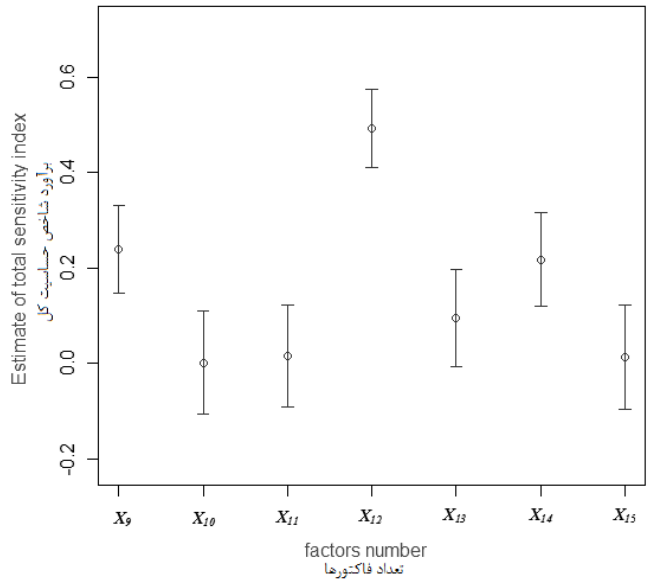
شکل 3- روند همگرایی اثر اصلی (سمت راست) و اثر کل (سمت چپ) در متغیر X_{10}

Figure 3- convergence trend of main effect (Right side) and Total effect (left side) variable X_{10}



شکل 4- فاصله اطمینان 95% اثر اصلی متغیرهای الگو INCA-N در نمونه به حجم 4000

Figure 4- 95% Confidence Interval of Main Effect INCA-N Variables In sample Size 4000



شکل 5- فاصله اطمینان 95% اثر کل متغیرهای الگو INCA-N در نمونه به حجم 4000

Figure 5- 95% Confidence Interval of Total Effect INCA-N Variables In sample Size 4000

جدول 2- کران‌های بالا و پایین (فاصله اصمینان استراپی) متغیرهای الگو INCA-N در حجم نمونه 4000

Table 2- Confidence interval (Bootstrap) of variables of INCA-N in sample size 4000

رتبه متغیر Rank of variable	متغیر Variable	اثر اصلی Main effect			اثر کل Total effect		
		کران پایین LCL	میانگین Mean	کران بالا UCL	کران پایین LCL	میانگین Mean	کران بالا UCL
2	نیترات زدایی (X_9) Nitrification	0.0701	0.1896	0.3084	-0.0145	0.2489	0.5123
7	ثابت نیتروژن جو (X_{10}) Nitrogen Fixation	-0.1478	-0.0106	-0.0106	-0.3051	0.0043	0.3138
1	نیترات جذبی گیاهان (X_{11}) Plant nitrate uptake	0.323	0.4453	0.4453	0.2492	0.4961	0.743
6	بیشنه نیترات جذبی (X_{12}) Maximum nitrate uptake	-0.1426	-0.01	-0.01	-0.2756	0.0266	0.3298
4	معدنی سازی (X_{13}) Mineralization	-0.0684	0.0725	0.0725	-0.1937	0.1059	0.4056
3	آلی سازی (X_{14}) Immobilization	0.061	0.1826	0.1826	-0.0472	0.2272	0.5017
5	جذب آمونیوم گیاهی (X_{15}) Plant ammonium uptake	-0.1404	-0.004	-0.004	-0.2874	0.0189	0.3253

جدول 3- اثرات متقابل متغیرهای تاثیرگذار با سایر متغیرها

Table 3- Interaction of variable with other variable

نام متغیر Name	جذب توسط گیاهان Plant nitrate uptake	نرخ نیترات زدایی Nitrification rate	آلی سازی Immobilization	نرخ معدنی‌سازی Mineralization
اثرات متقابل با سایر متغیرها Interaction effect	0.051	0.04	0.044	0.023

مقادیر این شاخص برای سه متغیر نیتروژن هوا، برداشت آمونیاک توسط گیاه و ماکزیمم برداشت نیتروژنی نزدیک به صفر بوده و این متغیرها غیرضروری هستند (جداول 2 و 3). از این‌رو می‌بایست برای کنترل نیتروژن ورودی به آب رودخانه ابتدا میزان جذب نیترات توسط

گیاهان، سپس نرخ نیترات زدایی، آلی‌سازی و در نهایت نرخ معدنی‌سازی مورد توجه و کنترل قرار گیرند. رابطه میزان بار نیتروژن ورودی به آب رودخانه با متغیرهای 1 تا 3 رابطه معکوس (هرچه میزان عوامل مذکور بیشتر باشد نیتروژن ورودی به آب رودخانه کمتر) و با نرخ معدنی‌سازی رابطه مستقیم (هرچه مقدار معدنی‌سازی کمتر باشد نیتروژن ورودی به آب رودخانه کمتر) است. اثرکل متغیرهای مذکور به ترتیب برابر 0/49، 0/248، 0/227 و 0/106 است. مجموع اثرات اصلی متغیرها برابر 0/89 است که نشان می‌دهد 0/11 اثرات متقابل بین متغیرها (تفاوت اثرکل و اثر اصلی) وجود دارد. اثرمتقابل میزان جذب نیترات توسط گیاهان با سایر متغیرهای برابر 0/05، متغیر نرخ نیترات زدایی 0/059، آلی‌سازی 0/045 و معدنی‌سازی 0/034 است. نتایج نشان داد که حضور چهار متغیر به دلیل داشتن مقادیر بیشتر اثراصلی و اثرکل در مقایسه باسایر متغیرهای در الگو ضروری هستند. بررسی اثر متقابل متغیرها نیز نشان داد که اثرات متقابل بین این متغیرها ناچیز و حداکثر 0/059 بود. لذا متغیرها، اثرمتقابل قابل توجه‌ای نیز ندارند و قابل چشم‌پوشی است (جدول 3). شاهسونی و گریموال در این راستا و تنها با برآورد اثراصلی نشان دادند مهمترین عوامل تاثیرگذار بر میزان بار نیتروژن ورودی به آب رودخانه به‌ترتیب عبارتنداز: میزان جذب نیتروژن توسط گیاهان، آلی‌سازی، نرخ نیترات‌زدایی و معدنی‌سازی (31). متغیرهای میزان جذب نیتروژن توسط گیاهان، نرخ نیترات‌زدایی، آلی‌سازی و معدنی‌سازی در هردو پژوهش ضروری تشخیص داده شدند. اما اولیت‌بندی اهمیت متغیرهای بین متغیر دوم و سوم (نرخ نیترات‌زدایی، آلی‌سازی) در دو پژوهش متفاوت است. علت رخداد این اختلاف در انتخاب حجم نمونه اولیه، نداشتن حجم نمونه بهینه در تحقیق شاهسونی و گریموال است. در واقع این محققین بدون در نظر گرفتن مسئله پایایی شاخص‌های حساسیت و انتخاب حجم نمونه مناسب، تحلیل حساسیت مدل INCA-N را تنها با محاسبه اثر اصلی و حجم نمونه برابر 9000 انجام دادند. همچنین شرایط بحرانی می‌توان متغیر آلی سازی را حذف کرد. زیرا میزان جذب نیترات توسط گیاهان، تقریبا دو برابر نیترات سازی، آلی سازی و حدود 5 برابر متغیر معدنی‌سازی است. یعنی متغیر معدنی‌سازی اهمیت کمتری نسبت به سه متغیر دیگر دارد (شکل‌های 5 و 6). بنابراین می‌توان الگو INCA-N را تابعی با حداکثر چهار متغیر و حداقل 3 در نظر گرفت. اینکار موجب صرفه‌جو در وقت و هزینه می‌شود.

منابع

1- Archer G.E.B. Saltelli A., and Sobol I.M. 1997. Sensitivity Measures, Anova-Like Techniques and the Use of Bootstrap. Statistical Computation. 58: 99-120.
2- Bhattacharrya K.G., and Gupta S.S. 2006. Pb (II) uptake by kaolinite and montmorillonite in aqueous medium: Influence of acid activation of the clays. Colloids Surface. 277:191-200.
3- Campolongo F., Cariboni J., and Saltelli A. 2007. An effective screening design for sensitivity analysis of large models. Environmental Modelling and Software. 22:1509–1518.
4- Cuiker R.I., Schaibly J.H., Schuler A.G. 1975. Study of the Sensitivity of coupled Reaction System to Uncertainties in Rate Coefficient. III Analysis of the Approximations. Chemical Physics. 63:1140–1149.
5- Cukier R.I., Fortuin C.M., Schuler K.E., Petschek A.G., and Schaibly J.H. 1973. Study of the sensitivity of coupled reaction systems to uncertainties in rate coefficients in theory. Chemical Physics. 59: 3873–3878.
6- Cukier R., Levine H., and Shuler K. 1978. Nonlinear sensitivity analysis of multiparameter model systems, Computational Physics. 26:1–42.
7- Helton J.C., Johnson J.D., Salaberry C.J., Storlie C.B. 2006. Survey of sampling based methods for uncertainty and sensitivity analysis. Reliability Engineering and System Safety. 91:1175–1209.
8- Homma T., and Saltelli. A. 1996. Importance measures in global sensitivity analysis of nonlinear models. Reliability Engineering and System Safety. 52:1-17.
9- Hornberger G., and Spear, R. 1981. An approach to the preliminary analysis of environmental systems. Environmental Management. 7: 7–18.
10- Iman R., and Hora S. 1990. A robust measure of uncertainty importance for use in fault tree system analysis. Risk Analysis. 10(3):401–403.
11- Ishigami T., and Homma T. 1996. An importance qualification technique in uncertainty analysis for compute models, in: Proceedings of the Isuma '90. First International Symposium on Uncertainty Modelling and Analysis, University of Maryland, 3–5 December.
12- Jarvie H. P., Wade A.J., Butterfield D., Whitehead P.G., Tindall C. I., Virtue, W.A., Dryburgh W. and McCraw A. 2002. Modelling nitrogen dynamics and distributions in the River Tweed, Scotland: an application of the INCA-N model, Hydrol. Earth Sys. Sci. 6:443-453.
13- Karaivanova A., Dimov I., and Ivanovska S. 2000. A Quasi-Monte Carlo Method for Integration with Improved Convergence.
14- Krzykacz-Hausmann B.1990. Gesellschaft fuer Reaktor Sicherheit (GRS) MbH. Technical Report GRS-A-1700,

Garching.

15- Levy G., An introduction to quasi-random numbers. 2002. NAG Ltd, Oxford, UK
16- McKay M., 1996. Variance-based methods for assessing uncertainty importance in nureg-1150 analysis. Technical Report LA-UR-96-2695, 1, Los Alamos Laboratories.
17- Medici C., Bernal S., Butturini A., Sabater F., Martin M., Wade A.J., and Frances F. 2010. Modelling the inorganic nitrogen behaviour in a small Mediterranean forested catchment, Fuirosos (Catalonia). Hydrology and Earth System Sciences. 14 (2):223-237.
18- Mishra P.C., and Patel R.K. 2009. Use of agricultural waste for the removal of nitrate- nitrogen from aqueous medium. Environmental Management. 90:519-522.
19- Morris M.D. 1991. Factorial sampling plans for preliminary computational experiments. Technometrics. 33:161–174.
20- Ozturk N., and Ennil Kose T. 2008. A kinetic study of nitrite adsorption onto sepiolite and powdered activated carbon. Desalination. 223:174-179.
21- Ranzin M., Forti M.C., Whitehead P.G., Arcova F.C.S., Cicco V.de and Wade A.J. 2007. Integrated Nitrogen Catchment model (INCA-N) applied to a tropical catchment in the Atlantic Forest, Sao Paulo, Brazil. Hydrology and Earth System Sciences. 11(1):pp.614-622.
22- Saltelli A., Sobol' IM., 1995. About the use of rank transformation in sensitivity analysis model. Reliable Eng Syst. Saf. 50:225–39.
23- Saltelli A, Tarantola S, Chan K. A. 1999. quantitative model-independent method for global sensitivity analysis of model output, J. of Technometrics. 41(1).
24- Saltelli A., Andres T.H. Homma, T. 1993. Some new techniques in sensitivity analysis of model output. Comput. Statist. Data Anal. 15:211–238.
25- Saltelli, A. 2002. Sensitivity Analysis for Importance Assessment. Risk Analysis. 22:3.
26- Saltelli A., Annoni P., Azzini I., Campolongo F., Ratto M., Tarantola S., 2010. Variance based sensitivity analysis of model output. Design and estimator for the total sensitivity index, J. Computer Physics Communications. 181:259–270.
27- Saltelli A., Ratto M., Andres T., Campolongo F., Cariboni J., Gatelli D., Saisana M., Tarantola S. 2008. Global sensitivity analysis The Primer. John Wiley & Sons Ltd. 1.
28- Saltelli A., Sobol' I.M. 1995. About the use of rank transformation in sensitivity analysis of model output Reliability Engrg. Syst. Safety. 50:225–239.
29- Saltelli A., Tarantola S., Campolongo F., Ratto M., 2004. Sensitivity Analysis in Practice. John Wiley & Sons Ltd. 1.
30- Santner T.J., Williams B.J., Notz W. I. 2003. The Design and Analysis of Computer Experiments. Springer, New York . 1.
31- Shahsavani D., Grimvall A. 2011. Variance-based sensitivity analysis of model outputs using surrogate models. Environmental Modelling and Software. 26(6): 723-730.
32- Sobol I.M. 1998. On quasi-Monte Carlo integrations. Mathematics and Computers in Simulation. 47, 103±112.
33- Sobol I. M. 1993. Sensitivity analysis for non-linear mathematical models. Mathematical Modelling and Computational Experiment. 1:407–414. English translation of Russian original paper Sobol' (1990).
34- Tarantola S. Gatellia D., Mara T. A. 2006. Random balance designs for the estimation of first order global sensitivity indices. Reliability engineering and system safety. 91(6):717-727.
35- Wade A. J., Durand P., Beaujouan V., Wessel W. W., Raat K. J., Whitehead P. G., Butterfield D., Rankinen K., Lepisto A. 2002. A nitrogen model for European catchments: INCA-N, new model structure and equations. Hydrology and Earth System Sciences. 6:559-582.
36- Whitehead P. G., Wilson E. J., Butterfield D. 1998a. A semi-distributed nitrogen model for multiple source assessments in catchments (INCA-N): Model structure and process equations. Science of the Total Environment. 210/211:547-558.
37- Whitehead P., Butterfield, D. and Wade, A. 2008. Potential impacts of climate change on river water quality, Environment Agency, Science Report – SC070043/SR1.
38- Whitehead., P. 2007. A Water Quality Modelling Study of Roşia Montană and the Abrud, Aries and Mures River Systems: Assessing Restoration Strategies and the Impacts of Potential Pollution Events model systems, Computational Physics. 26:1–42.
39- Xing X., Gao B., Yue Q., and Zhong Q.Q., 2010. Preparation of agricultural by-product based anion exchanger and its utilization for nitrate and phosphate removal. Bioresource Technology. 101: 8558-8564.

Journal of Water and Soil
Vol. 31, No. 2, May.-Jun. 2017, p. 359-371

نشریه آب و خاک (علوم و صنایع کشاورزی)
جلد 31، شماره 2، خرداد – تیر 1396، ص. 371-359

Reduction of variable nitrogen river water loading model by variance based sensitivity analysis, Case Study: Tweedriverbasin

M. Janfada[1*]- D. Shahsavani[2]
Received: 05-08-2014
Accepted: 21-01-2015

Introduction: The nitrogen cycle may be affected by chemical fertilization and industrial waste water. Nitrate can affect the human body through water and food, which can be transformed into nitrate and nitrosamine as a threat for humans and aquatic life. Therefore, detecting the influential elements and factors on this cycle, are essential from the environmental protection point of view. Many of scientists utilize mathematical models for these kind of problems. These models encompass linear and nonlinear differential equations that aresolved by numerical computer cods. The numerical codes are called “Deteministic computer models”, and running the model with different input values is called a computer experiment. One of the most famous models for the estimation of nitrogen river load is INCA-N (Integrated Nitrogen in Catchments).

Materials and Methods: INCA-N is a semi-distributed, process-based deterministic model of the flow of water and nitrogen through catchments. It simulates the key factors and processes that affect the amount of NO_3 and NH_4 stored in the soil and groundwater systems, and it feeds the outputs from these systems into a multi-reach river model. INCA-N has different input variables, thus detection of inactive variables of INCA-N is important. Because of reducing the input variables and simplifying of model, sensitivity analysis methods are used.

Sensitivity analysis involves sampling based, screening based and monte-carlo based and variance based method. Variance based method, which us used in this paper, detectsthe important variable and interaction effects. The main effect (first-order index) and total effect are most popular and important indices in variance based sensitivity analysis. These indices are multiple integrals based on the concepts of conditional mathematical expectation and conditional variance.The first-order index represents the main effect contribution of each input factor to the variance of the output. The total effect index accounts for the total contribution to the output variation due to factor X_i, i.e. its first-order effect plus all higher-order interaction effects. These indices are defined based on multidimensional integral which is estimated by simulation techniques.

In this paper, after introducing variance based approach and estimation of sensitivity indices with Monte Carlo and quasi random number, our attention is focused onsensitivity analysis of ofINCA-N model in the Tweed river. In this study the derived output is the average annual riverine load of inorganic nitrogen over a period of seven years.

Results and Discussion: The results of sensitivity analysis in optimized sample size showed that four variables, out of seven, of INCA-N are important:

1." Plant nitrate uptake." The average main effect and total effect of this variable are 0.44 and 0.49, respectively. The difference between the total effect and main effect, which is 0.051, indicates that this factor does not have any significant interaction with other input variables in the model.

2. "Denitrification rate". The mean and standard deviation for the main effect were 0.247 and 0.189, whereasthese two measures for the total effect are 0.248 and 0.366, respectively.

3. " Immobilization ". The mean and standard deviation of immobilization were 0.182 and 0.787 for the main effect, and they are 0.227 and 0.3736 for the total effect respectively.

4. "Mineralization rate". The mean and standard deviation of this variable were 0.072 and 0.268 for the main effect, and 0.106 and 0.391 for the total effect,respectively .

The main and total effect of thesefour variables are (0.44,0.49), (0.247,0.248), (0.182,0.227), (0.072,0.106). It can be mentioned that, the interaction between these variable are so weak (maximum= 0.059). Three other variables nitrogen fixation, ammonium planet uptake and maximum nitrogen uptake is not important. Thus the sensitivity analysis method has good efficiency in the reduction of variation.

Conclusions: To manage the riverine load of inorganic nitrogen in the Tweed River at least fourfactors, including nitrate uptake rate by plants, denitrification rates, immobilization and mineralization, should be controlled. The variance based method makes it possible to detect the important variables. In the other words, the

1 and 2- M.Sc. in Statistics and Associate Professor in Statistics, Division of Statistics, Department of Mathematics, Shahrood University of Technology
(*- Corresponding Author Email: Ma.janfada65@gmail.com)

sensitivity analysis lts of INCA-N model showed that for controlling the nitrogen entering the Tweed River, at least three factors of "plants nitrate uptake," "denitrification rate" and "immobilization" should be taken into consideration. In addition to these three factors, mineralization can be considered as the fourth factor affecting the nitrogen load.

Keywords: Deterministic computer models, Nitrogen, Dimension reduction, Monte Carlo method, INCA-N model