

مقاله علمی-پژوهشی

## برآورد فراوانی توأم بیشینه دبی لحظه‌ای-بار معلق رسوب حوضه آبریز زرینه‌رود با استفاده از تحلیل دوبعدی

محمد ناظری تهرودی<sup>۱</sup> - یوسف رمضانی<sup>۲\*</sup> - کارلو دی میکله<sup>۳</sup> - رسول میرعباسی نجف آبادی<sup>۴</sup>

تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۰۵/۰۲

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۱۱/۲۱

### چکیده

پدیده‌های فرسایش، انتقال رسوب و برآورد بار رسوب در رودخانه‌ها با توجه به خسارات ناشی از آن یکی از مهم‌ترین و پیچیده‌ترین موضوعات مهندسی رودخانه است. مدل‌سازی و تحلیل دقیق این پارامتر با توجه به میزان اهمیت آن در تعیین عمر مفید سازه‌های آبی و شبکه‌های آبیاری و زهکشی می‌تواند بسیار مفید واقع شود. در این مطالعه تحلیل فراوانی بار معلق رسوب لحظه‌ای حوضه آبریز زرینه‌رود واقع در جنوب شرقی دریاچه ارومیه با در نظر گرفتن بیشینه دبی لحظه‌ای در محل ایستگاه هیدرومتری چالخماز در دوره آماری ۹۵-۱۳۷۱ با استفاده از توابع مفصل مورد بررسی قرار گرفت. به این منظور در ابتدا همبستگی داده‌های مذکور با استفاده از آماره همبستگی کندال تاو مورد بررسی قرار گرفته و همبستگی ۰/۷۵ بین داده‌ها محاسبه شد. با برازش ۶۵ تابع توزیع مختلف به سری‌های یاد شده، توزیع ویبول برای مقادیر بار معلق رسوب و توزیع پاریتو تمم‌یافته برای مقادیر بیشینه دبی لحظه‌ای بر اساس معیارهای ارزیابی به‌عنوان توزیع‌های حاشیه‌ای مناسب انتخاب شد. نتایج بررسی دقت و کارایی توابع مفصل در مقایسه با مفصل تجربی با استفاده از آماره‌های جذر میانگین مربعات خطا، نش-ساتکلیف، بایاس و آکائیکه مورد بررسی قرار گرفته و مفصل گالامبوس از بین مفصل‌های کاندید، به‌عنوان مفصل برتر انتخاب شد. دوره بازگشت شرطی و توأم بار معلق رسوب مبتنی بر مفصل با احتمالات ۱۰ تا ۹۰ درصد ارائه شد. با مقایسه تحلیل دومتغیره و دوره بازگشت آن با حالت تک متغیره، نتایج نشان داد که برآورد بار معلق رسوب مبتنی بر مفصل به مقادیر بار معلق رسوب ایستگاه چالخماز نزدیک‌تر بوده و دقت بالاتری دارد. همچنین نتایج نشان داد که در حالت تک متغیره، برآورد بار معلق رسوب در ایستگاه چالخماز کمتر از مقدار واقعی آن در دوره بازگشت دوساله است. با توجه به نتایج حاصله می‌توان از منحنی‌های دوره بازگشت تولید شده به‌عنوان منحنی‌های تیپ برای مدیریت و تخصیص منابع آب در حوضه استفاده کرد.

واژه‌های کلیدی: تابع مفصل، توزیع حاشیه‌ای، چالخماز، دریاچه ارومیه، گالامبوس

### مقدمه

مفید سازه‌های آبی و شبکه‌های آبیاری و زهکشی می‌تواند بسیار مفید واقع شود. از طرفی جریان رودخانه‌ها یکی از مؤلفه‌های اصلی منابع آب محسوب می‌شود که میزان رسوبات قابل حمل را تحت تأثیر قرار می‌دهد. نیاز روزافزون جوامع شهری و روستایی به منابع محدود آب از یک طرف و مسائل مربوط به تغییرات اقلیمی و نزولات جوی در چند سال اخیر، توجه و عنایت بیشتر به نگرش پیرامون جریان‌های سطحی را بیش از پیش نمایان می‌سازد. کاهش جریان رودخانه‌ها با عوامل متعددی از جمله عوامل طبیعی و انسانی می‌تواند در ارتباط باشد. این روند کاهش می‌تواند تهدید بزرگی برای کره زمین باشد. همچنین با توجه به ازدیاد بارش‌های حدی در طی سال‌های اخیر، تعداد سیلاب‌های موجود نیز افزایش یافته است و به تبع آن بار رسوبات قابل حمل نیز افزایش داشته است. یکی از عوامل طبیعی مؤثر بر دبی جریان رودخانه‌ها، نزولات جوی است که امروزه روند کاهش را به خصوص در شمال غرب ایران و نواحی دریاچه ارومیه در پیش گرفته

پدیده‌های فرسایش، انتقال رسوب و برآورد بار رسوب در رودخانه‌ها با توجه به خسارات ناشی از آن یکی از مهم‌ترین و پیچیده‌ترین موضوعات مهندسی رودخانه است. مدل‌سازی و پیش‌بینی دقیق این پارامتر با توجه به میزان اهمیت آن در تعیین عمر

۱ و ۲- به ترتیب دانشجوی دکتری منابع آب و دانشیار گروه علوم و مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه بیرجند

(\*)- نویسنده مسئول: (Email: y.ramezani@birjand.ac.ir)

۳- استاد گروه هیدرولوژی، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه پلی تکنیک میلان، ایتالیا

۴- دانشیار گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه شهرکرد

است (۱۶ و ۳۲). جهت کاهش خسارات ناشی از سیل و رسوبات و همچنین امکان طراحی بهینه سازه‌های آبی، تحلیل فراوانی و برآورد دوره بازگشت پارامترهایی نظیر بیشینه دبی لحظه‌ای و بار معلق رسوب ضروری است. در رابطه با برآورد دوره بازگشت و تحلیل فراوانی و همچنین مدل‌سازی پارامترهایی نظیر بیشینه دبی جریان و بار معلق رسوب، روش‌های مختلفی بسته به شرایط و داده‌های موجود به کار گرفته شده است که البته هر کدام نقاط قوت و ضعف مربوط به خود را داشته و لذا تحقیق و بررسی در این خصوص همچنان ادامه دارد. ذکر این نکته نیز ضروری است که هیچ توزیع احتمالاتی نمی‌تواند دقیقاً با داده‌های ثبت شده مطابقت داشته باشد و فقط یکی از توابع توزیع در مقایسه با سایر توزیع‌ها می‌تواند به‌عنوان توزیع با بهترین برازش انتخاب گردد (۳۰).

جدیدترین روش ارائه شده برای تحلیل چند متغیره پدیده‌های هیدرولوژیک، اولین بار توسط اسکالر معرفی و به نام تابع مفصل شناخته می‌شود (۳۱). توابع مفصل، محدودیت‌های توابع توزیع دومتغیره را نداشته و می‌تواند با پیوند دادن توابع توزیع حاشیه‌ای تک متغیره متفاوت، توابع توزیع چند متغیره را ایجاد و با استفاده از آن‌ها ساختارهای وابستگی را به شکل دقیق‌تری توصیف نمایند (۲۸). در دهه‌های اخیر، مفصل‌ها به‌عنوان یک ابزار کارآمد برای کمی کردن ساختار وابستگی بین کمیت‌های همبسته معرفی شده‌اند. انعطاف‌پذیری ارائه شده توسط مفصل‌ها برای ایجاد توزیع‌های توأم در مطالعات زیادی به اثبات رسیده است. توابع مفصل در مطالعات هیدرولوژی اولین بار به‌وسیله دی میکله و سالوادوری (۱۲) برای تحلیل فراوانی باران به‌کار برده شدند. در ایران نیز از توابع مفصل در زمینه‌های مختلفی همچون تحلیل خشک‌سالی (۲۰، ۱۹ و ۲) مدل‌سازی دما و بارش (۲۹) و تحلیل فراوانی سیلاب (۲۵ و ۲۷) استفاده شده است. در مطالعات جدیدتر کاویان‌پور و همکاران (۱۵) با استفاده از تابع مفصل به بررسی خصوصیات خشک‌سالی در شهرهایی از ایران در دوره آماری ۲۰۱۲-۱۹۸۲ پرداختند. نتایج نشان داد که استفاده از تابع مفصل در بررسی و تحلیل خشک‌سالی دقیق‌تر از شاخص SPI است و بدیهی است که حالت‌های شدید را بهتر نشان می‌دهد. آیاتوبو و همکاران (۵) فراوانی چند متغیره خصوصیات خشک‌سالی شامل مدت دوام خشک‌سالی، شدت، پیک و فاصله زمانی را با استفاده از توابع مفصل خانواده ارشمیدسی در کشور چین در دوره آماری ۲۰۱۳-۱۹۶۱ مورد بررسی قرار دادند. این مطالعه نشان داد که یک رویکرد مفصل چهارگانه، یک ابزار حیاتی برای تفسیر احتمالاتی از داده‌های هیدرولوژیکی و هواشناسی در منطقه چین است. نتوین‌هی و همکاران (۲۴) به بررسی وابستگی خطر خشک‌سالی و استراتژی‌های انطباق با آن را با استفاده از توابع مفصل در استرالیا مورد بررسی قرار دادند. در این مطالعه از مفصل C-Vine جهت تحلیل داده‌های بارش روزانه استفاده شد. نتایج هم‌چنین نشان داد که

رویدادهای خشک‌سالی در فصول مختلف ممکن است کاملاً در هم آمیخته نشوند. نتایج این تحقیق می‌تواند به‌عنوان یک ابزار کارآمد برای کاهش خطر کشاورزی عمل کند، اما هم‌زمان می‌تواند اطلاعات فوق‌العاده مفیدی را برای قیمت مناسب محصولات مبتنی بر شاخص‌های بیمه فراهم کند. وظیفه‌خواه و همکاران (۳۳) تحلیل دومتغیره ریسک خشک‌سالی با استفاده از شاخص ناپارامتری چند متغیره استاندارد شده خشک‌سالی<sup>۱</sup> و توابع مفصل را مورد بررسی قرار دادند. در این مطالعه آن‌ها به بررسی دوره بازگشت دومتغیره NMSDI با استفاده از دو ویژگی‌های خشک‌سالی معمولی (مدت زمان و شدت) در ۱۰ ایستگاه در حوضه بسته کونیا<sup>۲</sup> در ترکیه پرداختند. انواع مختلف مفصل‌ها در مدل‌سازی وابستگی مشترک بین مدت و شدت خشک‌سالی در هر ایستگاه مورد توجه قرار گرفت. تجزیه و تحلیل دوره دومتغیره نشان داد که در مناطق جنوب شرقی و جنوب غربی حوضه مورد بررسی برای سری NMSDI ۳ ماهه خطر بالایی وجود دارد در حالی که در شمال و شمال غربی در معرض خطر سری NMSDI ۶ ماهه قرار دارد. ناظری تهرودی و همکاران (۲۲) جهت پیش‌بینی و برآورد متوسط بار رسوب سالانه در رودخانه سیستان از مدل‌های چندمتغیره و تلفیقی سری زمانی استفاده کردند. نتایج پیش‌بینی بار رسوب سالانه در رودخانه سیستان نشان از کاهش بار رسوب در سال‌های منتهی به ۱۴۰۰ بود. احمدی و همکاران (۴) نیز جهت تحلیل چند متغیره جریان‌های کمینه حوضه آبریز دز از توابع مفصل استفاده کردند. بر اساس نتایج به دست آمده از تحلیل توأم سری‌های سیلاب دو سرشاخه متصل به هم مشخص شد که دو رودخانه سپید دشت سزار و سپید دشت زاز هر ۷۰ سال یک‌بار به‌صورت هم‌زمان می‌تواند در معرض سیلاب شدید قرار گیرند.

با وجود اینکه استفاده از توابع‌های تک متغیره در تحلیل فراوانی‌های پارامترهای مختلف و تعیین معیار طراحی پروژه‌های عمرانی به‌صورت یک شیوه استاندارد در آمده است، در بسیاری از موارد به علت ماهیت چندمتغیره رویدادهای مذکور، توابع‌های تک متغیر قادر به توصیف مناسب آن‌ها نمی‌باشند. بررسی‌ها نشان می‌دهد کاربرد توابع‌های مفصل با وجود مناسب‌تر بودن در این مسائل، کمتر دنبال شده است. هدف از مطالعه حاضر، تحلیل فراوانی دومتغیره، بررسی رفتار توأم و دوره بازگشت شرطی بیشینه دبی لحظه‌ای و بار معلق رسوب متناظر آن در محل ایستگاه هیدرومتری چالخماز واقع در جنوب غربی حوضه دریاچه ارومیه در دوره آماری ۱۳۷۱-۹۵ است.

1- Nonparametric Multivariate Standardized Drought Index

2- Konya

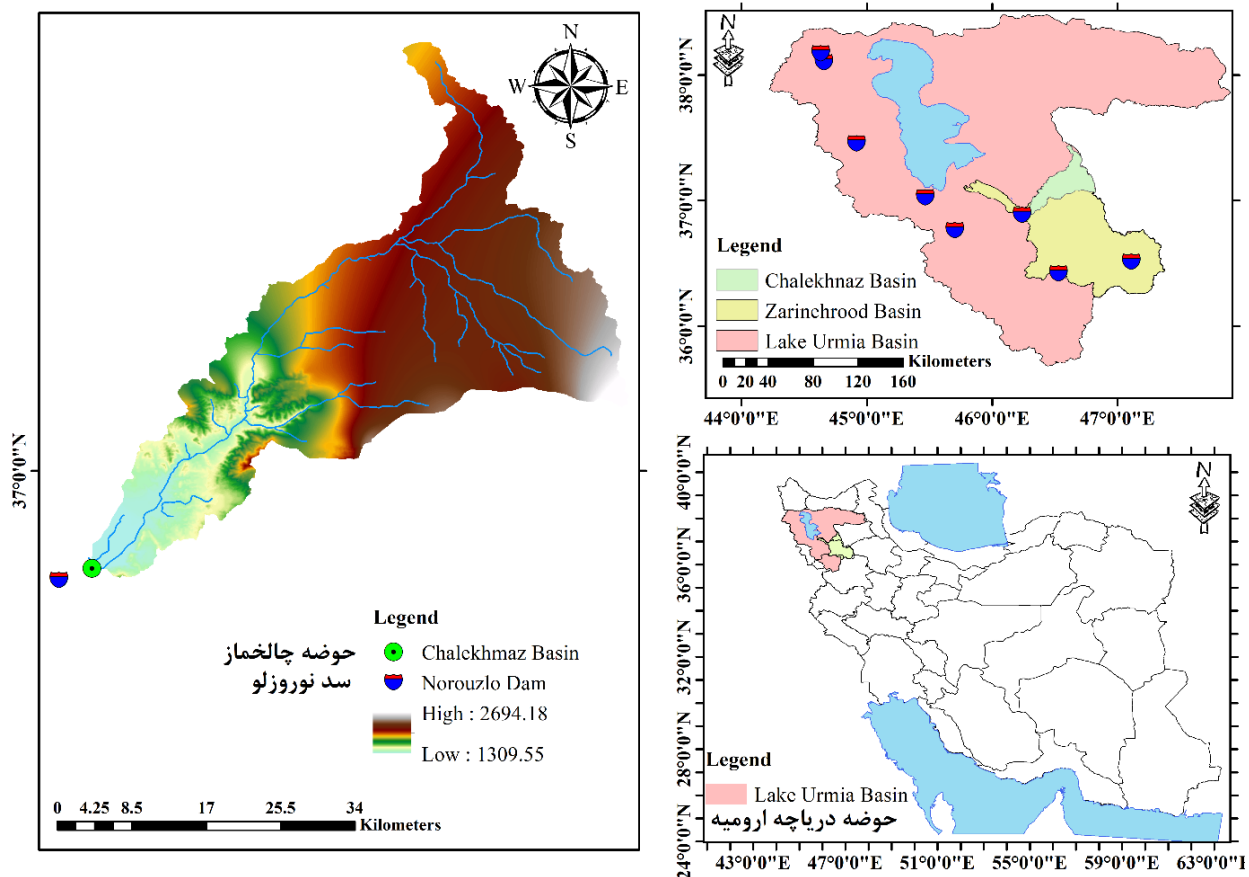
## مواد و روش‌ها

رودخانه زرینه‌رود در استان آذربایجان غربی در شمال غرب ایران و جنوب حوضه غربی دریاچه ارومیه قرار دارد. طول رودخانه زرینه‌رود تا محل ایستگاه چالخماز ۱۰۴ کیلومتر و مساحت حوضه آبریز آن در محل ایستگاه ۹۸۳ کیلومتر مربع و دبی متوسط رودخانه در این ایستگاه حدود ۰/۸۲ متر مکعب در ثانیه می‌باشد. در این مطالعه از داده‌های دبی سالانه ( $m^3/s$ ) و بار معلق رسوب (تن در روز) در حوضه آبریز زرینه‌رود و در محل ایستگاه هیدرومتری چالخماز در دوره آماری ۹۵-۱۳۷۱ استفاده شد. مجموع بارش سالانه این ایستگاه نیز حدود ۳۱۰ میلی‌متر می‌باشد. شکل ۱ موقعیت ایستگاه هیدرومتری چالخماز

و جدول ۱ خصوصیات آماری پارامترهای مورد بررسی در حوضه دریاچه ارومیه را نشان می‌دهد.

### انتخاب توزیع‌های حاشیه‌ای

در روش متداول برآورد دوره بازگشت مقادیر حدی، توزیع‌های آماری مختلف بر سری داده‌های مورد بررسی برازش داده می‌شود. پس از برازش توزیع‌های آماری بر روی سری داده‌ها، می‌بایست نکویی برازش هر توزیع توسط یکی از آزمون‌های مناسب از جمله آزمون کلموگروف-اسمیرنوف مورد بررسی قرار گیرد.



شکل ۱- موقعیت ایستگاه هیدرومتری چالخماز در سطح حوضه دریاچه ارومیه  
Figure 1- The location of Chalekhnaz hydrometric stations in Lake Urmia basin

جدول ۱- خصوصیات آماری داده‌های مورد استفاده

Table 1- Statistical properties of used data

پارامتر Parameter	کمینه Min	بیشینه Max	میانگین Mean	انحراف معیار STD	ضریب تغییرات CV	چولگی Skewness
بیشینه دبی لحظه‌ای (متر مکعب بر ثانیه) Maximum flow discharge ( $m^3/s$ )	0.06	19.14	5.41	5.22	0.96	1.26
بار معلق رسوب (تن در روز) Suspended sediment load (ton/day)	1.57	5290.42	701.69	1222.53	1.74	2.71

متغیره می‌تواند به فرم توزیع‌های چندمتغیره ترکیب شوند. اسکالر نشان داد که برای متغیرهای تصادفی پیوسته  $d$  بعدی  $\{X_1, \dots, X_d\}$  با CDF های حاشیه‌ای  $u_j = F_{X_j}(x_j)$  که  $j=1, \dots, d$ ، یک مفصل  $d$  بعدی یکتای  $C_{U_1, \dots, U_d}$  وجود دارد به طوری که:

$$C_{U_1, \dots, U_d}(U_1, \dots, U_d) = H_{X_1, \dots, X_d}(X_1, \dots, X_d) \quad (5)$$

که در آن  $u_j$ ،  $j$  امین حاشیه و  $H_{X_1, \dots, X_d}$  همان CDF توأم  $\{X_1, \dots, X_d\}$  می‌باشد. چون برای متغیرهای تصادفی پیوسته تابع CDF حاشیه‌ها از ۰ تا ۱ غیر کاهشی می‌باشند، می‌توان مفصل  $C_{U_1, \dots, U_d}$  را به عنوان تبدیل  $H_{X_1, \dots, X_d}$  از  $[-\infty, \infty]^d$  به  $[0, 1]^d$  در نظر گرفت. نتیجه این تبدیل این است که توزیع‌های حاشیه‌ای از  $H_{X_1, \dots, X_d}$  جدا می‌گردند و بنابراین،  $C_{U_1, \dots, U_d}$  تنها به ارتباط بین متغیرها مربوط می‌شوند و توصیف کاملی از ساختار وابستگی کلی ارائه می‌دهند (۲۳).

در این مطالعه از هفت تابع مفصل مختلف به شرح جدول ۲ به منظور تحلیل دومتغیره بار معلق رسوب و بیشینه دبی لحظه‌ای استفاده شد. مقادیر  $\theta$  در این جدول نشان دهنده پارامتر تابع مفصل می‌باشد. برآزش و انتخاب تابع مفصل در ابتدا به تعیین میزان وابستگی دو متغیر مورد بررسی بستگی دارد. در این مطالعه میزان وابستگی داده‌های مورد بررسی در محل ایستگاه چالخماز با استفاده از روش کندال تاو<sup>۳</sup> (رابطه ۶) محاسبه شد.

$$\tau = \left( \frac{N}{2} \right)^{-1} \sum_{i < j} \text{sign} \left[ (x_i - x_j)(y_i - y_j) \right] \quad (6)$$

که در رابطه فوق،  $N$  تعداد داده‌ها،  $\text{sign}()$  تابع علامت و  $x$  و  $y$  جفت داده‌های مشاهداتی به برای مقادیر یاد شده می‌باشد. برای تخمین پارامتر وابستگی مفصل در این مطالعه از روش توابع منطقی برای حاشیه‌ها<sup>۴</sup> (IFM) که متداول‌ترین روش برای تخمین پارامترهای مفصل می‌باشد، استفاده شد (۱۴). برای موارد دومتغیره، فرض شد دو متغیر تصادفی همبسته  $X$  و  $Y$  به ترتیب به صورت توابع  $f_X(x; \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p)$  و  $f_Y(y; \gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_r)$  توزیع شده‌اند که  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p$  پارامترهای  $f_X(x)$  و  $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_r$  پارامترهای  $f_Y(y)$  هستند. تعداد واقعی پارامترها بستگی به نوع توزیع‌های حاشیه‌ای تک متغیره دارد. برای  $n$  جفت

در صورتی که در سطح معنی‌داری پنج درصد برآزش مدل‌ها توسط آزمون کلموگروف-اسمیرینف مورد تأیید واقع شود، توزیع احتمالاتی مورد نظر پذیرفته می‌شود. پس از کنترل آماری نکویی برآزش و تعیین توزیع‌های مورد قبول، برای انتخاب بهترین مدل برآزشی، جذر میانگین مربعات خطا<sup>۱</sup> (RMSE) (رابطه ۲) و معیار نش-ساتکلیف<sup>۲</sup> (رابطه ۳) محاسبه می‌شود. هرکدام از توزیع‌های برآزشی که بیشترین مقدار معیار نش-ساتکلیف (NS) و کمترین RMSE را داشته باشند، به عنوان توزیع مناسب برگزیده می‌شود. آماره آزمون کلموگروف-اسمیرینف نیز به شرح رابطه ۴ ارائه شد.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (S_i - O_i)^2}{n-1}} \quad (2)$$

$$NS = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (S_i - O_i)^2}{\sum_{i=1}^n (O_i - \bar{O}_i)^2} \quad (3)$$

که در روابط فوق،  $n$  تعداد داده‌ها،  $O_i$  مقدار نمونه مشاهده شده،  $O_{\min}$  و  $O_{\max}$  به ترتیب مقادیر حداکثر و حداقل نمونه‌های مشاهده شده،  $\bar{O}$  میانگین مقادیر نمونه و  $S_i$  مقدار خروجی تابع توزیع مورد آزمون برای مقدار احتمال تجربی هر مقدار نمونه می‌باشد (۲۱).

$$D_{\max} = \max \left\{ |F(x_i) - G(x_i)|, |F(x_{i+1}) - G(x_i)| \right\} \quad i \leq n \leq n-1 \quad (4)$$

در رابطه فوق،  $D_{\max}$  میزان انحراف بیشینه بین CDF نظری  $(F(x))$  و تجربی  $(G(x))$  و  $n$  تعداد داده‌های مشاهداتی است. تابع CDF تجربی از رابطه ویبول  $G(x) = \frac{m}{n+1}$ ، شماره ردیف و  $n$  تعداد داده‌ها تعیین شده است. در صورتی که در سطح احتمال پنج درصد برآزش مدل‌ها توسط آزمون K-S مورد تأیید واقع شود، توزیع احتمالاتی مورد نظر از نظر آماری قابل پذیرش است (۴).

#### توابع مفصل و تئوری اسکالر

مفصل‌ها یک شیوه انعطاف‌پذیر برای ایجاد توزیع‌های توأم آماری با توابع توزیع حاشیه‌ای متفاوت می‌باشند. مفصل‌ها توابع توزیع چندمتغیره هستند که حاشیه‌های یک‌بعدی آن‌ها بر بازه (۰ و ۱) یکنواخت باشند. معرفی و ارائه مفصل به اسکالر (۳۱) نسبت داده شده است که در یک تئوری توصیف می‌کند چگونه توابع توزیع تک

3- Kendall's  $\tau$

4- Inference Functions for Margins

1- Normalized Root Mean Square Error (NRMSE)

2- Nash-Sutcliffe

$\ln L$  مشاهده مستقل، تابع لگاریتم درست‌نمایی برای  $X$  و  $Y$  یعنی  $\ln L_Y(y; \gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_r)$  و  $\ln L_X(x; \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p)$  به‌طور مجزا جهت تخمین پارامترها بیشینه شدند.  $\hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2, \dots, \hat{\alpha}_p$  و  $\hat{\gamma}_1, \hat{\gamma}_2, \dots, \hat{\gamma}_r$  پارامترهای تخمینی می‌باشند. تابع لگاریتم درست‌نمایی تابع چگالی احتمال توأم  $f_{X,Y}(x, y)$  به‌صورت زیر در نظر گرفته شد:

در این مطالعه، بهترین برازش توزیع کاپولا، توزیع مفصل تجربی غیر پارامتری محاسبه و با مقادیر پارامتری مقایسه شد. برای یک مورد توأم دوبعدی، مفصل تجربی داده‌های مشاهده شده  $(u_i, v_i)$  به شرح زیر است:

$$\begin{aligned} \ln L(x, y; \hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2, \dots, \hat{\alpha}_p, \hat{\gamma}_1, \hat{\gamma}_2, \dots, \hat{\gamma}_r, \theta) \\ = \ln L_C(x, y; F_x(x), F_y(y), \theta) + \\ \ln L_X(x; \hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2, \dots, \hat{\alpha}_p) \\ + \ln L_Y(y; \hat{\gamma}_1, \hat{\gamma}_2, \dots, \hat{\gamma}_r) \end{aligned} \quad (7)$$

که در آن  $\ln L_C$  تابع لگاریتم درست‌نمایی تابع چگالی مفصل‌ها می‌باشند. با جاگذاری مقادیر تخمین زده‌شده برای  $\hat{\gamma}_1, \hat{\gamma}_2, \dots, \hat{\gamma}_r$

جدول ۲- توابع مفصل مورد استفاده (۲۳)  
Table 2- The used Copula functions (23)

خانواده Family	C (u,v)	دامنه $\theta$ Range $\theta$
عل-میخایل-حق Ali-Mikhail-Haq (AMH)	$\frac{uv}{1 - \theta(1-u)(1-v)}$	$-1 \leq \theta \leq 1$
کلاتون Clayton	$(u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1)^{-1/\theta}$	$\theta \geq 0$
فرانک Frank	$-\frac{1}{\theta} \ln \left[ 1 + \frac{(e^{-\theta u} - 1)(e^{-\theta v} - 1)}{e^{-\theta} - 1} \right]$	$\theta \neq 0$
گالامبوس Galambos	$uv \exp \left\{ \left[ (-\ln u)^{-\theta} + (-\ln v)^{-\theta} \right]^{-\frac{1}{\theta}} \right\}$	$\theta \geq 0$
گامبل-هوگارد Gumbel-Hougaard (GH)	$\exp \left\{ - \left[ (-\ln u)^{\theta} + (-\ln v)^{\theta} \right]^{\frac{1}{\theta}} \right\}$	$\theta \geq 1$
پلاکت Plackett	$\exp \left\{ - \left[ (-\ln u)^{\theta} + (-\ln v)^{\theta} \right]^{\frac{1}{\theta}} \right\}$	$\theta \geq 0$
فارلی-گامبل-مورگنسترن Farlie-Gumbel-Morgenstern (FGM)	$\frac{1}{2} \frac{1}{\theta - 1} \left\{ 1 + (\theta - 1)(u + v) - \left[ (1 + (\theta - 1)(u + v))^2 - 4\theta(\theta - 1)uv \right]^{\frac{1}{2}} \right\}$	$-1 \leq \theta \leq 1$

به طور مثال برای تعیین دوره بازگشت رخداد وقایع دومتغیره با  $X < x$  به شرط اینکه  $Y < y$  باشد، با استفاده از توابع مفصل حاکم بر متغیرها، می توان از رابطه زیر استفاده نمود.

$$T_{(X|Y)}(x|y) = \frac{1}{1-C(u|v)} \quad (۱۲)$$

$$C(u|v) = \frac{C(u|v)}{v} \quad (۱۳)$$

که در رابطه فوق  $C(U|V)$  وقایعی را بیان می کند که در آن ها  $U \leq u$  به شرط اینکه  $V \leq v$  و  $u$  و  $v$  توابع توزیع حاشیه ای می باشند (۲۴). با در نظر گرفتن حد آستانه های شرطی مختلف و استفاده از توابع توزیع توأم شرطی مربوطه می توان به مجمع نقاطی با دوره های بازگشت یکسان دست یافت و بر اساس معیارهای مد نظر، یکی از این وقایع را به عنوان واقعه طراحی انتخاب نمود.

### نتایج و بحث

در این مطالعه به تحلیل توأم بار معلق رسوب (ton/day) و بیشینه دبی لحظه ای (m<sup>3</sup>/s) رودخانه زرينه رود در محل ایستگاه هیدرومتری چالخماز در دوره آماری ۹۵-۱۳۷۱ واقع در جنوب غربی حوضه دریاچه ارومیه با استفاده از توابع مفصل پرداخته شده است. مقادیر داده های مورد بررسی به صورت شکل های ۲ و ۳ ارائه شد.

#### انتخاب توزیع حاشیه ای مناسب

پس از آماده سازی داده های بیشینه دبی لحظه ای و بار معلق رسوب رودخانه زرينه رود در محل ایستگاه هیدرومتری چالخماز، از ۶۵ تابع توزیع آماری رایج و پیشرفته برای انتخاب توزیع حاشیه ای متناسب با داده ها استفاده شد. نکوبی برازش توزیع های مورد استفاده با استفاده از آزمون های اندرسون - دارلینگ و کلموگروف-اسمیرینف از نظر آماری بررسی شد. نتایج بررسی نکوبی برازش داده های مورد نظر با توزیع های آماری به شرح جدول ۳ می باشد.

با توجه به نتایج حاصل از آزمون های نکوبی برازش کلموگروف-اسمیرینف و اندرسون دارلینگ، می توان مشاهده کرد که توزیع ویبول و توزیع تعمیم یافته پاریتو، به ترتیب بهترین گزینه برای پارامترهای بار معلق رسوب و بیشینه دبی لحظه ای ایستگاه هیدرومتری چالخماز می باشند. رتبه این دو توزیع در بین ۶۵ تابع توزیع آماری رایج و پیشرفته به دست آمده است. با انتخاب توابع توزیع آماری منتخب، به خوبی می توان دوره بازگشت تک متغیره پارامترهای بیشینه دبی لحظه ای و بار معلق رسوب را برآورد کرد. اما جهت تحلیل فراوانی توأم این دو پارامتر با استفاده از توابع مفصل، شرط مقدماتی، وجود همبستگی بین این دو پارامتر است که در این مطالعه با استفاده از آزمون همبستگی کندال (Kendall's  $\tau$ ) انجام شده است. نتایج

$$C_e(u_i, v_i) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I \left( \frac{Q_i}{n+1} \leq u_i, \frac{P_i}{n+1} \leq v_i \right) \quad (۸)$$

که در رابطه  $C_e$  برابر با مفصل تجربی،  $n$  تعداد مشاهدات و  $I(A)$  پارامتر شاخص<sup>۱</sup> عبارت منطقی  $A$  است. چنانچه عبارت  $A$  صحیح باشد، مقدار یک و اگر نادرست باشد مقدار صفر را اختیار می کند.  $Q_i$  و  $P_i$  رتبه داده مشاهداتی  $i$ ام مربوط به حجم کمبود جریان و حجم کمبود بارش می باشد.

تحلیل فراوانی دومتغیره در مورد دو متغیر تصادفی همبسته به وسیله دوره بازگشت توأم تعریف می گردد. دوره های بازگشت توأم در دو حالت تعریف شده اند (۳۵): دوره بازگشت توأمی که در آن مقدار مشاهده شده از  $x$  یا از  $y$  تجاوز نموده باشد (یعنی،  $X > x$  یا  $Y > y$ ) که با  $T_{XY}$  نشان داده می شود و دوره بازگشت توأمی که در آن جفت مشاهده شده هم از  $x$  و هم از  $y$  تجاوز نموده باشد (یعنی،  $X > x$  و  $Y > y$ ) که با  $T'_{XY}$  نشان داده می شود.

$$T_{XY} = \frac{1}{P(X > x \text{ or } Y > y)} = \frac{1}{1 - C(F_x(x), F_y(y))} \quad (۹)$$

$$T'_{XY} = \frac{1}{P(X > x \text{ and } Y > y)} = \frac{1}{1 - F_x(x) - F_y(y) + C(F_x(x), F_y(y))} \quad (۱۰)$$

#### دوره بازگشت شرطی در حالت دومتغیره

در حالت چند متغیره، دوره بازگشت می تواند به صورت  $T_{X < x} = \frac{1}{P(X < x)}$  بیان شود که  $x$  حد آستانه خطر برای یک واقعه  $X$  است. پس می توان رابطه مذکور را به صورت زیر در نظر گرفت:

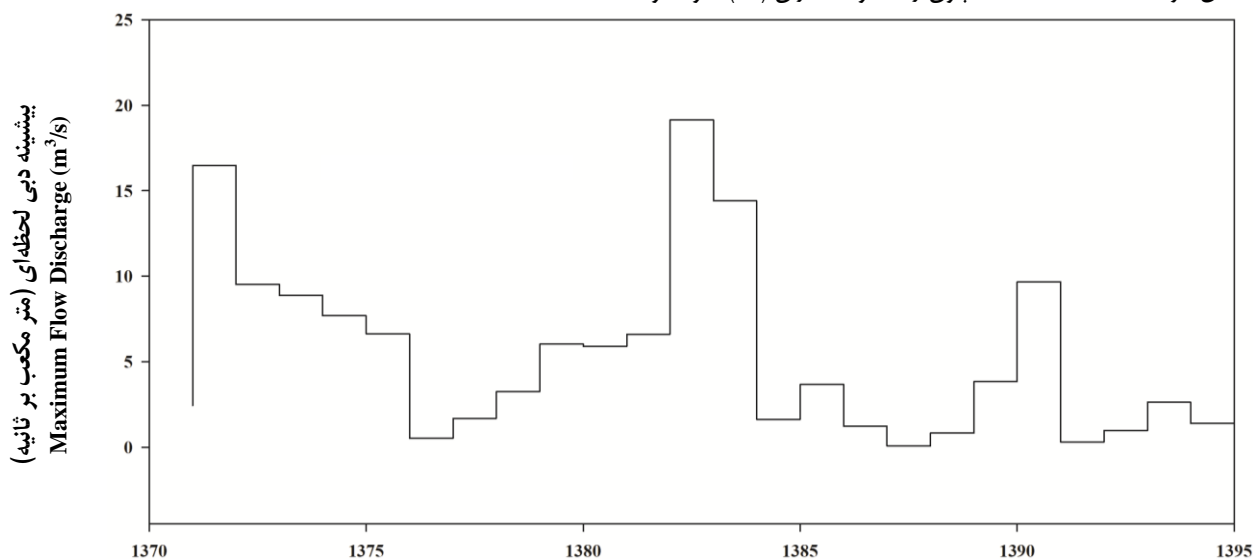
$$T_{X < x} = \frac{1}{1 - P(X < x)} \quad (۱۱)$$

حال برای تعیین دوره های بازگشت شرطی برحسب سال، برای وقایعی که حد آستانه های آن به طور شرطی بیان می شوند، نیز می توان توابع توزیع توأم شرطی را جایگزین  $P(X \leq x)$  نمود.

همکاران (۱۱)، کروویکا و کوک (۱۸)، بدفورد و همکاران (۶)، آس و همکاران (۱)، بزاک و همکاران (۹)، بیواکوا و همکاران (۸)، خان و همکاران (۱۷)، گرالر و همکاران (۱۳)، برانر و همکاران (۱۰) و رضانی و همکاران (۲۶) نیز آماره کندهال تائو را جهت بررسی همبستگی جفت متغیرها تایید و توصیه کردند. بعد از بررسی و تأیید همبستگی بین مقادیر یاد شده، هفت تابع مفصل مورد بررسی (علی-میخائیل-حق، کلایتون، گالامبوس، پلاکت، گامبل-هوگارت، فارلی-گامبل-مورگنسترن و فرانک) با استفاده از روش تخمین پارامتر IFM مورد بررسی قرار گرفته و تخمین زده شد.

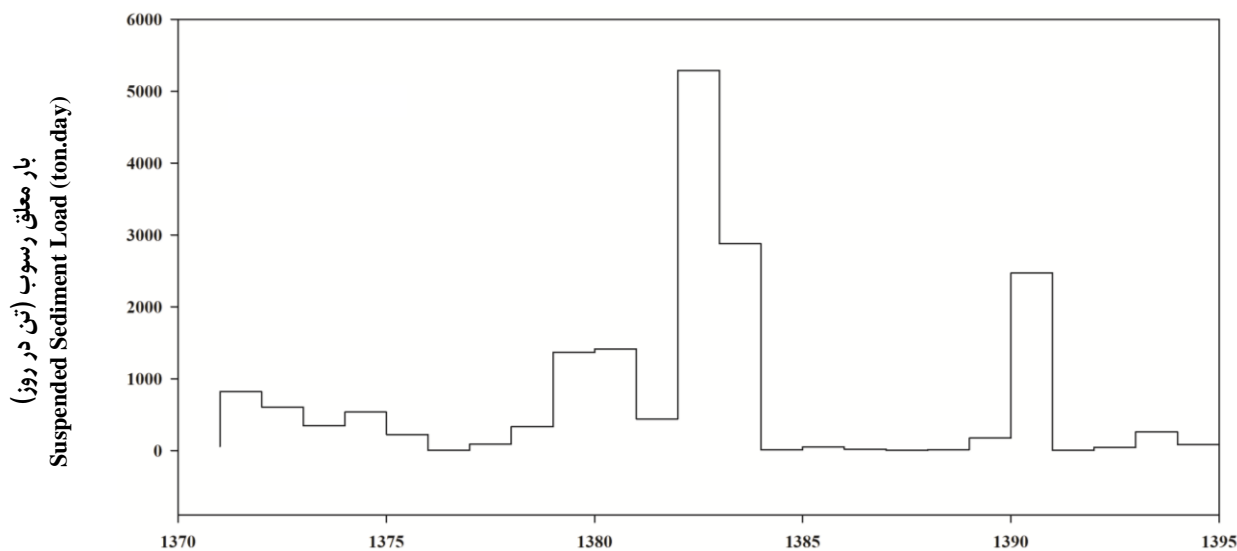
بررسی همبستگی بین مقادیر یاد شده به شرح جدول ۴ ارائه شد. با توجه به همبستگی بین مقادیر بیشینه دبی لحظه‌ای و بار معلق رسوب، می‌توان به خوبی از توابع مفصل در تحلیل توأم این دو استفاده کرد.

در صورت همبستگی ضعیف، نمی‌توان از توابع مفصل جهت تحلیل چند متغیره استفاده کرد. به همین دلیل وجود همبستگی، لازمه و پیش شرط مطالعات مفصل می‌باشد. با توجه به نتایج ارائه شده، همبستگی بین مقادیر مورد بررسی تایید می‌شود و با اطمینان کامل می‌توان از صحت محاسبات تحلیل‌های دومتغیره اطمینان حاصل کرد. مطالعات مختلف همچون ژانگ و همکاران (۳۶)، کوک و



شکل ۲- مقادیر بیشینه دبی لحظه‌ای رودخانه زرینه‌رود در محل ایستگاه هیدرومتری چالخماز در دوره آماری ۹۵-۱۳۷۱

Figure 2- Maximum flow discharge of Zarinehrood River in Chalekhmaz hydrometric station in period of 1992-2016



شکل ۳- مقادیر بار معلق رسوب رودخانه زرینه‌رود در محل ایستگاه هیدرومتری چالخماز در دوره آماری ۹۵-۱۳۷۱

Figure 3- Suspended Sediment loads of Zarinehrood River in Chalekhmaz hydrometric station in period of 1992-2016

جدول ۳- برازش توابع توزیع آماری بر داده‌های بیشینه دبی لحظه‌ای و بار معلق رسوب مورد بررسی

Table 3- Fitting the statistical distribution functions on studied maximum flow discharge and suspended sediment load

پارامتر Parameter	دبی (متر مکعب بر ثانیه) Max flow discharge (m <sup>3</sup> /s)	بار معلق رسوب (تن در روز) Suspended sediment load (ton/day)
توزیع منتخب Distribution function	پاریتو تعمیم یافته Generalized Pareto	ویبول Weibull
اندرسون - دارلینگ Anderson-Darling	رتبه Rank	5
کلموگوروف - اسمیرینف Kolmogorov-Smirnov	2	1
اندرسون - دارلینگ Anderson-Darling	آماره Statistic	0.708
کلموگوروف - اسمیرینف Kolmogorov-Smirnov	0.217	0.100

جدول ۴- نتایج بررسی آماره Kendall's  $\tau$  در بررسی همبستگی مقادیر بیشینه دبی لحظه‌ای و بار معلق رسوبTable 4- Results of Kendall's  $\tau$  statistic in evaluation the max flow discharge and suspended sediment load

پارامتر Parameter	کندال $\tau$ Kendall's $\tau$
دبی و بار معلق رسوب Max flow discharge and suspended sediment load	0.75

جدول ۵- نتایج بررسی توابع مفصل مختلف در برآورد توزیع توأم مقادیر دبی - بار معلق رسوب ایستگاه چالخماز

Table 5- Results of different copula functions evaluation in estimation the joint distribution of max flow discharge-suspended sediment loads of Chalekhmaz station

معیار ارزیابی Evaluation criteria	مفصل مورد بررسی Copula functions						
	Clyton	AMH	FGM	Frank	Galambos	GH	Plaket
AIC	-7.23	-7.10	-6.69	-7.30	-7.36	-7.36	-7.22
bias	0.07	0.14	0.20	0.06	0.05	0.05	0.10
N-S	0.94	0.73	0.40	0.94	0.96	0.96	0.87
RMSE	0.07	0.15	0.22	0.07	0.06	0.06	0.10
Teta	7.50	1.00	-0.47	20.00	9.29	9.97	20.00

مثبت به کار رود (۱۴).

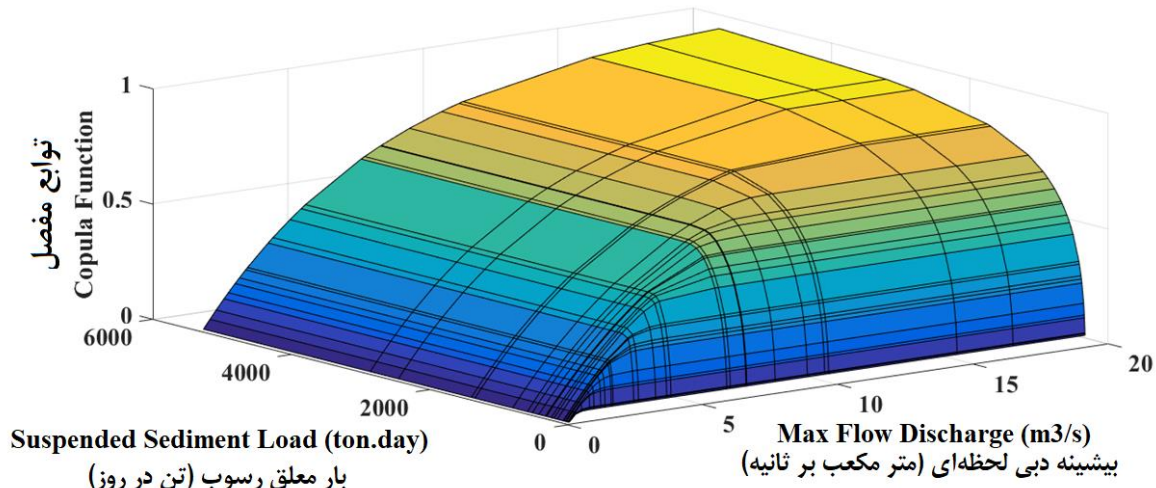
با توجه به نتایج به دست آمده از جدول ۵ می‌توان مشاهده کرد که وابستگی پارامتری مورد بررسی مقادیر مثبتی بوده و در نتیجه، مفصل‌هایی که برای وابستگی‌های مثبت مناسب بودند، بهترین عملکرد را داشته‌اند. بنابراین با توجه به نتایج آزمون‌های نکویی برازش، در نهایت برای ایستگاه چالخماز، توابع مفصل کلاپتون، فرانک، گالامبوس و گامبل هوگارد برای ایجاد توزیع‌های توأم، نتایج یکسانی را ارائه کردند. عملکرد هر چهار مفصل یاد شده با توجه به آماره‌های خطا و توابع عملکرد، تقریباً یکسان می‌باشد. با توجه به

برای انتخاب مناسب‌ترین تابع مفصل از آماره‌های آکائیکه (AIC)، بایاس (bias)، نش-ساتکلیف (N-S) و جذر میانگین مربعات خطا (RMSE) بهره گرفته شد. نتایج آزمون‌های نکویی برازش برای هر یک از توابع مفصل برای دو پارامتر بار معلق رسوب و بیشینه دبی لحظه‌ای به شرح جدول ۵ ارائه شد. با توجه به این جدول مشاهده می‌شود که مفصل گالامبوس با داشتن کمترین مقدار خطا بهترین عملکرد را در برآورد مقادیر مشاهداتی داشته است. انتخاب مفصل‌های مناسب به محدوده سطح وابستگی که می‌توانند توصیف کنند، بستگی دارد. برای نمونه، مفصل گامبل - هوگارد می‌تواند فقط برای وابستگی

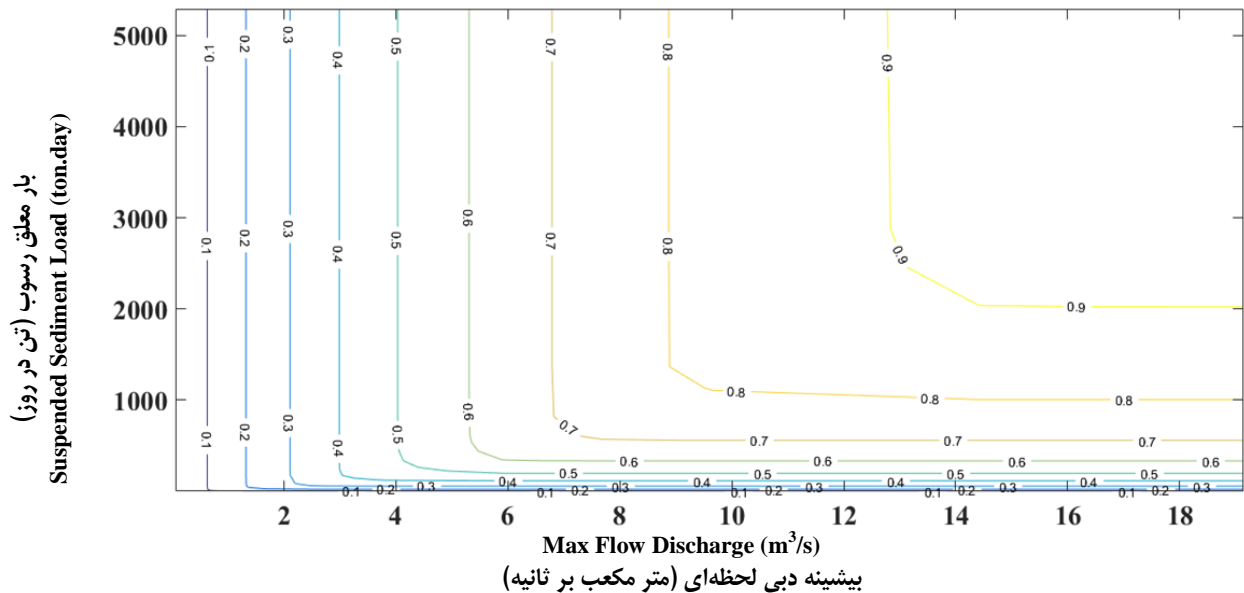


نمودار بهترین تابع مفصل منتخب را برای سری داده‌های مورد بررسی ایستگاه هیدرومتری چالخماز نشان می‌دهد. با توجه به این شکل مشاهده می‌شود که مفصل گالامبوس وابستگی بین دو متغیر حجم کمبود دبی و حجم کمبود بارش را به خوبی توجیه می‌نماید. این برازش مناسب دلیلی بر همبستگی بالای دو سری زمانی مورد بررسی می‌باشد. در واقع همبستگی بالای دو سری زمانی مورد بررسی (جدول ۴) منجر به برازش مناسب تابع مفصل گالامبوس شده است.

آماره نش ساتکلیف، می‌توان از دو مفصل کلایتون و فرانک صرف‌نظر کرد. از بین دو مفصل گالامبوس ( $N-S=0/9578$ ) و گامبل هوگارد ( $N-S=0/9577$ )، مفصل گالامبوس به دلیل اختلاف ناچیز در آماره نش - ساتکلیف، به‌عنوان مفصل برتر انتخاب شد. بعد از انتخاب مفصل گالامبوس به‌عنوان مفصل برتر، تحلیل دومتغیره بار معلق رسوب و بیشینه دبی لحظه‌ای سالانه جهت برآورد دوره بازگشت توأم بار معلق رسوب مورد بررسی قرار گرفت. شکل ۴



شکل ۴- احتمال تجمعی توأم سری بیشینه دبی لحظه‌ای و بار معلق رسوب ایستگاه هیدرومتری چالخماز  
Figure 4- Cumulative joint probability of maximum flow discharge and suspended sediment loads of Chalekhamaz hydrometric station



شکل ۵- خطوط هم احتمال تجمعی توأم داده‌های بیشینه دبی لحظه‌ای و بار معلق رسوب در ایستگاه هیدرومتری چالخماز  
Figure 5- Cumulative joint iso probability lines of maximum flow discharge and suspended sediment loads in Chalekhamaz hydrometric station

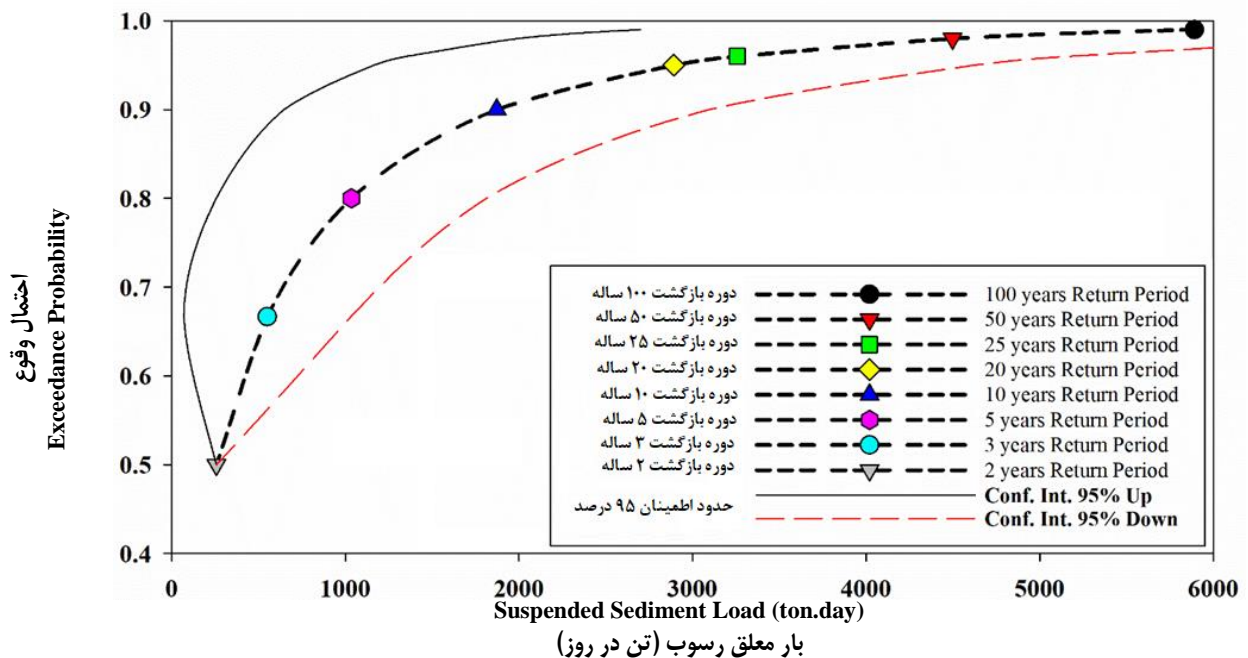
ایستگاه چالخماز در دوره‌های بازگشت ۲ تا ۱۰۰ ساله، از توزیع ویبول استفاده شد. نتایج حاصل از تحلیل تک متغیره سری بار معلق رسوب رودخانه زرینه‌رود در محل ایستگاه هیدرومتری چالخماز به شرح شکل ۶ ارائه شد. جهت بررسی صحت برازش داده‌های مورد بررسی و برآورد دوره‌های بازگشت، از آماره خی-دو استفاده شد. آماره خی-دو در این محاسبات ۲/۱۶ با مقدار p-value برابر با ۰/۷۱ حاصل شد که در سطح ۵ درصد تأیید کننده برازش توزیع ویبول بر داده‌های مذکور می‌باشد. همچنین حدود اطمینان ۹۵ درصد نیز جهت اطمینان از محاسبات دوره بازگشت ارائه شد.

همان‌طور که مشاهده می‌شود، با افزایش احتمال وقوع، حجم رسوبات نیز افزایش می‌یابد که نشان می‌دهد احتمال وقوع مقادیر بالا در حجم رسوبات بسیار زیاد می‌باشد. همچنین نتایج نشان داد که در روش تک متغیره، کمترین احتمال وقوع ۵۰ درصد می‌باشد. احتمال وقوع بار معلق رسوب با دوره بازگشت دو ساله که تقریباً همه ساله می‌تواند اتفاق افتد، ۵۰ درصد و با مقدار حدود ۲۵۶ تن در روز می‌باشد، در حالی که متوسط مقدار بار معلق رسوب در طی دوره آماری مورد بررسی حدود ۷۰۰ تن در روز است.

شکل ۵ نیز خطوط هم احتمال تابع توزیع توأم را برای داده‌های بیشینه دبی لحظه‌ای و بار معلق رسوب با احتمالات ۱۰ تا ۹۰ درصد نشان می‌دهد. این نمودار نشان می‌دهد که چگونه می‌توان با استفاده از احتمالات توأم، بیشینه دبی لحظه‌ای و بار معلق رسوب را در یک ایستگاه به صورت هم‌زمان تعیین نمود. این امر می‌تواند اطلاعات بسیار مفیدی را در ارتباط با رفتار احتمالاتی این دو متغیر به‌منظور بهره‌برداری بهینه از آب‌های سطحی، در اختیار کاربران و محققان قرار دهد. با توجه به اندازه‌گیری‌های بیشینه دبی لحظه‌ای در ایستگاه‌های هیدرومتری توسط دستگاه‌های لیمنوگراف، به کمک این نمودار (شکل ۵) به راحتی می‌توان میزان رسوب حاصل از سیلاب را با احتمالات مختلف تخمین زد. در واقع از این نمودارها می‌توان به‌عنوان منحنی تیپ نیز استفاده کرد. همچنین با در اختیار داشتن این نمودار و پیش‌بینی مقادیر بیشینه دبی لحظه‌ای برای سال‌های آتی، می‌توان میزان رسوبات را با احتمالات مختلف تخمین زد. این نوع نمودارها برای ایستگاه‌های هیدرومتری موجود در بالادست سدها می‌تواند بسیار مفید باشد.

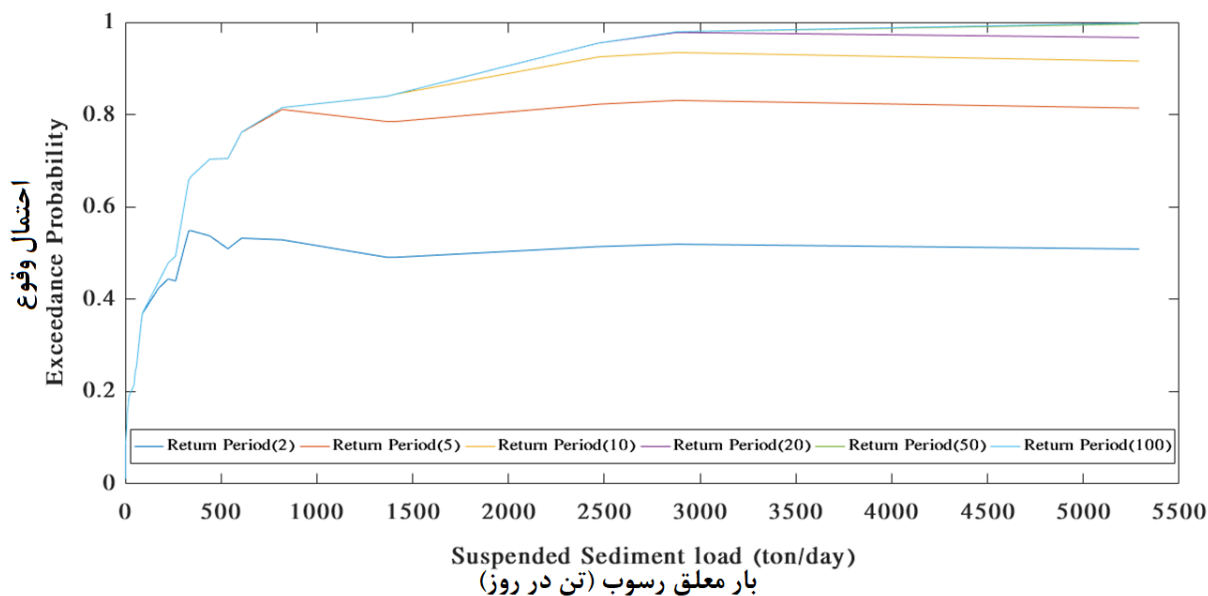
#### تعیین احتمالات تک متغیره

به‌منظور تحلیل فراوانی تک متغیره سری بار معلق رسوب سالانه



شکل ۶- نمودار تغییرات دوره بازگشت سری زمانی داده‌های بار معلق رسوب در حالت تک متغیره

Figure 6- Chart of changes in return period of suspended sediment loads time series in univariate mode



شکل ۷- احتمال شرطی سری بار معلق رسوب در دوره‌های بازگشت مختلف با در نظر گرفتن دوره بازگشت بیشینه دبی جریان  
 Figure 7- Conditional probability of the suspended sediment load series during different return periods, with considering the maximum flow discharge return period

۵۰ درصد می‌توان مشاهده کرد که مقدار بار معلق رسوب در ایستگاه چالخماز در دوره آماری مورد بررسی حدود ۴۰۰ تن در روز می‌باشد که نسبت به حالت تک متغیره آن، حدود ۵۶ درصد بیشتر می‌باشد که این مقدار به متوسط درازمدت بار معلق رسوب در ایستگاه چالخماز نزدیک‌تر است. هم‌چنین نتایج نشان داد که با دوره بازگشت ۲ ساله، احتمال وقوع مقادیر بار معلق رسوب (تن در روز) در منطقه مورد مطالعه با احتمال ۵۰ درصد، بین ۴۰۰ تا ۵۳۰۰ تن در روز متفاوت می‌باشد. با در نظر گرفتن دوره بازگشت بیش از ۱۰ سال، می‌توان مشاهده کرد که احتمال آورد رسوب در رودخانه مورد بررسی با احتمال بیش از ۸۰ درصد قابل برآورد می‌باشد که مقداری بیش از ۱۰۰۰ تن در روز را شامل می‌شود. تحلیل پدیده‌های هیدرولوژیکی نظیر سیلاب با توجه به پیچیدگی و وابستگی آن‌ها به سایر عوامل هواشناسی و هیدرولوژیکی، به صورت تک متغیره قابل بررسی نمی‌باشد. توابع مفصل با توجه به تحلیل توأم و دو متغیره، می‌تواند این پیچیدگی‌ها را کاهش داده و نتایج بهتر و قابل اطمینان‌تری را ارائه دهد. نتایج بررسی‌ها حاکی از دقت بالای توابع مفصل در بحث تحلیل‌های صورت گرفته در حالت توأم، "و" و "یا" بود که در مطالعات بزاک و همکاران (۹) نیز اشاره شده است.

### نتیجه‌گیری

در این مطالعه مقادیر رسوب حاصل از بیشینه دبی‌های لحظه‌ای اتفاق افتاده در محل ایستگاه چالخماز رودخانه زرینه‌رود در دور آماری

### تعیین احتمالات شرطی و توأم

پس از تحلیل تک متغیره و تعیین توابع مفصل منتخب برای بیان ساختار وابستگی بین پارامترهای بیشینه دبی لحظه‌ای و بار معلق رسوب، می‌توان از این توابع به منظور محاسبه دوره‌های بازگشت توأم و شرطی استفاده نمود. مقادیر چندک‌های تک متغیره با استفاده از توزیع حاشیه‌ای منتخب در هر ایستگاه در دوره‌های بازگشت ۲، ۵، ۱۰، ۲۰، ۵۰ و ۱۰۰ سال محاسبه شد. با استفاده از توابع حاکم بر متغیره‌های مورد بررسی، دوره بازگشت شرطی تعیین و به صورت شکل ۷ ارائه شد.

با توجه به شکل ۷ می‌توان مشاهده کرد که با دوره‌های بازگشت مختلف، احتمال مختلف وقوع بار معلق رسوب در ایستگاه هیدرومتری چالخماز را می‌توان برآورد و مشاهده کرد. با دوره‌های بازگشت مختلف، بار معلق رسوب رودخانه زرینه‌رود در محل ایستگاه هیدرومتری چالخماز از صفر تا ۵۳۰۰ تن در روز متغیر می‌باشد. با افزایش احتمال، به شرط وقوع بیشینه دبی لحظه‌ای، بار رسوب معلق متناظر در این ایستگاه، افزایش می‌یابد. با توجه به این‌که احتمال وقوع در این شکل با در نظر گرفتن بیشینه دبی لحظه‌ای می‌باشد، نتایج متفاوتی نسبت به حالت تک متغیره حاصل شده است.

با مقایسه دو شکل ۶ و ۷ می‌توان تفاوت بین مقادیر بار معلق رسوب در حالت‌های تک و دو متغیره را مشاهده کرد. در حالت تک متغیره، کمترین احتمال وقوع ممکن، ۵۰ درصد می‌باشد که در حالت دو متغیره، این احتمال جزئی‌تر نمایش داده شده است. با احتمال وقوع

لحظه‌ای و بار معلق رسوب در ایستگاه مورد مطالعه نشان داد که احتمال وقوع توأم داده‌های مذکور بین ۱۰ تا ۹۰ درصد می‌باشد. با افزایش احتمال وقوع، مقادیر بیشینه دبی لحظه‌ای و بار معلق رسوب نیز افزایش می‌یابد و با دقت بالاتری تخمین‌ها صورت می‌گیرد. جهت مقایسه میزان بار معلق رسوب برآورد شده در حالت دومتغیره، از دوره بازگشت معمولی نیز استفاده شد. نتایج بررسی و مقایسه دوره بازگشت معمولی و دومتغیره پارامترهای مذکور نشان داد که دامنه احتمالات قابل وقوع در حالت دومتغیره بیشتر از حالت تک متغیره آن می‌باشد. همچنین نتایج نشان داد که در حالت دومتغیره، برآورد مقادیر بار معلق رسوب به واقعیت نزدیک‌تر می‌باشد. اما از آنجایی که بار معلق رسوب وابستگی زیادی به مقادیر بیشینه دبی لحظه‌ای دارد، می‌توان نتیجه گرفت که برای بیشینه دبی لحظه‌ای، می‌توان بار معلق رسوب را با استفاده از مفصل‌های دوبعدی و دوره‌های بازگشت شرطی با اطمینان بیشتری تخمین زد. تحلیل هم‌زمان بیشینه دبی لحظه‌ای و بار معلق رسوب به دلیل همبستگی بالا (ارتباط مستقیم) به خوبی می‌تواند در مدیریت حوضه‌های آبریز مفید واقع شود. در واقع به نحوی می‌توان از منحنی‌های تیپ تولید شده به‌عنوان سیستم هشدار برآورد رسوب برای سدها استفاده کرد. حتی می‌توان با پیش‌بینی میزان بیشینه دبی جریان در سطح حوضه، تخمینی از رسوب نیز داشت. نتایج بررسی دقت محاسبات صورت گرفته نیز دلیلی بر اطمینان به توابع مفصل در تحلیل فراوانی این وقایع می‌باشد.

۹۵-۱۳۷۱ در دو حالت تک متغیره و توأم مورد بررسی قرار گرفت. در حالت تک متغیره از مقادیر بار معلق رسوب رودخانه زرینه‌رود در محل ایستگاه هیدرومتری چالخماز و در حالت دومتغیره از دو سری زمانی بیشینه دبی لحظه‌ای و بار معلق رسوب استفاده شد. در حالت دومتغیره، علاوه بر برآورد دوره بازگشت توأم، دوره بازگشت شرطی نیز مورد بررسی قرار گرفت. جهت تحلیل دومتغیره پارامترهای مورد بررسی از تئوری مفصل استفاده شد. لازمه استفاده از تئوری مفصل در مطالعات مختلف، وجود همبستگی بین پارامترها می‌باشد که در این مطالعه از ضریب همبستگی کندانل تاؤ استفاده شد. نتایج بررسی همبستگی پیرسون، نشان از همبستگی ۰/۷۵ بین مقادیر بیشینه دبی لحظه‌ای و بار معلق رسوب بود. تحلیل تک و دومتغیره پارامترهای مورد بررسی بر اساس توابع توزیع حاشیه‌ای برآورد شد. نتایج بررسی توابع توزیع حاشیه‌ای نشان داد که بر اساس آزمون‌های نکویی برازش اندرسون دارلینگ، کلموگروف-اسمیرینف و خی دو، توزیع حاشیه‌ای ویبول برای بار معلق رسوب و توزیع پاریتو تعمیم‌یافته برای پارامتر بیشینه دبی جریان انتخاب شد. با بررسی توابع مفصل مورد استفاده نتایج نشان داد که از بین ۷ تابع مفصل کاندید، مفصل گالامبوس با توجه به معیارهای آکائیکه، بایاس، نش ساتکلیف و جذر میانگین مربعات خطا به‌عنوان مفصل برتر انتخاب شد. دقت مفصل‌های کلایتون، فرانک، گالامبوس و گامبل هوگارد نیز در برازش توأم داده‌های یاد شده قابل قبول بود. نتایج احتمال توأم مقادیر بیشینه دبی

## منابع

- 1- Aas K., Czado C., Frigessi A., and Bakken H. 2009. Pair-copula constructions of multiple dependence. *Insurance: Mathematics and Economics* 44(2): 182-198.
- 2- Abdi A., Hassanzadeh Y., Talatahari S., Fakhri-Fard A., and Mirabbasi R. 2016. Regional bivariate modeling of droughts using L-comoments and copulas. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, DOI: 10.1007/s00477-016-1222-x.
- 3- Ahmadi F., Radmanesh F., Parham G.A., and Mirabbasi R. 2017. Comparison of the performance of power law and probability distributions in the frequency analysis of flood in Dez Basin, Iran. *Natural Hazards* 87(3): 1313-1331.
- 4- Ahmadi F., Radmanesh F., Parham G.A., and Mirabbasi Najaf Abadi R. 2017. Application of Archimedean and Extreme values Copula Functions for Multivariate Analysis of Low Flows in Dez Basin. *Journal of Water and Soil* 31(4): 1031-1045. (In Persian with English abstract)
- 5- Ayantobo O.O., Li Y., and Song S. 2019. Multivariate drought frequency analysis using four-variate symmetric and asymmetric Archimedean copula functions. *Water Resources Management* 33(1): 103-127.
- 6- Bedford T., and Cooke R.M. 2001. Probability density decomposition for conditionally dependent random variables modeled by vines. *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence* 32(1-4): 245-268.
- 7- Besharat S., Khalili K., and Tahrudi M.N. 2014. Evaluation of SAM and Moments methods for estimation of log Pearson type III parameters (Case Study: daily flow of rivers in Lake Urmia basin). *Journal of Applied Environmental and Biological Sciences* 4(S1): 24-32.
- 8- Bevacqua E., Maraun D., Hobæk Haff I., Widmann M., and Vrac M. 2017. Multivariate statistical modelling of compound events via pair-copula constructions: analysis of floods in Ravenna (Italy). *Hydrology and Earth System Sciences* 21(6): 2701-2723.
- 9- Bezak, N., Rusjan S., Kramar Fijavž M., Mikoš M., and Šraj M. 2017. Estimation of suspended sediment loads using copula functions. *Water* 9(8): 1-23.
- 10- Brunner M.I., Furrer R., and Favre A.C. 2019. Modeling the spatial dependence of floods using the Fisher copula. *Hydrology and Earth System Sciences* 23(1): 107-124.
- 11- Cooke R.M., Kurowicka D., and Wilson K. 2015. Sampling, conditionalizing, counting, merging, searching

- regular vines. *Journal of Multivariate Analysis* 138: 4-18.
- 12- De Michele C., and Salvadori G. 2003. A generalized Pareto intensity-duration model of storm rainfall exploiting 2-copulas. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres* 108(D2).
  - 13- Gräler B., van den Berg M., Vandenberghe S., Petroselli A., Grimaldi S., De Baets B., and Verhoest N. 2013. Multivariate return periods in hydrology: a critical and practical review focusing on synthetic design hydrograph estimation. *Hydrology and Earth System Sciences* 17(4): 1281-1296.
  - 14- Joe H. 1997. *Multivariate models and multivariate dependence concepts*. London: Chapman & Hall, 399 pp.
  - 15- Kavianpour M., Seyedabadi M., and Moazami S. 2018. Spatial and temporal analysis of drought based on a combined index using copula. *Environmental Earth Sciences* 77(22):769.
  - 16- Khalili K., Tahoudi M.N., Mirabbasi R., and Ahmadi F. 2016. Investigation of spatial and temporal variability of precipitation in Iran over the last half century. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment* 30(4): 1205-1221.
  - 17- Khan F., Spöck G., and Pilz J. 2020. A novel approach for modelling pattern and spatial dependence structures between climate variables by combining mixture models with copula models. *International Journal of Climatology* 40(2): 1049-1066.
  - 18- Kurowicka D., and Cooke R.M. 2007. Sampling algorithms for generating joint uniform distributions using the vine-copula method. *Computational Statistics & Data Analysis* 51(6): 2889-2906.
  - 19- Mirabbasi R., Anagnostou E.N., Fakheri-Fard A., Dinpashoh Y., and Eslamian S. 2013. Analysis of meteorological drought in northwest Iran using the Joint Deficit Index. *Journal of Hydrology* 492: 35-48.
  - 20- Mirabbasi R., Fakheri-Fard A., and Dinpashoh Y. 2012. Bivariate drought frequency analysis using the copula method. *Theoretical and Applied Climatology* 108(1-2): 191-206.
  - 21- Nash J.E., and Sutcliffe J.V. 1970. River flow forecasting through conceptual models part I—A discussion of principles. *Journal of Hydrology* 10(3): 282-290.
  - 22- Nazeri Tahroudi M., Khalili K., Abbaszadeh Afshar M., Nazeri Tahroudi Z., Ahmadi F., and Motallebian M. 2016. Evaluation of the Univariate, Multivariate and Combined Time Series Models in order to Prediction and Estimation the Mean Annual Sediment Load. *Quarterly journal of Environmental Erosion Research* 6: 1(21):52-70. (In Persian with English abstract)
  - 23- Nelsen R.B. 2006. *An introduction to copulas*. Springer, New York, 269p.
  - 24- Nguyen-Huy T., Deo R.C., Mushtaq S., Kath J., and Khan S. 2019. Copula statistical models for analyzing stochastic dependencies of systemic drought risk and potential adaptation strategies. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment* 1-21.
  - 25- Rahimi L., Dehghani A.A., Abdolhosseini, M., Ghorbani K. 2014. Flood frequency analysis using archimedean copula functions based on annual maximum series (Case Study: Arazkuseh hydrometric station in Golestan province). *Iranian Journal of Irrigation and Drainage* 2(8): 353-365.
  - 26- Ramezani Y., Tahroudi M.N., and Ahmadi F. 2019. Analyzing the droughts in Iran and its eastern neighboring countries using copula functions. *Quarterly Journal of the Hungarian Meteorological Service* 123(4): 435-453.
  - 27- Salvadori G., and De Michele C. 2004. Frequency analysis via copulas: Theoretical aspects and applications to hydrological events. *Water Resources Research* 40(12).
  - 28- Salvadori G., and De Michele C. 2007. On the use of copulas in hydrology: theory and practice. *Journal of Hydrologic Engineering* 12(4): 369-380.
  - 29- Sanikhani H., Mirabbasi Najaf Abadi R. and Dinpashoh Y. 2014. Modeling of temperature and rainfall of tabriz using copulas. *Journal of Irrigation and Water Engineering* 5(17): 123-134. (In Persian)
  - 30- Shiau J.T. 2006. Fitting drought duration and severity with two-dimensional copulas. *Water Resources Management* 20(5): 795-815.
  - 31- Sklar A. 1959. Fonctions de Repartition and Dimensions et Leurs-Marges. *Publications de L'Institute de Statistique, Universite' de Paris, Paris*. 8: 229-231.
  - 32- Tahroudi M.N., Ramezani Y., and Ahmadi F. 2019. Investigating the trend and time of precipitation and river flow rate changes in Lake Urmia basin, Iran. *Arabian Journal of Geosciences* 12(6): 219-239.
  - 33- Vazifehkhah S., Tosunoglu F., and Kahya E. 2019. Bivariate risk analysis of the droughts using a nonparametric multivariate standardized drought index and copulas. *Journal of Hydrology Engineering* 24(5): 1-17.
  - 34- Yue S., and Rasmussen P. 2002. Bivariate frequency analysis: discussion of some useful concepts in hydrological application. *Hydrological Processes* 16(14): 2881-2898.
  - 35- Yue S., Ouarda T.B.M.J., and Bobée B. 2001. A review of bivariate gamma distributions for hydrological application. *Journal of Hydrology* 246(1): 1-18.
  - 36- Zhang D., Yan M., and Tsopanakakis A. 2018. Financial stress relationships among Euro area countries: an R-vine copula approach. *The European Journal of Finance* 24(17): 1587-1608.

## Estimation of the Joint Frequency of Peak Flow Discharge-Suspended Load of Zarinehrood Basin Using Two-Dimensional Analysis

M. Nazeri Tahroudi<sup>1</sup> - Y. Ramezani<sup>2\*</sup> - C. De Michele<sup>3</sup> - R. Mirabbasi Najaf Abadi<sup>4</sup>

Received: 24-07-2019

Accepted: 10-02-2020

**Introduction:** The erosion, sediment transport, and estimation problems in the streamflow are the most complicated and essential subjects in the river engineering studies. It is important to model and predict these parameters correctly to determine the effective life of the hydraulic structures and drainage networks. On the other hand, river flow discharge is considered as one of the main components of water resources, which affects sediments. The increasing need of urban and rural communities for limited resources on the one hand, and issues related to climate change and atmospheric precipitation over the past few years, more and more attention is paid to the attitude of surface flows. The phenomena of erosion, sediment transport, and estimation of sediment load in the rivers due to its damages are one of the most critical and complex issues of river engineering. The primary goal of the frequency analysis is to relate extreme events to their frequency using probability distributions. In the frequency analysis of meteorological and hydrological events, the observed data would be analyzed for a long time at a basin. In these analysis, the assumption of independence and stationarity is considered. In fact, the basic assumption is that the studied data are spatially and temporally independent. The main issue is identifying actual distribution across different exiting distributions when using the frequency distribution to estimate the magnitude of the event. There is no appropriate general distribution for all types of rainfall regimes, river flows, etc. On the other hand, in order to analyze the frequency of a similar case, there is no agreement on the use of a particular distribution function. The experience gained so far in the field of statistical analysis of hydrological data shows that some data are more consistent with some specific statistical distributions.

**Materials and Methods:** In this study, the frequency analysis of total sediment load of the Zarinehrood basin was investigated in the south-east of Lake Urmia with consideration of the peak flow discharge at the Chalekhmaz hydrometric station during the statistical period of 1992-2016 using copula functions. At first, the correlation of these data was investigated using Kendall Tau correlation statistics, and the correlation coefficient was calculated as 0.75. In this study, Ali-Mikhail-Haq, Clayton, Frank, Galambos, Gumbel-Hougaard, Plackett, and Farlie-Gumbel-Morgenstern copula functions were used. In the conventional method of estimating the return period of extreme values, different statistical distributions are fitted on the studied data. After fitting the statistical distributions on the data series, the accuracy of each distribution is evaluated by one of the goodness of fit tests, such as the Kolmogorov-Smirnov test. After statistically controlling the goodness of fit test and determining the acceptable distributions, the root means square error (RMSE) and the Nash-Sutcliffe criterion are calculated to select the best fit model. Each of the fitting distributions that have the highest Nash-Sutcliffe (NS) criteria, and the lowest RMSE is chosen as an appropriate distribution.

**Results and Discussion:** With the fitting of 65 different distribution functions into the series, the Weibull distribution for total sediment load values and generalized Pareto distribution for peak flow discharge values were selected based on the evaluation criteria as appropriate marginal distributions. The results of the evaluation of the accuracy and efficiency of copula functions were studied by using root mean square error, Nash-Sutcliffe, BIAS, and AIC statistics. In this regard, the results were compared with the experimental copula functions. Finally, the Galambos copula was selected from the candidate copulas as superior copula function. The conditional and joint return period of the total sediment load based copula was proposed with a probability of 10 to 90 percent.

In univariate mode, the lowest probability of exceedance is 50%. In a bivariate mode, this possibility is presented more accurately. With a possibility of exceedance of 50%, it can be observed that the total sediment load at Chalekhmaz station during the studied period is about 400 tons per day. This is about 56% higher than its

1 and 2- Ph.D. Candidate of Water Resources and Associate Professor, Department of Water Engineering, University of Birjand, Birjand, Iran, respectively.

(\*- Corresponding Author Email: y.ramezani@birjand.ac.ir)

3- Professor, Department of Civil and Environmental Engineering, Politecnico di Milano, Milan, Italy

4- Associate Professor, Department of Water Engineering, Shahrekord University, Shahrekord, Iran

DOI: 10.22067/jsw.v34i2.81812

univariate mode, which is the average long-term of the total sediment load is closer to the Chalekhmaz station.

**Conclusion:** By comparing the bivariate analysis and its return period with univariate mode, the results indicated that more accurate calculation. Also the results showed the estimation of total sediment load is closer to the total sediment load of the Chalekhmaz station in bivariate analysis mode. Also, the results showed that in univariate mode, estimation of total sediment load at Chalekhmaz station was less than its actual value during the two-year return period. Regarding the results, the generated return curves can be used as the type curves for the management of water resources in the basin.

**Keywords:** Chalekhmaz, Copula function, Galambos, Lake Urmia, Marginal distribution