

مقاله علمی-پژوهشی

تحلیل عدم قطعیت و دقت روش‌های برآورد ضریب پخشیدگی طولی در رودخانه‌ها

جواد ظهیری^{۱*} - عادل مرادی سبزه‌کوهی^۲

تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۱۱/۲۸

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۵/۰۵

چکیده

ضریب پخشیدگی طولی یکی از مهم‌ترین پارامترهای مدل‌سازی کیفی در رودخانه‌ها به حساب می‌آید. روش‌های متعددی جهت برآورد این پارامتر ارائه شده است که جهت تعیین کارایی آن‌ها عمدتاً از معیارهای آماری دقت و خطا استفاده شده است که به‌تنهایی نمی‌تواند به‌عنوان معیار مقایسه روش‌های مختلف مورد استناد قرار گیرد. بر همین اساس در این تحقیق به منظور ارزیابی کارایی روش‌های مختلف برآورد ضریب پخشیدگی از قبیل: دنگ و همکاران (۲۰۰۱)، کاشفی‌پور و فالکونر (۲۰۰۲)، ساهین (۲۰۱۴)، ژنگ و هوای (۲۰۱۴)، M5 و برنامه‌ریزی ژنتیک، تلفیقی از معیارهای عدم قطعیت در کنار شاخص‌های آماری دقت و خطا مورد استفاده قرار گرفت. جهت بررسی میزان عدم قطعیت روش‌های مختلف برآورد ضریب پخشیدگی طولی از رویکرد تحلیل فاصله استفاده گردید. به این منظور برای داده‌های واقعی گزارش شده در تحقیقات قبلی، در ازای فرض $\pm 10\%$ عدم قطعیت در مقادیر اندازه‌گیری شده پارامترهای مستقل، باند تغییرات محتمل ضریب پخشیدگی طولی محاسباتی برای روش‌های مختلف به‌دست آمد. سپس، براساس مقایسه مقادیر واقعی ضریب پخشیدگی طولی که از منابع معتبر استخراج شده است، نسبت به موقعیت باندهای عدم قطعیت محاسباتی، ۱۰ شاخص عدم قطعیت و دقت برای هر روش برآوردکننده محاسبه گردید. در ادامه، برای تعیین مناسب‌ترین روش برآورد ضریب پخشیدگی طولی با در نظر گرفتن عدم قطعیت نسبی کمتر و دقت نسبی بیشتر، کارایی روش‌ها با سه مدل تصمیم‌گیری چند معیاره شامل CUI، TOPSIS و VIKOR و پس از وزن دهی به ۱۰ شاخص عدم قطعیت - دقت به روش وزن دهی G1 که یک روش مبتنی بر وزن‌دهی ذهنی بوده و نسبت به روش AHP از محاسبات کمتری برخوردار می‌باشد، ارزیابی گردید. نتایج روش‌های تصمیم‌گیری چند معیاره، مطابقت بالایی با یکدیگر داشته به گونه‌ای که مدل ریاضی دنگ و همکاران و مدل تجربی ژنگ و هوای با داشتن حداکثر مقادیر CUI و شاخص‌های TOPSIS و کمترین مقادیر VIKOR از بهترین کارایی برخوردار بوده‌اند.

واژه‌های کلیدی: تصمیم‌گیری چند معیاره، ضریب CUI، VIKOR، TOPSIS

مقدمه

تبادل می‌رسد، بعد طولی ضریب پراکندگی بیشتر مورد توجه محققان قرار گرفته است. بیشتر مطالعات تجربی صورت گرفته در زمینه ضریب پراکندگی طولی به صورت رها کردن محلول ردیاب و اندازه‌گیری غلظت و مسیریابی آن در امتداد رودخانه بوده است (۶، ۹ و ۳۱). با توجه به پرهزینه و وقت‌گیر بودن اندازه‌گیری مستقیم ضریب پراکندگی طولی، تلاش‌های بسیاری جهت برآورد غیر مستقیم این ضریب صورت گرفته است. به همین دلیل روابط مختلفی مبتنی بر تکنیک‌های تجربی و داده‌های میدانی برای تخمین ضریب پراکندگی طولی در رودخانه‌ها توسعه داده شده است (۱). در رودخانه‌ها طیف وسیعی از متغیرها، بر ضریب پراکندگی طولی تأثیر می‌گذارند. مهم‌ترین پارامترهای تأثیرگذار، چگالی، لزجت، عرض آبراهه، عمق جریان، متوسط سرعت جریان، سرعت برشی، شیب بستر، زبری بستر، ضریب سینوسی و فاکتور شکل بستر می‌باشند (۱۶ و ۳۸). با این حال در اغلب معادلات و مدل‌های ارائه شده تنها از چهار پارامتر سرعت

در سال‌های اخیر، توجه فراوانی به مدل‌سازی آلودگی رودخانه‌ها معطوف شده است که در این میان ضریب پراکندگی طولی، به عنوان یکی از پارامترهای مؤثر در مدل‌سازی کیفی جهت اندازه‌گیری میزان اختلاط آلاینده‌ها در رودخانه‌ها مورد توجه محققان بسیاری بوده است (۲۷). آلاینده‌ها و پساب‌ها هنگامی که به یک رودخانه وارد می‌شوند بر اثر اختلاط و تحت تأثیر جریان آب در راستای طولی، عرضی و عمودی به پایین دست منتقل می‌شوند (۳۸). با توجه به این نکته که اندکی پس از انتشار، غلظت اختلاط در جهت‌های عرضی و عمقی به

۱ و ۲- استادیاران گروه مهندسی آب، دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی خوزستان، ایران
* - نویسنده مسئول
(Email: j.zahiri@asnruk.ac.ir)
DOI: 10.22067/jsw.v34i4.85364

مختلف برآورد ضریب پخشیدگی استفاده شود، مقایسه میزان کارایی آن‌ها پیچیده خواهد شد. در این حالت می‌توان از روش‌های تصمیم‌گیری چند معیاره جهت بررسی میزان کارایی روش‌های مختلف استفاده نمود. شی و همکاران (۳۹) از شاخص عدم قطعیت مرکب (CUI)^۵ جهت مقایسه میزان عدم قطعیت مدل‌های هیدرولوژیکی استفاده کردند. این محققین جهت تعیین وزن شاخص‌های مختلف عدم قطعیت از روش AHP^۶ استفاده نمودند. چنگ و همکاران (۵) از روش تصمیم‌گیری چند معیاره TOPSIS^۷ به همراه الگوریتم ژنتیک جهت توسعه مدل بارش رواناب استفاده کردند. استفاده از تکنیک اشاره شده باعث آسان‌تر شدن مراحل واسنجی و صحت‌سنجی مدل بارش رواناب گردید. خسروی و همکاران (۲۰) از سه روش تصمیم‌گیری چند معیاره (TOPSIS، VIKOR^۸ و SAW^۹) به همراه دو زبان ماشین (NBT و NB) جهت شبیه‌سازی سیلاب در حوضه Ningdu در چین استفاده نمودند. این محققین از فاکتورهای مختلفی از قبیل شاخص پوشش گیاهی، کاربری اراضی، زمین‌شناسی، فاصله از رودخانه، ارتفاع، نوع خاک، شیب و میزان بارش حوضه برای این تحقیق استفاده نمودند. بر این اساس با توجه به تعدد معیارهای دقت و عدم قطعیت و عدم امکان تحلیل کلیه معیارها به‌صورت هم‌زمان جهت بررسی کارایی مدل‌های مختلف، نیاز است تا از روش‌هایی مانند تصمیم‌گیری چند معیاره جهت بررسی هم‌زمان کلیه پارامترهای دقت-عدم قطعیت استفاده نمود.

در مطالعه حاضر با استفاده از اصول مجموعه‌های فازی، عدم قطعیت روش‌های مختلف برآورد کننده ضریب پخشیدگی طولی با یک رویکرد ساده فازی به صورت تحلیل فاصله^{۱۰} تعیین می‌گردد. در ادامه براساس نتایج تحلیل عدم قطعیت و انطباق باند تغییرات ضریب پخشیدگی طولی با داده‌های اندازه‌گیری شده واقعی شاخص‌هایی از دقت و عدم قطعیت محاسبه و کارایی هر روش با در نظر گرفتن تاثیر توامان دقت بیشتر و عدم قطعیت کمتر، ارزیابی می‌گردد. برای مقایسه کارایی روش‌های مختلف ابتدا با روشی موسوم به G1 شاخص‌های مختلف عدم قطعیت و دقت وزن‌دهی گردیده و سپس از سه روش تصمیم‌گیری چند معیاره CUI، TOPSIS و VIKOR برای اولویت‌بندی کارایی روش‌های تخمین ضریب پخشیدگی طولی بهره‌گیری خواهد شد.

متوسط جریان، سرعت برشی، عمق جریان و عرض آبراهه استفاده شده است. از جمله برخی از دستاوردهای تجربی موجود در این زمینه، می‌توان از نتایج الدر (۱۰)، فیشر و اینجنیرز (۱۲)، سئو و چانگ (۳۸) و کاشفی‌پور و فالکونر (۱۹) نام برد. روابط تجربی ارائه شده هر کدام دارای شرایط مختص به خود بوده و در آبراهه‌هایی با شرایط متفاوت ممکن است از دقت مطلوبی برخوردار نباشند. به همین دلیل در سال‌های اخیر، برای یافتن روش‌هایی مناسب جهت تخمین ضریب پراکندگی طولی با استفاده از مدل‌های داده محور، تلاش‌های زیادی صورت گرفته است. از جمله مدل‌های داده محور می‌توان از ماشین بردار پشتیبان^۱ (۳)، مدل درختی M5 (۱۱)، دیفرانسیل تفاضلی^۲ (۲۲)، الگوریتم ژنتیک^۳ (۲ و ۳۵) و برنامه‌ریزی ژنتیک^۴ (۳۷) نام برد. مدل‌های ارائه شده بر اساس الگوریتم‌های نام برده نسبت به مدل‌های تجربی رگرسیونی، از لحاظ دقت و شاخص‌های آماری، از عملکرد بهتری برخوردار بوده‌اند (۱). علاوه بر شاخص‌های آماری، آگاهی از میزان عدم قطعیت ضریب پراکندگی طولی به دست آمده از مدل‌ها در شبیه‌سازی نشر آلودگی درون آبراهه‌ها بسیار مهم و اساسی می‌باشد (۷).

منظور از عدم قطعیت، میزان خطا در اندازه‌گیری یا برآورد یک پارامتر بوده که می‌تواند تحت تاثیر عوامل مختلفی از قبیل خطای انسانی، خطای دستگاه‌های اندازه‌گیری یا خطای روش‌های مورد استفاده در اندازه‌گیری بوده و به عنوان رخداد پدیده‌هایی که خارج از کنترل انسان است تعریف می‌گردد (۲۴). به عبارت دیگر، عدم قطعیت تحت تاثیر فقدان اطلاعات درست در ارتباط با یک پدیده، فرآیند یا داده‌های درگیر در تعریف و تحلیل یک مسئله نسبت داده می‌شود (۴۲). تاثیر عدم قطعیت‌های وارده به یک سیستم، در پاسخ‌های سیستم بروز یافته و سبب غیرقطعی شدن آنها می‌گردد. چنانچه هر یک از معادلات تعیین ضریب پخشیدگی طولی رودخانه‌ها را به صورت یک سیستم در نظر بگیریم، پارامترهای مستقل تعیین کننده ضریب پخشیدگی در هر یک به عنوان ورودی‌های دارای عدم قطعیت و ضریب پخشیدگی برآوردی از هر رابطه به عنوان پاسخ سیستم نیز متعاقباً در معرض عدم قطعیت خواهند بود. در تحقیقات گذشته از روش‌های متداول آماری جهت بررسی کارایی روش‌های مختلف برآورد ضریب پخشیدگی طولی استفاده شده است که با توجه به در نظر گرفتن پارامترهای محدود در این تحقیقات به عنوان معیارهای کارایی، تفاوت‌های محسوسی بین نتایج تحقیقات مختلف مشاهده می‌گردد. چنانچه از معیارهای متعددی جهت بررسی روش‌های

5- Composite Uncertainty Index (CUI)

6- Analytic hierarchy process (AHP)

7- Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution

8- Vİse Kriterijumska Optimizacija kompromisno

9- Simple Additive Weighting

10- Interval Analysis

1- Support vector machine (SVM)

2- Differential evolution (DE)

3- Genetic algorithm

4- Genetic programming (GP)

جدول ۱- ویژگی‌های اطلاعات مورد استفاده در تحقیق

Table 1- Data properties used in this research

متغیر آماری Statistical indicator	عرض Width (m)	عمق Depth (m)	سرعت Velocity (m/s)	سرعت برشی Shear velocity (m/s)	ضریب پراکندگی طولی Longitudinal dispersion coefficient (m ² /s)
حداکثر Maximum	253.6	8.2	1.73	0.55	1486.5
حداقل Minimum	1.4	0.14	0.029	0.0016	0.2
میانگین Average	49.58	1.35	0.47	0.084	83.29
انحراف معیار Standard deviation	48.28	1.32	0.31	0.072	180.95

مواد و روش‌ها

داده‌های مورد استفاده

در تحقیق حاضر جهت ارزیابی شاخصه‌های دقت و عدم قطعیت روش‌های تخمین ضریب پراکندگی طولی از داده‌های مشاهداتی موجود که مشتمل بر ۱۶۴ داده مربوط به تعدادی از آبراهه‌های دنیا می‌باشد، استفاده شده است (۹، ۱۲، ۱۴، ۱۵، ۲۵، ۲۹، ۳۳، ۳۸ و ۴۵). مجموعه شامل اطلاعات هندسی و هیدرولیکی رودخانه‌ها از جمله عرض سطح آب، عمق جریان، سرعت جریان، سرعت برشی و ضریب پراکندگی طولی اندازه‌گیری شده می‌باشند. مشخصات آماری داده‌های مورد استفاده در تحقیق، در جدول ۱ ارائه شده است.

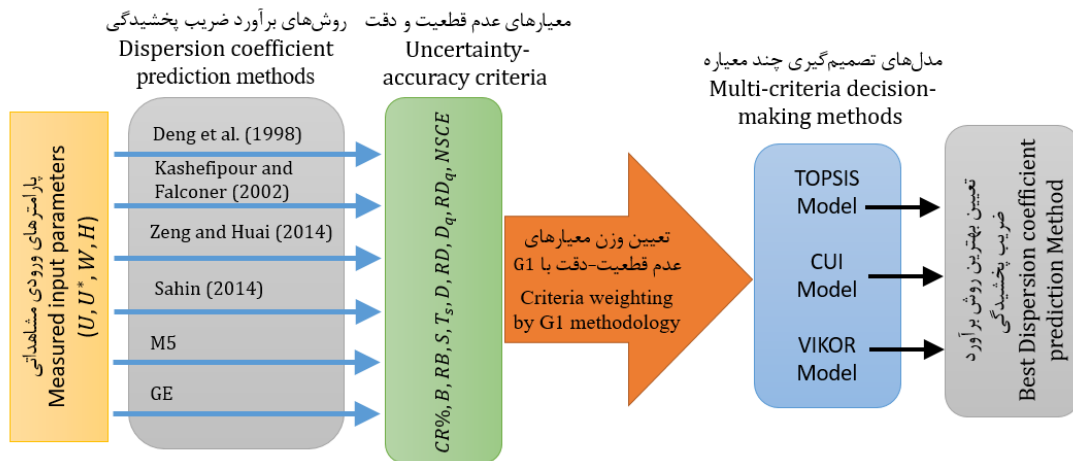
در مطالعه حاضر جهت بررسی میزان کارایی روش‌های مختلف برآورد ضریب پخشیدگی، مطابق شکل ۱ در ابتدا با توجه به معادلات متداول موجود، پارامترهای ورودی شامل عرض آبراهه W ، عمق جریان H ، سرعت جریان U و سرعت برشی U^* تعیین گردید. با توجه به تعدد روابط و روش‌های برآورد ضریب پخشیدگی در تحقیقات گذشته، در این مطالعه از روش‌های مورد مطالعه در تحقیق نزارتیان و همکاران (۲۷) که از مقبولیت بیشتری برخوردار هستند، استفاده گردید. در تحقیق مذکور، آنالیزهای متعدد آماری بر روی روش‌های مختلف برآورد ضریب پخشیدگی صورت گرفت که از آن میان روش دنگ و همکاران (۸) به عنوان نماینده روش‌های ریاضی، روابط کاشفی‌پور و فالكونر (۱۹)، ساهین (۳۶) و زنگ و هایوی (۴۷) به عنوان روش‌های تجربی و مدل‌های M5 و برنامه‌ریزی ژنتیک^۱ (GE) به عنوان مدل‌های داده محور براساس دقت به دست آمده، انتخاب گردید. روش‌های مورد استفاده در این تحقیق از میان روش‌های شاخص در تحقیقات گذشته و براساس تحلیل‌های جامع آماری صورت گرفته توسط نزارتیان و همکاران (۲۷) انتخاب گردید.

1- Gene Expression

در گام بعد با اعمال یک بازه تغییرات مشخص به مقادیر اندازه‌گیری شده پارامترهای ورودی، عدم قطعیت فازی پارامترهای ورودی به صورت یک فاصله، ساده‌سازی شد. پس از آن حد پایین و بالای تغییرات ضریب پخشیدگی طولی برای روش‌های برآوردکننده مختلف ریاضی، تجربی و داده محور براساس یک روش ساده مبتنی بر روش بسط مرتبه اول سری تیلور تعیین گردید. با داشتن مقادیر حدی، معیارهای عدم قطعیت و دقت روش‌های مختلف برآورد ضریب پخشیدگی طولی محاسبه گردید. در نهایت با توجه به ضرورت لحاظ توامان شاخص‌های دقت و عدم قطعیت در انتخاب روش برآوردکننده برتر، ابتدا با توجه به تعدد معیارهای مورد استفاده از روش وزن‌دهی ذهنی G1 جهت تعیین وزن هر معیار استفاده شده و در نهایت با استفاده از روش‌های مختلف تصمیم‌گیری چند معیاره، کارایی روش‌های مختلف برآورد ضریب پخشیدگی طولی اولویت‌بندی گردید. مدل مفهومی روش مورد استفاده در این تحقیق در شکل ۱ ارائه شده است. در ادامه به جزئیات هر مرحله کار به تفصیل پرداخته می‌شود.

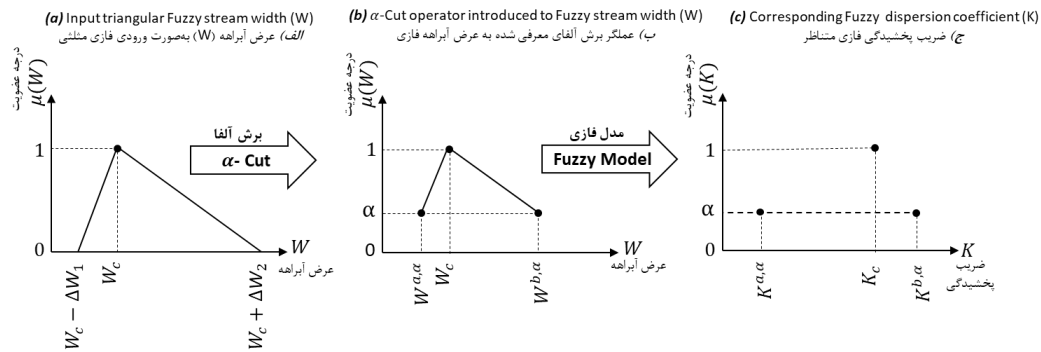
مدل تحلیل عدم قطعیت

تئوری مجموعه‌های فازی ابزار انعطاف‌پذیری برای توصیف سیستم‌های غیر دقیق فراهم آورده که در سال‌های اخیر در تحلیل غیرقطعی سامانه‌های آبی به میزان قابل توجهی به کار گرفته شده است (۲۶، ۳۴ و ۴۱). تئوری مجموعه‌های فازی یک عضویت چند درجه‌ای در محدوده [0,1] برای عناصر مجموعه فازی متصور است. به بیان دیگر برای متغیر فازی دلخواه W باندی از تغییرات که در آن درجه عضویت $\mu(W)$ متغیر است، تعریف می‌گردد. مطابق شکل (۲) سیستمی با یک پارامتر ورودی W و یک پاسخ خروجی K را در نظر بگیرید. متناظر با مقادیر قطعی برای پارامتر W_c و پاسخ K_c در روش قطعی (متعارف) برآورد ضریب پخشیدگی طولی، در رویکرد تحلیل فازی، عدد فازی W پدیدار می‌شود که درجه عضویت آن به شکل تابع عضویت فازی مطابق با شکل (۲a) از صفر تا ۱ متغیر خواهد بود.



شکل ۱- مراحل تعیین میزان کارایی روش‌های مختلف برآورد ضریب پخشیدگی طولی

Figure 1- Determine the efficiency of different methods for estimating the longitudinal dispersion coefficient



شکل ۲- مدل مفهومی ورودی فازی - خروجی فازی

Figure 2- Conceptual model of fuzzy input - fuzzy output

روش‌های مختلفی از جمله بهینه‌سازی ریاضی‌گرایان کاهشی تعمیم یافته^۱ (۲۱)، بهینه‌سازی فراکاوشی^۲ (۴۴) و استفاده از بسط مرتبه اول سری تیلور (۱۷) وجود دارد که در این تحقیق از بسط مرتبه اول سری تیلور بهره‌گیری شده است.

تحلیل فاصله با استفاده از بسط مرتبه اول سری تیلور

چنانچه متغیر K ، (مثلا ضریب پخشیدگی طولی) یک تابع چند متغیره از متغیرهای $a = (a_1, a_2, \dots, a_i, \dots, a_{np})$ و به صورت $K = \varphi(a)$ باشد، در این صورت بر اساس بسط سری تیلور برآورد تقریبی این تابع در همسایگی نقطه معلوم $a^c = (a_1^c, a_2^c, \dots, a_i^c, \dots, a_{np}^c)$ ، بر مبنای تقریب مرتبه اول و با در نظر

مطابق شکل (۲ب) عملگر فازی برش آلفا به گونه‌ای معرفی می‌گردد که بتوان تابع عضویت فازی را به سطوح متفاوتی گسسته-سازی نمود بطوری‌که در $\alpha_{cut} = 0$ بیشترین سطح عدم قطعیت پارامتر ورودی W وجود دارد. همچنین در $\alpha_{cut} = 1$ (معرف عدد قطعی W_c) کمترین میزان عدم قطعیت فازی وجود خواهد داشت. بدیهی است با در نظر گرفتن بازه تغییرات (به جای یک عدد قطعی) برای پارامتر W ، پاسخ خروجی K نیز مطابق شکل ۲c به صورت فازی (بازه تغییرات $[K^{a,\alpha}, K^{b,\alpha}]$) خواهد بود. در این تحقیق U, H, U^* و U به عنوان پارامترهای مشمول عدم قطعیت، به صورت ورودی به معادلات برآورد ضریب پخشیدگی طولی در نظر گرفته شده‌اند.

با توجه به اینکه در هر سطح برش عدم قطعیت آلفا، مسئله تحلیل فازی به یافتن فاصله (بازه) $[K^{a,\alpha}, K^{b,\alpha}]$ منجر می‌شود، از این نظر تحلیل فازی در هر برش را می‌توان یک مسئله تحلیل فاصله تلقی نمود. برای تعیین بازه پاسخ فازی در مسئله تحلیل فاصله،

1- Generalized Reduced Gradient
2- Meta-heuristic Algorithms

ضریب پخشیدگی از ۱۰ معیار مختلف مرتبط با عدم قطعیت و دقت (جدول ۲) استفاده گردید. بدیهی است که لحاظ ۱۰ معیار برای ارزیابی کارایی روش‌های مختلف برآورد ضریب پخشیدگی، مسئله اولویت‌بندی این روش‌ها را برای کاربرد در عمل قدری پیچیده می‌کند. از این نظر برای تسهیل موضوع اولویت‌بندی روش‌های برآورد، از سه روش تصمیم‌گیری چندمعیاره شامل شاخص عدم قطعیت مرکب (CUI)، روش VIKOR و روش TOPSIS استفاده گردید.

برای استفاده از این سه روش تصمیم‌گیری ابتدا لازم است وزن هر یک از معیارهای ۱۰ گانه مرتبط با دقت و عدم قطعیت بر مبنای درجه اهمیت هر معیار تعیین گردد که به این منظور از روش وزن‌دهی موسوم به G1 در تحقیق حاضر بهره‌گیری شده است. تاثیر پارامترهای مختلف عدم قطعیت بر روی میزان کارایی روش‌های مختلف برآورد ضریب پخشیدگی متفاوت است. به عنوان مثال مقادیر ضریب ناش-ساتکلیف بالا نشان‌دهنده دقت بالاتر مدل بوده، در حالی که با افزایش عرض باندی میزان عملکرد مدل کاهش می‌یابد. جهت یکسان‌سازی تاثیر معیارهای مختلف عدم قطعیت-دقت از نرمال‌سازی به روش مورد استفاده توسط (۱۸، ۲۳، ۳۹ و ۴۹) بهره‌گیری شده است. بر این اساس جهت پارامترهای با تاثیر مثبت و منفی بر روی کارایی مدل‌های مختلف ضریب پخشیدگی به ترتیب از روابط ۵ و ۶ استفاده شده است. پس از نرمال‌سازی، تمامی پارامترها دارای ضریب تاثیری بین ۰ تا ۱ خواهند بود.

$$r_{ij} = \frac{x_{ij} - x_j^{\min}}{x_j^{\max} - x_j^{\min}} \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (5)$$

$$r_{ij} = \frac{x_j^{\max} - x_{ij}}{x_j^{\max} - x_j^{\min}} \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (6)$$

مقادیر x_j^{\min} و x_j^{\max} از روابط زیر محاسبه می‌شوند:

$$x_j^{\max} = \max(x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{nj}) \quad (7)$$

$$x_j^{\min} = \min(x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{nj}) \quad (8)$$

با توجه به اینکه پارامترهای مختلف عدم قطعیت از اهمیت یکسانی برخوردار نیستند می‌بایستی براساس نظر کارشناسان، وزن هر پارامتر تعیین گردد. روش‌های AHP و G1 از متداول‌ترین روش‌های وزن‌دهی بوده که در زمینه‌های مختلف مورد استفاده قرار می‌گیرند. روش AHP، روش تصمیم‌گیری چند شاخصه بوده که می‌تواند اطلاعاتی در مورد اهمیت نسبی ورودی‌ها، خروجی‌ها و یا حتی واحدهای تصمیم‌گیری در ارزیابی عملکرد ارائه نماید (۳۰). روش G1 یک روش وزن‌دهی ذهنی بوده که نسبت به روش AHP محاسبات کمتری برخوردار بوده و نیاز به بررسی سازگاری ماتریس داوری ندارد (۴۸).

گرفتن $a_i, a_i^c \in [a_i, \bar{a}_i]$ عبارت است از:

$$K = \varphi(a^c) + (a - a^c)\nabla\varphi(a) \quad (1)$$

$$\Rightarrow K = \varphi(a^c) + \sum_{i=1}^{np} (a_i - a_i^c) \left. \frac{\partial\varphi}{\partial a_i} \right|_{a_i^c} \quad (2)$$

بر این اساس برای حد پایین و بالای برآورد K ، به ترتیب خواهیم داشت:

$$\underline{K} = \varphi(a^c) - \sum_{i=1}^{np} \left| \Delta a_i \left(\frac{\partial\varphi}{\partial a_i} \right)_{a_i=a^c} \right| \quad (3)$$

$$\bar{K} = \varphi(a^c) + \sum_{i=1}^{np} \left| \Delta a_i \left(\frac{\partial\varphi}{\partial a_i} \right)_{a_i=a^c} \right| \quad (4)$$

که در آن $\Delta a_i = \bar{a}_i - a_i^c = a_i^c - \underline{a}_i$ است.

با کدنویسی در محیط MATLAB و پیاده‌سازی روش بسط مرتبه اول سری تیلور، حدود پایین و بالای تغییرات ضریب پخشیدگی طولی و میزان عدم قطعیت برای هر یک از روش‌های برآوردکننده این ضریب بر مبنای عدم قطعیت معلوم در مقادیر اندازه‌گیری شده پارامترهای ورودی U, H, W و U_* به دست می‌آید.

معیارهای دقت و عدم قطعیت

در تحقیق حاضر به منظور ارزیابی توامان میزان دقت و عدم قطعیت‌پذیری روش‌های مختلف در برآورد ضریب پخشیدگی طولی، باند حداقل و حداکثر ضریب پخشیدگی محاسباتی با روش‌های مختلف در ازای $\pm 10\%$ تغییر در پارامترهای مستقل U, H, W و U_* برای هر یک از ۱۶۴ سری داده اندازه‌گیری شده موجود، محاسبه گردید. بدیهی است با توجه به لزوم فرض میزان عدم قطعیت یکسان در پارامترهای ورودی برای همه روش‌ها، روش داده محوری که به نسبت عرض باند کمتری (عدم قطعیت کمتری) برای ضریب پخشیدگی محاسبه نماید، از منظر انتشار عدم قطعیت در مدل‌های برآورد این ضریب روش مناسب‌تری است. از سوی دیگر معیار عدم قطعیت به تنهایی نمی‌تواند بیانگر برتری یک روش در مقایسه با روش‌های دیگر باشد. شاخص‌های بیان‌کننده دقت روش‌ها نیز معیارهای مهم دیگری هستند که انتخاب مدل پیش‌بینی‌کننده بدون لحاظ آنها، اعتمادپذیری نتایج را کاهش خواهد داد. از این نظر در تحقیق حاضر برای مقایسه، ارزیابی و انتخاب روش برتر مجموعه‌ای از معیارهای آماری که بیانگر دقت و عدم قطعیت در کنار یکدیگر باشند، مدنظر قرار گرفت. معیارهای دقت و عدم قطعیت مورد استفاده در جدول ۲ ارائه شده است (۳۹).

ارزیابی کارایی مدل‌های برآورد ضریب پخشیدگی

در این تحقیق جهت ارزیابی کارایی مدل‌های مختلف برآورد

جدول ۲- معیارهای مختلف دقت و عدم قطعیت مورد استفاده در تحقیق
Table 2- Different accuracy and uncertainty criteria used in this study

ویژگی Properties	معیار Criteria	فرمول Formula
شمول Coverage	نسبت شمول (CR) Containing ratio	$CR = n_c/N$
عرض باندی Band-width	متوسط عرض باندی (B) Average band width	$B = 1/N \sum_{i=1}^N (k_i^u - k_i^l)$
	متوسط عرض باندی نسبی (RB) Average relative band-width	$RB = 1/N \sum_{i=1}^N [(k_i^u - k_i^l)/K_i]$
تقارن Symmetry	متوسط تقارن درجه اول (S) Average asymmetry degree 1	$S = 1/N \sum_{i=1}^N (k_i^u - K_i)/(k_i^u - k_i^l) - 0.5 $
	متوسط تقارن درجه دوم (Ts) Average asymmetry degree 2	$Ts = 1/N \sum_{i=1}^N [(k_i^u - K_i)^3 + (k_i^l - K_i)^3 / (k_i^u - k_i^l)]^{1/3}$
دامنه انحراف Deviation amplitude	متوسط دامنه انحراف (D) Average deviation amplitude	$D = 1/N \sum_{i=1}^N (k_i^u - k_i^l)/2 - K_i $
	متوسط دامنه انحراف نسبی (RD) Average relative deviation amplitude	$RD = 1/N \sum_{i=1}^N (k_i^u - k_i^l)/(2K_i) - 1 $
	متوسط انحراف از مشاهدات (Dq) Average deviation of expectation	$Dq = 1/N \sum_{i=1}^N Eq_i - K_i $
دقت Expectation	متوسط انحراف نسبی از مشاهدات (RDq) Average relative deviation of expectation	$RDq = 1/N \sum_{i=1}^N Eq_i/K_i - 1 $
	ضریب کارایی ناش-ساتکلایف (NSCE) Nash-Sutcliffe coefficient of efficiency	$NSCE = 1 - \sum_{i=1}^N (Eq_i - K_i)^2 / \sum_{i=1}^N (K_i - \bar{K})^2$

n_c تعداد داده‌های مشاهداتی قرار گرفته در فواصل باندها، N تعداد داده‌های مشاهداتی، k_i^u و k_i^l به ترتیب حد بالا و حد پایین داده i ام، K_i ضریب پخشیدگی مشاهداتی داده i ام، Eq_i مقدار محاسباتی ضریب پخشیدگی داده i ام و \bar{K} میانگین مقادیر ضریب پخشیدگی مشاهداتی

(NIS) از روابط زیر محاسبه می‌گردد:

$$PIS = r^+ = (r_1^+, r_2^+, \dots, r_n^+) \quad (10)$$

$$r_j^+ = \max\{r_{ij}\} \quad 1 \leq i \leq n$$

$$NIS = r^- = (r_1^-, r_2^-, \dots, r_n^-) \quad (11)$$

$$r_j^- = \min\{r_{ij}\} \quad 1 \leq i \leq n$$

پس از آن مقادیر شاخص سود S_i و شاخص زیان R_i با استفاده از روابط (۱۲) و (۱۳) به دست می‌آید:

$$S_i = \sum_{j=1}^m w_j \frac{r_j^+ - r_{ij}}{r_j^+ - r_j^-} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (12)$$

$$R_i = \max^i \left\{ w_j \left(\frac{r_j^+ - r_{ij}}{r_j^+ - r_j^-} \right) \right\} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (13)$$

که w_j وزن محاسبه شده به روش G1 برای معیار z ام می‌باشد. شاخص VIKOR با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

شاخص‌های عدم قطعیت

یکی از شاخص‌های مورد استفاده در این تحقیق شاخص عدم قطعیت مرکب (CUI) بوده که از ترکیب مقادیر پارامترهای عدم قطعیت و وزن‌های متناظر آن‌ها از روش G1 محاسبه می‌گردد (۳۹):

$$CUI = w_1 \times I_1 + w_2 \times I_2 + \dots + w_m \times I_m \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (9)$$

که I_i مقدار پارامتر عدم قطعیت محاسبه شده، w_i وزن متناظر آن پارامتر و m معرف تعداد پارامترهای عدم قطعیت است. CUI بین ۰ تا ۱ متغیر است که مقادیر بزرگتر آن نشان‌دهنده کارایی بهتر مدل در زمینه برآورد ضریب پخشیدگی طولی می‌باشد. مقادیر پارامترهای مورد استفاده در محاسبه CUI می‌بایستی مقادیر نرمال شده باشد.

روش VIKOR با عنوان روش رتبه‌بندی توافقی نیز شناخته می‌شود که ابتدا توسط زلی (۴۶) معرفی گردید. در این روش ابتدا ماتریس‌های راه‌حل ایده‌آل مثبت (PIS) و راه‌حل ایده‌آل منفی

2- Negative Ideal Solution (NIS)

3- Utility measure

4- Regret measure

1- Positive Ideal Solution (PIS)

ضریب پخشیدگی با استفاده از رویکرد تحلیل فاصله، نمودارهای بازه اطمینان ۹۰٪ در شکل ۳ به دست آمد. این نمودارها نشان می‌دهد که روش‌های داده محور M5 و GE نسبت به دیگر روش‌های برآورد ضریب پخشیدگی از نوار باریک‌تری برخوردار می‌باشند. در بین روش‌های تجربی روش زنگ و هایوی (۴۷) دارای نازک‌ترین باند و روش کاشفی‌پور و فالکونر (۱۹) دارای پهن‌ترین باند می‌باشد.

در جدول ۳ شاخص‌های عدم قطعیت در مورد روش‌های مختلف محاسبه شده است. همانطور که در جدول ۳ مشاهده می‌شود، نسبت قرارگیری (CR) با متوسط عرض باندی (B) و متوسط نسبی عرض باندی (RB) رابطه مستقیم داشته و مقادیر پایین B و RB دارای CR پایینی نیز می‌باشند. به عنوان مثال مدل درختی M5 دارای کمترین CR میان تمامی روش‌ها بوده و کمترین B و RB را نیز داراست، این در حالی است که مدل کاشفی‌پور و فالکونر (۱۹) دارای بیشترین مقدار CR، B و RB است. علاوه بر این در مورد تمامی روش‌ها بجز روش دنگ و همکاران (۸)، با افزایش مقدار CR پارامتر D روند کاهش پیدا می‌کند که در میان روش‌های مورد استفاده مدل درختی M5 دارای کمترین CR و بیشترین D است. همانگونه که در جدول ۳ مشاهده می‌شود با توجه به تنوع پارامترهای عدم قطعیت و تاثیر متفاوت هر پارامتر بر روی میزان کارایی مدل‌ها در تخمین ضریب پخشیدگی، انتخاب یک روش به عنوان بهترین روش بسیار مشکل و تا حدی غیر ممکن می‌باشد. بر همین اساس در این تحقیق از روش وزن‌دهی نسبی G1 به همراه روش‌های ICU، TOPSIS و VIKOR استفاده گردید. جهت استفاده از روش‌های تصمیم‌گیری چند معیاره در این تحقیق، در ابتدا با توجه به معادلات (۵) و کلیه پارامترهای عدم قطعیت براساس تاثیری که بر روی کارایی تخمین ضریب پخشیدگی دارند، نرمال شدند. مقادیر نرمال شده پارامترهای عدم قطعیت در جدول ۴ ارائه شده است. علاوه بر این وزن پارامترهای مختلف عدم قطعیت بر اساس وزن‌دهی G1 نیز در جدول ۵ ارائه شده است. براساس وزن‌های ارائه شده در جدول ۵، پارامترهای NSCE و RDq به ترتیب با ۰/۱۷۶ و ۰/۱۶۰ بیشترین تاثیر و پارامترهای عدم تقارن (S و Ts) با ۰/۰۴۲ کمترین تاثیر را بر روی کارایی مدل‌های مختلف در برآورد ضریب پخشیدگی دارا هستند (۳۹).

با توجه به ماتریس نرمال شده پارامترهای عدم قطعیت و وزن‌های به دست آمده از روش وزن‌دهی G1، از سه روش CUI، VIKOR و TOPSIS جهت تعیین میزان کارایی روش‌های مختلف برآورد ضریب پخشیدگی استفاده گردید. نتایج مربوط به سه روش تصمیم‌گیری چند معیاره در جدول ۶ ارائه شده است.

$$Q_i = \xi \frac{S_i - S^+}{S^- - S^+} + (1 - \xi) \frac{R_i - R^+}{R^- - R^+} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (14)$$

در رابطه بالا، $R^+ = \max^i(S_i)$ ، $S^+ = \min^i(S_i)$ ، $R^- = \max^i(R_i)$ و $S^- = \min^i(R_i)$ نیز حداکثر وزن مقدار سود می‌باشد که معمولاً برابر با ۰/۵ در نظر گرفته می‌شود. شاخص VIKOR (Q_i) محاسبه شده برای روش‌های مختلف به ترتیب صعودی مرتب شده و روشی که کمترین مقدار Q_i را داشته باشد، بیشترین کارایی را خواهد داشت (۴۰ و ۴۸).

تکنیک TOPSIS براساس این مفهوم استوار است که هر روشی که کمترین فاصله اقلیدسی را با جواب ایده‌آل داراست، بهترین گزینه است. راه‌حل ایده‌آل مثبت یک جواب فرضی بوده که مقادیر تمامی صفت‌های آن متناظر با حداکثر مقادیر صفت‌ها در بانک اطلاعاتی موجود است. در راه‌حل ایده‌آل منفی، مقادیر تمامی صفت‌ها برابر با کمینه صفت‌ها در بانک اطلاعاتی مذکور می‌باشد (۳۲). بر این اساس، روش TOPSIS نه تنها راه‌حلی را ارائه می‌دهد که نزدیک‌ترین به بهترین راه‌حل فرضی باشد، بلکه راه‌حل ارائه شده توسط این روش، بیشترین فاصله را نیز نسبت به بدترین راه‌حل فرضی نیز داراست. در این روش در ابتدا ماتریس راه‌حل‌های ایده‌آل مثبت (PIS) و راه‌حل‌های ایده‌آل منفی (NIS) به مانند روش VIKOR محاسبه می‌شوند (معادلات (۱۰) و (۱۱)). سپس شاخص فاصله برای هر کدام از ماتریس‌های PIS و NIS براساس روابط زیر به دست می‌آیند:

$$D_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^m w_j^2 (r_{ij} - r_j^+)^2} \quad \text{and} \quad D_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^m w_j^2 (r_{ij} - r_j^-)^2} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (15)$$

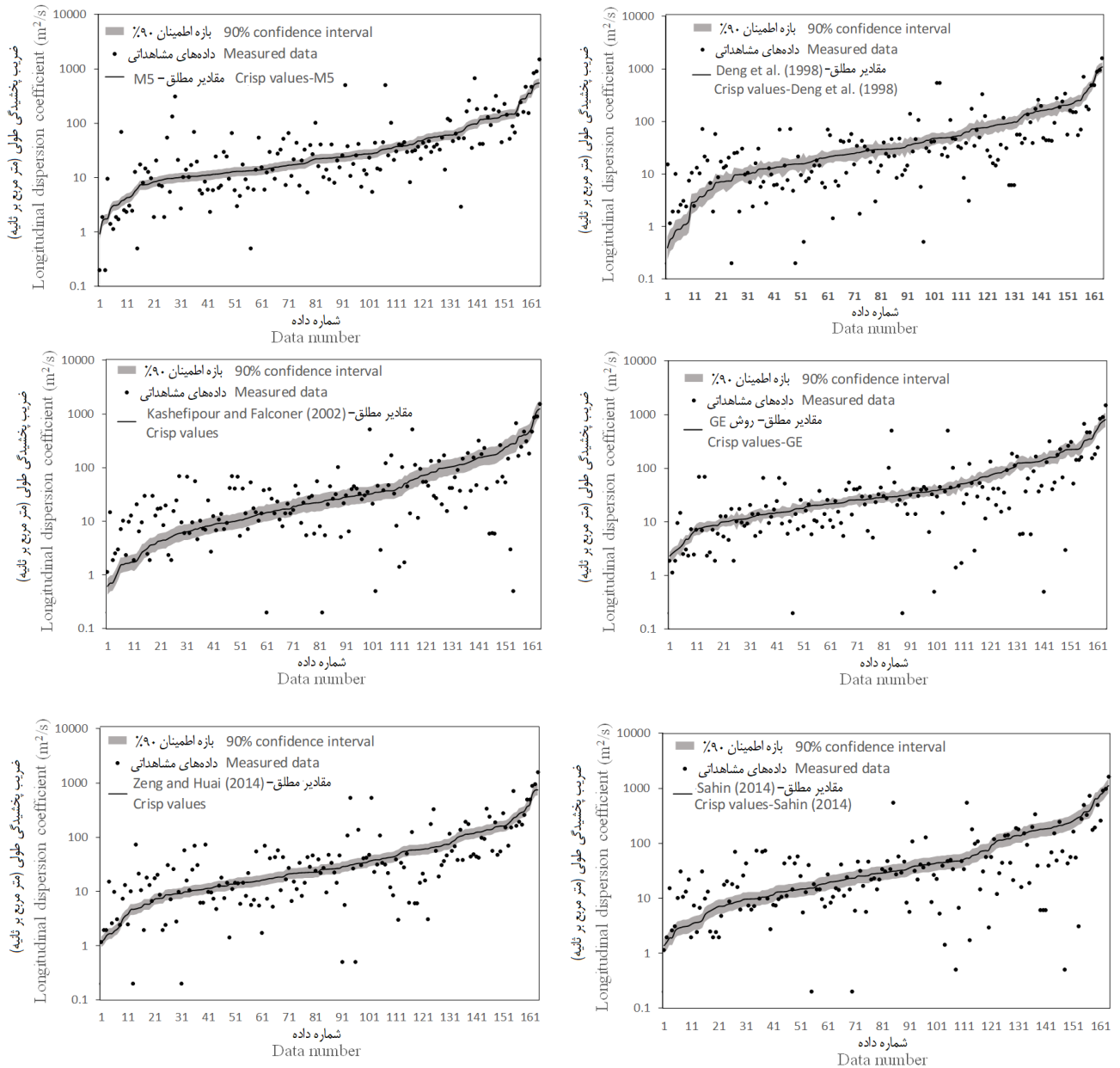
ضریب نزدیکی نسبی به راه‌حل ایده‌آل (C_i) برای هر کدام از روش‌های ضریب پخشیدگی با استفاده از معادله (۱۶) محاسبه می‌شود:

$$C_i = \frac{D_i^-}{D_i^- + D_i^+} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (16)$$

اولویت‌بندی روش‌های ضریب پخشیدگی طولی بر اساس ضریب نزدیکی نسبی صورت می‌گیرد. روشی با بالاترین ضریب C_i نشان‌دهنده بهترین کارایی میان روش‌های مختلف برآورد ضریب پخشیدگی طولی خواهد بود (۴ و ۴۳).

نتایج و بحث

با در نظر گرفتن ۱۰٪ عدم قطعیت در پارامترهای ورودی برآورد



شکل ۳- بازه اطمینان ۹۰٪ در روش‌های مختلف ضریب پخشیدگی به همراه مقادیر مشاهداتی

Figure 3- 90% confidence interval in different methods of dispersion coefficient with measured values

جدول ۳- پارامترهای عدم قطعیت محاسبه شده برای روش‌های مختلف برآورد ضریب پخشیدگی طولی

Table 3- Calculated uncertainty parameters for different methods of estimating longitudinal dispersion coefficient

روش برآورد Prediction method	CR%	B	RB	S	Ts	D	RD	Dq	RDq	NSCE
Deng et al. (2001)	21	40.81	2.07	2.01	2.78	57.92	1.12	44.02	2.86	0.74
Kashefipour and Falconer (2002)	33	57.47	5.84	2.17	3.00	55.21	3.05	46.74	7.10	0.73
Sahin (2014)	30	51.65	4.36	1.87	2.62	57.03	2.27	52.10	6.73	0.64
Zeng and Huai (2014)	21	27.37	1.30	2.46	3.33	63.14	0.96	43.83	2.30	0.66
M5	15	21.11	0.72	3.24	4.31	65.73	0.76	44.85	1.20	0.54
GE	27	40.49	3.91	1.72	2.43	59.91	2.16	47.15	5.78	0.66

جدول ۴- مقادیر نرمال شده پارامترهای عدم قطعیت به ازای روش‌های برآورد ضریب پخشیدگی طولی

Table 4- Normalized values of uncertainty parameters for methods of estimating longitudinal dispersion coefficient

روش برآورد Prediction method	CR%	B	RB	S	Ts	D	RD	Dq	RDq	NSCE
Deng et al. (2001)	0.33	0.46	0.74	0.81	0.81	0.74	0.85	0.98	0.72	1.00
Kashefipour and Falconer (2002)	1.00	0.00	0.00	0.70	0.69	1.00	0.00	0.65	0.00	0.93
Sahin (2014)	0.83	0.16	0.29	0.90	0.90	0.83	0.34	0.00	0.06	0.49
Zeng and Huai (2014)	0.33	0.83	0.89	0.51	0.52	0.25	0.92	1.00	0.81	0.58
M5	0.00	1.00	1.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.88	1.00	0.00
GE	0.67	0.47	0.38	1.00	1.00	0.55	0.39	0.60	0.22	0.61

جدول ۵- وزن‌های به‌دست آمده توسط روش وزن‌دهی G1 با توجه به اهمیت پارامترهای عدم قطعیت

Table 5- Weights obtained by G1 weighting method considering the importance of uncertainty parameters

	CR%	B	RB	S	Ts	D	RD	Dq	RDq	NSCE
وزن‌های G1 G1 weight	0.085	0.11	0.121	0.042	0.042	0.055	0.061	0.146	0.160	0.176

حدودی مطابقت دارد. ساهای و دوتا (۳۵) نیز مقایسه‌ای میان روش‌های متداول ضریب پخشیدگی انجام دادند که بر این اساس روش دنگ و همکاران (۸) نسبت به دیگر روش‌های متداول از دقت بالاتری برخوردار بوده است. لی و همکاران (۲۲) از آنالیزهای آماری جهت بررسی میزان کارایی روش‌های مختلف برآورد ضریب پخشیدگی طولی استفاده نمودند که براساس آن روش دنگ و همکاران (۸) بعد از روش روش کاشفی‌پور و فالكونر (۱۹) از دقت بالاتری برخوردار بوده است. یکی از تفاوت‌های عمده این تحقیق با تحقیق صورت گرفته توسط لی و همکاران (۲۲)، استفاده از معیارهای متنوع عدم قطعیت در بررسی کارایی روش‌های مختلف بوده است. نزارتیان و همکاران (۲۷) نشان دادند که مدل‌های داده محور M5 و GE نسبت به دیگر روش‌های برآورد ضریب پخشیدگی طولی از دقت بالاتری برخوردار بوده ولی از لحاظ عدم قطعیت، معادله تجربی زنگ و هایوی (۴۷) کارایی بهتری نسبت به سایر روش‌ها دارد. با توجه به اینکه در تحقیق مذکور از روش‌های دیگری جهت تحلیل عدم قطعیت استفاده شده بود و معادله دنگ و همکاران (۸) جزو معادلات مورد ارزیابی عدم قطعیت نبوده است، نتایج به دست آمده مطابقت خوبی با نتایج این تحقیق دارد.

پارامتر CUI مقادیری بین ۰ تا ۱ را می‌تواند داشته باشد و مقادیر بزرگ‌تر آن نشان‌دهنده کارایی بهتر روش مورد نظر می‌باشد. بر اساس نتایج جدول ۶ روش دنگ و همکاران (۸) نسبت به سایر روش‌ها کارایی بهتری داشته و پس از آن معادله ارائه شده توسط زنگ و هایوی (۴۷) با ضریب $CUI=0.717$ بهترین عملکرد را داشته است. دو روش داده محور M5 و GE نیز در رتبه‌های بعدی قرار گرفته‌اند. نتایج روش TOPSIS کاملاً مطابق با روش CUI بوده و تفاوتی میان دو روش مشاهده نمی‌شود. مقدار ضریب VIKOR نسبت عکس با عملکرد مدل داشته و مقادیر پایین این ضریب نشان‌دهنده کارایی بالاتر مدل خواهد بود. براساس روش VIKOR نیز دو روش دنگ و همکاران (۸) و زنگ و هایوی (۴۷) بهترین کارایی را داشته و بعد از آن مدل‌های داده محور قرار گرفته‌اند. تنها تفاوت نتایج به‌دست آمده میان مدل VIKOR و دو روش CUI و TOPSIS در رتبه‌بندی دو روش داده محور می‌باشد بدین صورت که در این روش، مدل GE کارایی بالاتری نیز به مدل M5 داراست. بر اساس نتایج ارائه شده توسط نوری و همکاران (۲۸)، معادله دنگ و همکاران (۸) نسبت به دیگر روش‌های ارائه شده از دقت بالاتری برخوردار می‌باشد. علاوه بر این معادله زنگ و هایوی (۴۷) نیز جزو معادلات برتر معرفی شده است که با نتایج این تحقیق تا

جدول ۶- ضرایب به‌دست آمده از روش‌های تصمیم‌گیری چند معیاره برای اولویت بندی روش‌های برآورد

Table 6- Coefficients obtained from multi-criteria decision-making methods for prioritizing estimation methods

روش تصمیم‌گیری decision-making methods	Deng et al. (2001)	Kashefipour and Falconer (2002)	Sahin (2014)	Zeng and Huai (2014)	M5	GE
CUI	0.76	0.46	0.36	0.72	0.58	0.52
VIKOR Index	0	0.81	0.89	0.12	0.73	0.58
TOPSIS Index	0.74	0.47	0.35	0.71	0.56	0.49

نتیجه گیری

ضریب CUI آن تنها ۶٪ کمتر از معادله ارائه شده توسط دنگ و همکاران (۸) است. بعد از دو روش ذکر شده، روش‌های داده محور M5 و GE بهترین عملکرد را داشته‌اند. براساس دو شاخص CUI و TOPSIS، مدل M5 عملکرد بهتری نسبت به GE داشته، این در حالی است که شاخص VIKOR در روش GE بهتر از مدل M5 بوده است. ذکر این نکته ضروری است که در این مطالعه عدم قطعیت مدل‌های تصمیم‌گیری مورد بررسی قرار نگرفته است و مراد از بررسی عدم قطعیت در تحقیق حاضر، کمی‌سازی عدم قطعیت ذاتی روش‌ها و روابط برآورد کننده ضریب پخشیدگی طولی بوده است.

سپاسگزاری

این مطالعه در قالب طرح تحقیقاتی مصوب و با حمایت معاونت پژوهشی دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی خوزستان صورت پذیرفته است.

در این تحقیق با استفاده از اصول مجموعه‌های فازی، عدم قطعیت روش‌های برآورد ضریب پخشیدگی طولی رودخانه‌ها مدل-سازی شد. جهت تعیین پارامترهای عدم قطعیت در روش‌های مختلف از رویکرد تحلیل فاصله استفاده گردید که در آن با در نظر گرفتن ۱۰٪ عدم قطعیت مشخص برای پارامترهای U, H, W و U_* ، میزان عدم قطعیت ضریب پخشیدگی طولی محاسبه گردید. براساس رویکرد مورد استفاده، پارامترهای متنوع عدم قطعیت برای کلیه روش‌ها محاسبه و با توجه به تاثیر هر پارامتر نرمال‌سازی گردید. با توجه به تعدد پارامترهای عدم قطعیت، در ابتدا از روش وزن‌دهی G1 جهت تعیین وزن هر کدام از پارامترها استفاده شد و پس از آن جهت مقایسه کارایی روش‌های مختلف از سه روش ICU، TOPSIS و VIKOR استفاده گردید. نتایج کلیه روش‌های تصمیم‌گیری چند معیاره حاکی از برتری مدل ریاضی دنگ و همکاران (۸) نسبت به سایر روش‌های برآورد ضریب پخشیدگی دارد. معادله تجربی زنگ و هایبوی (۴۷) نیز عملکرد خوبی داشته و

منابع

- 1- Alizadeh M.J., Ahmadyar D., and Afghantoloe A. 2017. Improvement on the Existing Equations for Predicting Longitudinal Dispersion Coefficient. *Water Resources Management* 31(6): 1777-1794.
- 2- Azamathulla H.M., and Ghani A.A. 2011. Genetic Programming for Predicting Longitudinal Dispersion Coefficients in Streams. *Water Resources Management* 25(6): 1537-1544.
- 3- Azamathulla H.M., and Wu F.C. 2011. Support vector machine approach for longitudinal dispersion coefficients in natural streams. *Applied Soft Computing* 11(2): 2902-2905.
- 4- Bai S., Hua Q., Elwert, T., and Wang, Q. 2018. Development of a method based on MADM theory for selecting a suitable cutting fluid for granite sawing process. *Journal of Cleaner Production* 185: 211-229.
- 5- Cheng C.T., Zhao M.Y., Chau K.W. and Wu X.Y. 2006. Using genetic algorithm and TOPSIS for Xinjiang model calibration with a single procedure. *Journal of Hydrology* 316(1-4): 129-140.
- 6- Davis P.M., and Atkinson T.C. 2000. Longitudinal dispersion in natural channels: 3. An aggregated dead zone model applied to the River Severn, U.K. *Hydrology and Earth System Sciences Discussions* 4(3): 373-381.
- 7- Davis P.M., Atkinson T.C., and Wigley T.M.L. 2000. Longitudinal dispersion in natural channels: 2. The roles of shear flow dispersion and dead zones in the River Severn, U.K. *Hydrology and Earth System Sciences Discussions* 4(3): 355-371.
- 8- Deng Z.Q., Singh V.P., and Bengtsson L. 2001. Longitudinal dispersion coefficient in straight rivers. *Journal of Hydraulic Engineering* 127: 919-927
- 9- Disley T., Gharabaghi B., Mahboubi A.A., and McBean E.A. 2015. Predictive equation for longitudinal dispersion coefficient. *Hydrological Processes* 29(2): 161-172.
- 10- Elder J.W. 1959. The dispersion of marked fluid in turbulent shear flow. *Journal of Fluid Mechanics* 5(4): 544-560.
- 11- Etemad-Shahidi A., and Taghipour M. 2012. Predicting longitudinal dispersion coefficient in natural streams using M5' model tree. *Journal of Hydraulic Engineering* 138(6): 542-554.
- 12- Fischer H.B. 1968. Dispersion predictions in natural streams. *Journal of the Sanitary Engineering Division* 94: 927-944.
- 13- Fischer H.B., and Engineers A.S.C. 1967. *The Mechanics of Dispersion in Natural Streams*: American Society of Civil Engineers.
- 14- Godfrey R.G., and Frederick B.J. 1970. *Stream dispersion at selected sites*. US Government Printing Office.
- 15- Graf J.B. 1995. Measured and predicted velocity and longitudinal dispersion at steady and unsteady flow, Colorado River, Glen Canyon Dam to Lake Mead. *JAWRA Journal of the American Water Resources Association* 31(2): 265-281.

- 16- Guymer I. 1998. Longitudinal dispersion in sinuous channel with changes in shape. *Journal of Hydraulic Engineering* 124(1): 33-40.
- 17- Herrera L.J., Pomares H., Rojas I., Valenzuela O., and Prieto A. 2005. TaSe, a Taylor series-based fuzzy system model that combines interpretability and accuracy. *Fuzzy Sets and Systems* 153(3): 403-427.
- 18- Ibáñez-Forés V., Bovea M., and Azapagic A. 2013. Assessing the sustainability of Best Available Techniques (BAT): methodology and application in the ceramic tiles industry. *Journal of Cleaner Production* 51: 162-176.
- 19- Kashefipour S.M., and Falconer R.A. 2002. Longitudinal dispersion coefficients in natural channels. *Water Research* 36(6): 1596-1608.
- 20- Khosravi K., Shahabi H., Pham B.T., Adamowski J., Shirzadi A., Pradhan B., Dou J., Ly H.B., Gróf G., Ho H.L., and Hong H. 2019. A comparative assessment of flood susceptibility modeling using Multi-Criteria Decision-Making Analysis and Machine Learning Methods. *Journal of Hydrology* 573: 311-323.
- 21- Lasdon L.S., Waren A.D., Jain A., and Ratner M. 1976. Design and testing of a generalized reduced gradient code for nonlinear programming (No. SOL-76-3). Stanford Univ., CA. Systems Optimization Lab.
- 22- Li X., Liu H., and Yin M. 2013. Differential evolution for prediction of longitudinal dispersion coefficients in natural streams. *Water Resources Management*, 27(15): 5245-5260.
- 23- Ma J., Fan Z.P., and Huang L.H. 1999. A subjective and objective integrated approach to determine attribute weights. *European journal of operational research*, 112(2): 397-404.
- 24- Mays L. 1992. Water demand forecasting. *Hydrosystem Engineering and Management*, 24-32.
- 25- McQuivey, R. S., and Keefer, T. N. (1974). Simple method for predicting dispersion in streams. *Journal Environment Engineering Div* 100(4): 997-1011.
- 26- Nasiri F., Maqsood I., Huang G., and Fuller N. 2007. Water quality index: a Fuzzy river-pollution decision support expert system. *Journal of Water Resources Planning and Management* 133(2): 95-105.
- 27- Nezaratian H., Zahiri J., and Kashefipour S.M. 2018. Sensitivity Analysis of Empirical and Data-Driven Models on Longitudinal Dispersion Coefficient in Streams. *Environmental Processes* 5(4): 833-858.
- 28- Noori R., Ghiasi B., Sheikhan H., and Adamowski J.F. 2017. Estimation of the dispersion coefficient in natural rivers using a granular computing model. *Journal of Hydraulic Engineering* 143(5): 04017001.
- 29- Nordin C.F., and Sabol G.V. 1974. Empirical data on longitudinal dispersion in rivers (No. 74-20). US Geological Survey.
- 30- Pakkar M.S. 2015. An integrated approach based on DEA and AHP. *Computational Management Science* 12(1): 153-169.
- 31- Parsaie A., and Haghiabi A.H. 2017. Computational modeling of pollution transmission in rivers. *Applied Water Science* 7(3): 1213-1222.
- 32- Rao R.V., and Davim J.P. 2008. A decision-making framework model for material selection using a combined multiple attribute decision-making method. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 35(7-8): 751-760.
- 33- Rutherford J.C. 1994. *River mixing*. John Wiley and Son Limited.
- 34- Sabzkouhi A. M. and Haghghi A. 2018. Uncertainty analysis of transient flow in water distribution networks. *Water Resources Management* 39(9): 1-18. (In Persian with English abstract)
- 35- Sahay R.R., and Dutta S. 2009. Prediction of longitudinal dispersion coefficients in natural rivers using genetic algorithm. *Hydrology Research* 40(6): 544-552.
- 36- Sahin S. 2014. An empirical approach for determining longitudinal dispersion coefficients in rivers. *Environmental Processes* 1: 277-285.
- 37- Sattar A.M.A., and Gharabaghi B. 2015. Gene expression models for prediction of longitudinal dispersion coefficient in streams. *Journal of Hydrology* 524(Supplement C): 587-596.
- 38- Seo I.W., and Cheong T.S. 1998. Predicting longitudinal dispersion coefficient in natural streams. *Journal of Hydraulic Engineering* 124(1): 25-32.
- 39- Shi P., Yang T., Yong B., Li Z., Xu C.Y., Shao Q., and Qin Y. 2019. A New Uncertainty Measure for Assessing the Uncertainty Existing in Hydrological Simulation. *Water* 11(4): 812.
- 40- Singh T., Patnaik A., Chauhan R., and Chauhan P. 2018. Selection of brake friction materials using hybrid analytical hierarchy process and vise Kriterijumska Optimizacija Kompromisno Resenje approach. *Polymer Composites* 39(5): 1655-1662.
- 41- Srivastava G., Panda S.N., Mondal P., and Liu J. 2010. Forecasting of Rainfall Using Ocean-Atmospheric Indices with a Fuzzy Neural Technique. *Journal of Hydrology* 395(4): 190-198.
- 42- Tung Y.K. 2005. *Hydrosystems Engineering Uncertainty Analysis*: McGraw-Hill.
- 43- Xie X.J. 2014. Research on Material Selection with Multi-Attribute Decision Method and G1 Method. Paper presented at the Advanced Materials Research.
- 44- Yang X.S. 2010. *Nature-inspired metaheuristic algorithms*: Luniver press.
- 45- Yotsukura N., Fischer H.B., and Sayre W.W. 1970. Measurement of mixing characteristics of the Missouri River between Sioux City, Iowa, and Plattsmouth, Nebraska.

- 46- Zeleny M. 1982. Multiple criteria decision-making. New York, USA. McGraw Hill.
- 47- Zeng Y., and Huai W. 2014. Estimation of longitudinal dispersion coefficient in rivers. *Journal of Hydro-environment Research* 8(1): 2-8.
- 48- Zheng H. 2015. Multi-sensor target recognition using VIKOR combined with G1 method. *Applied Mechanics and Materials* 707: 321-324.
- 49- Zou Z.H., Yi Y., and Sun J.N. 2006. Entropy method for determination of weight of evaluating indicators in fuzzy synthetic evaluation for water quality assessment. *Journal of Environmental Sciences* 18(5): 1020-1023.

Uncertainty and Accuracy Analysis of Longitudinal Dispersion Coefficient Estimation Methods in Rivers

J. Zahiri^{1*} - A. Moradi Sabzkouhi¹

Received: 17-02-2020

Accepted: 26-07-2020

Introduction: In recent years much attention has been paid to the environment, especially river and lake pollution. Rivers and streams are usually receiving the outlet of sewage systems which may cause pollutant levels to rise. Pollutant dispersion is a key element in water quality modeling and the longitudinal dispersion coefficient is an important factor in stream pollution modeling due to its effect on pollutant mixing intensity. Various methods proposed to estimate longitudinal dispersion coefficient in natural streams based on different procedures and different set of data. The performance of the methods presented in previous research is mainly based on precision indices that alone cannot be used as a comprehensive index for comparing different methods.

Materials and Methods: In this study, in order to evaluate the performance of different methods, a combination of uncertainty criteria along with accuracy indexes were considered. First, the interval analysis approach was used to evaluate the uncertainty of different methods such as Deng et al. (2001), Kashefipour and Falconer (2002), Sahin (2014), Zeng and Huai (2014), M5 and Gene Expression methods. For $\pm 10\%$ uncertainty in the independent parameters of estimating dispersion coefficient, for all 164 measured data, the probability bands of computational longitudinal dispersion coefficient was obtained for the 6 estimator methods. Then, by comparing the actual measured values with the position of the computational uncertainty bands, 10 uncertainty and accuracy indices were calculated for each estimator method. To determine the most appropriate method for estimating longitudinal dispersion coefficient with less relative uncertainty and greater relative accuracy, weighting was performed on 10 uncertainty-accuracy indices using the G1 weighting method, and then the performance of the methods was evaluated by three multi-criteria decision models including CUI, TOPSIS and VIKOR.

Results and Discussion: Based on the results, the M5 tree model has the lowest containing ratio among all methods and also has the lowest band, while the Kashefipour and Falconer (2002) model has the highest containing ratio and band values. In addition, for all methods except the method of Deng et al. (2001), the parameter of average deviation amplitude decreases with increasing containing ratio. Among the methods used, the M5 tree model has the lowest CR and the highest D. Based on the uncertainty and accuracy analysis, the method of Deng et al. (2001) was better than other methods and then the equation presented by Zeng and Huai (2014) with CUI = 0.717 had the best performance. The two data-driven methods of the M5 and GE are also ranked next. The results of TOPSIS method are completely in accordance with CUI method and there is no difference between the two methods. According to the VIKOR method, the two methods of Deng et al. (2001) and Zeng and Huai (2014) performed the best, followed by data-driven models. The only difference between the results of the VIKOR model and the two CUI and TOPSIS methods is the ranking of the two data-driven methods, so the GE model is more efficient than the M5 model in VIKOR method.

Conclusion: The results of the three multi-criteria decision-making methods were close to each other and in all the methods, the mathematical model of Deng et al. (2001) and the empirical model of Zeng and Huai (2014) were more efficient than the other methods. It is important to note that the uncertainties of decision-making models have not been examined in this study and the purpose of the present uncertainty study has been to quantify the inherent uncertainties of the methods and relationships for estimating the longitudinal dispersion coefficient.

Keywords: Multi-criteria decision models, VIKOR, TOPSIS, CUI

1 and 2- Assistant Professors, Department of Water Engineering, Agricultural Sciences and Natural Resources University of Khuzestan, Iran

(*- Corresponding Author Email: j.zahiri@asnruk.ac.ir)

DOI: 10.22067/jsw.v34i4.85364