

## تخمین منحنی مشخصه آب خاک با استفاده توزیع اندازه ذرات بر پایه روش فرکتال

محمد مهدی چاری<sup>۱\*</sup> - بیژن قهرمان<sup>۲</sup> - کامران داوری<sup>۳</sup> - علی اصغر خوشنودیزدی<sup>۴</sup>

تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۰۲/۰۸

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۴/۰۴/۰۸

### چکیده

به دست آوردن منحنی رطوبتی در آزمایشگاه زمان‌بر و پرهزینه می‌باشد. به این دلیل پژوهش‌گران روش‌هایی را ارائه کرده‌اند که به کمک آن‌ها بتوان منحنی مشخصه را به آسانی به دست آورد. یکی از این روش‌ها، استفاده از هندسه فرکتال می‌باشد. از آن‌جا که به دست آوردن داده‌های فاز جامد یا توزیع اندازه ذرات (PSD) آسان‌تر از توزیع اندازه منافذ می‌باشد، تعیین رابطه بین بعد فرکتال توزیع اندازه ذرات ( $D_{PSD}$ ) و بعد فرکتال منحنی رطوبتی ( $D_{SWRC}$ ) می‌تواند مفید واقع شود. از طرفی در بسیاری از داده‌های خاک، اطلاعات کاملی از منحنی دانه‌بندی نیز موجود نمی‌باشد و تنها سه جزء (درصد رس، سیلت و شن) از آن اندازه‌گیری می‌شود. این پژوهش با هدف تعیین  $D_{PSD}$  با استفاده از داده‌های زود یافت خاک و همچنین ایجاد رابطه ای بین  $D_{PSD}$  و  $D_{SWRC}$  انجام گردید. برای این کار ۵۴ نمونه خاک از مناطق شمالی ایران انتخاب و به شش کلاس بافتی لوم، لوم رسی، رسی، لوم رس شنی، لوم سیلتی و لوم شنی تقسیم‌بندی شد.  $D_{PSD}$  با استفاده از روش بسط داده شده منحنی دانه‌بندی ( $D_{m1}$ ) و روش استفاده از سه نقطه (شن، سیلت و رس) ( $D_{m2}$ ) به دست آمد. نتایج نشان داد که بعد فرکتال توزیع اندازه ذرات به دست آمده با هر دو روش اختلاف معنی‌داری با یکدیگر ندارند.  $D_{SWRC}$  نیز با استفاده از داده‌های مکش-رطوبت به دست آمد. نتایج حاکی از این بود که هر سه بعد فرکتال وابسته به بافت خاک بوده و با افزایش مقدار رس خاک مقدار آن افزایش می‌یابد. همچنین روابط رگرسیون خطی بین  $D_{m1}$  و  $D_{m2}$  با  $D_{SWRC}$  با استفاده از ۴۸ نمونه خاک ایجاد گردید که به ترتیب دارای ضریب تعیین  $0.902/0$  و  $0.871/0$  بودند. سپس بر اساس روابط به دست آمده، از چهار روش:  $D_{m1} = D_{SWRC} - 1$ ،  $D_{m1} = 2 - D_{SWRC}$  استفاده از معادله رگرسیونی به دست آمده با  $D_{m1} = D_{SWRC} - 3$  و  $D_{m2} = D_{SWRC} - 4$  استفاده از معادله رگرسیونی به دست آمده با  $D_{m2}$  برای بیان  $D_{SWRC}$  استفاده گردید. مدل‌ها برای تعیین درصد رطوبت خاک در مکش‌های مختلف با توجه به شاخص‌های آماری ریشه مربع میانگین خط‌های نرمال شده، میانگین خطا، نسبت خطای متوسط هندسی و راندمان مدل‌سازی مورد ارزیابی قرار گرفت. نتایج نشان داد که به استثناء خاک لوم شنی در سایر خاک‌ها دقت روش‌ها مناسب بوده است. به طور کلی این پژوهش کارایی روش فرکتال را برای شبیه‌سازی منحنی رطوبتی با استفاده از داده زود یافت خاک با موفقیت اثبات کرد.

واژه‌های کلیدی: رس، بعد فرکتال اندازه ذرات، منحنی رطوبتی، مدل سازی

### مقدمه

هستند که رابطه بین این پارامترها و داده‌های زود یافت خاک را بیان می‌کنند (۱۱، ۱۹، ۲۲، ۲۳، ۳۰ و ۳۱).

در دهه‌های اخیر از هندسه فرکتال به عنوان ابزاری مفید و پلی بین کاربرد مدل‌های تجربی و مفهوم فیزیکی پارامترهای آن‌ها استفاده گردیده است (۱۰، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۲۶ و ۲۷). با توجه به این که هر دو فاز جامد خاک و فضای منافذ خاک نسبتاً خود متشابه هستند، هر کدام از آن‌ها می‌توانند خصوصیات فرکتالی متفاوتی از خاک را بیان کنند، مانند ۱- فرکتال توزیع تعداد اندازه ذرات، شامل فرکتال توزیع اندازه منافذ (۱۸ و ۲۷) و فرکتال توزیع اندازه ذرات (PSD) (۲۸)؛ ۲- فرکتال سطح (۵ و ۲۵)؛ ۳- فرکتال جرم، شامل فرکتال جرم ذرات جامد (۱) و فرکتال جرم منافذ (۱۰)؛ ۴- فرکتال منافذ-ذرات (PSF) (۲).

منحنی رطوبتی آب و خاک یکی از مهم‌ترین خصوصیات محیط‌های متخلخل می‌باشد. تخمین منحنی مشخصه رطوبتی خاک به روش عملی زمان‌بر و هزینه‌بر می‌باشد. در نتیجه مدل‌های تجربی برای بیان منحنی رطوبتی توسعه یافته‌اند (۳، ۴ و ۲۹). در هر کدام از این مدل‌ها چندین پارامتر وجود دارد که از برازش معادله به داده‌های اندازه‌گیری شده به دست می‌آیند. توابع انتقالی (PTF) روابط تجربی

۱، ۲ و ۳- به ترتیب دانشجوی دکتری آبیاری و زهکشی، استاد و دانشیار گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه فردوسی مشهد  
\* نویسنده مسئول: (Email: Mahdi\_2572@yahoo.com)

۴- مربی دانشکده کشاورزی شیروان

هوانگ و همکاران (۱۳) رابطه رگرسیونی خطی بین بعد فرکتال توزیع اندازه ذرات ( $D_{PSD}$ ) و بعد فرکتال منحنی رطوبتی ( $D_{SWRC}$ ) برای ۱۰ نمونه به دست آوردند و این رابطه را برای دو نمونه خاک لومی و لوم شنی با موفقیت مورد امتحان قرار دادند. پژوهش‌های انجام شده تمامی کلاس‌های بافتی خاک را دربر نمی‌گیرند، بنابراین پژوهش‌های بیشتری نیاز است تا رابطه بین بعد فرکتال توزیع اندازه ذرات ( $PSD$ ) و منحنی رطوبتی ( $SWRC$ ) را مشخص کند.

از طرفی در بسیاری از موارد منحنی دانه‌بندی خاک به طور کامل موجود نبوده و تنها درصد رس (شعاع کوچک‌تر از ۱ میکرومتر)، سیلت (شعاع بین ۱ تا ۲۵ میکرومتر) و شن (شعاع بین ۲۵ تا ۱۰۰۰ میکرومتر) اندازه‌گیری و گزارش می‌شود. اسکگز و همکاران (۲۵) روشی را برای تخمین منحنی توزیع ذرات خاک با استفاده از درصد رس، سیلت و شن ریز (شعاع ذرات بین ۲۵ تا ۱۲۵ میکرومتر) ارائه کردند. با توجه به این که در بیشتر موارد کل ذرات شن (شعاع ۲۵ تا ۱۰۰۰ میکرومتر) در دسترس می‌باشد و محدوده شن ریز موجود نمی‌باشد، فولادمند و سپاسخواه (۸) نشان دادند که استفاده از حد نهایی شعاع ۹۹۹ میکرومتر برای تخمین منحنی توزیع ذرات خاک مناسب تر از حد نهایی ۱۲۵ میکرومتر می‌باشد.

با توجه به مطالب بیان شده، هدف از این پژوهش تعیین بعد فرکتال توزیع اندازه ذرات ( $D_{PSD}$ ) با استفاده از داده‌های زودیافت مانند شن، سیلت و رس و همچنین ایجاد رابطه‌ای بین بعد فرکتال منحنی دانه‌بندی ( $D_{PSD}$ ) تخمین زده شده با داده‌های زودیافت و منحنی رطوبتی ( $D_{SWRC}$ ) بود. سپس منحنی رطوبتی تخمین زده شده با داده‌های اندازه‌گیری شده منحنی رطوبتی برای بعضی از خاک‌های ایران مورد مقایسه گرفت.

با توجه به این که چه بعد فرکتال برای خاک استفاده شود مدل‌های متفاوتی برای بیان منحنی رطوبتی ( $SWRC$ ) توسعه یافته‌اند. تعدادی از آن‌ها بر پایه بعد فرکتال جرم (۱۶، ۲۰ و ۲۱)، تعدادی بر پایه بعد فرکتال سطح (۶ و ۲۵) و تعدادی نیز بر اساس بعد فرکتال توزیع اندازه ذرات یا فاز منافذ خاک (۱ و ۱۷) توسعه یافته‌اند. به طور اصولی، برای کاربرد این مدل‌ها نیاز تعیین بعد فرکتال منحنی رطوبتی ( $D_{SWRC}$ ) می‌باشد. ولی با توجه به این که به دست آوردن داده‌های فاز جامد یا توزیع اندازه ذرات ( $PSD$ ) آسان‌تر از توزیع اندازه منافذ می‌باشد، تعیین رابطه بین بعد فرکتال توزیع اندازه ذرات ( $D_{PSD}$ ) و بعد فرکتال منحنی رطوبتی ( $D_{SWRC}$ ) می‌تواند مفید واقع شود. کراوچنکو و ژانگ (۱۵) روشی را بر مبنای فرکتال توزیع اندازه ذرات برای تعیین منحنی مشخصه از روی منحنی دانه‌بندی خاک پیشنهاد داده و با بررسی ۱۱۰ نمونه خاک از بانک UNSODA نشان دادند که منحنی مشخصه به دست آمده از این روش به خوبی با مقادیر اندازه‌گیری شده مطابقت داشته و این روش را به عنوان روشی سریع، دقیق و اقتصادی پیشنهاد دادند. تایلر و ویت گرفت (۲۸) رابطه‌ای برای تعیین بعد فرکتال توزیع اندازه ذرات ( $D_{PSD}$ ) بیان کردند، که با استفاده از این رابطه از روی منحنی دانه‌بندی به سادگی  $D_{PSD}$  به دست می‌آید. فلگیورا و همکاران (۷) رفتار فرکتالی توزیع اندازه جرم ذرات را مورد پژوهش قرار دادند ولی تفاوت معنی‌داری بین بعد فرکتال جرم و بعد فرکتال فضای منافذ خاک مشاهده نکردند. هوانگ و ژانگ (۱۳) بعد فرکتال منحنی رطوبتی و بعد فرکتال توزیع اندازه ذرات برای خاک‌های بانک UNSODA و تعدادی از خاک‌های چین مورد بررسی قرار داده و نتیجه گرفتند که در بیشتر موارد، بعد فرکتال منحنی رطوبتی بزرگتر از بعد فرکتال توزیع اندازه ذرات می‌باشد.

جدول ۱- مشخصات آماری خاک‌های مورد استفاده

Table 1- Statistical characteristics of the soils used

بافت خاک Texture soil	تعداد	شن (%) Sand		سیلت (%) Silt		رس (%) Clay	
		بیشترین Max	کمترین Min	بیشترین Max	کمترین Min	بیشترین Max	کمترین Min
لومی loam	19	50	33.6	41	29	28	14
لوم رسی loamy clay	19	41.5	25	37	27.2	37.2	24
رسی clay	2	22	14	37	29	56	40.8
لوم رس شنی sandy clay loam	5	49	46	28.5	27.5	26	23
سیلنتی لوم silty loam	3	32	29	52	50	19	18
لوم شنی loamy sand	6	70	53	34	20	14	9

## مواد و روش‌ها

ارائه شده توسط اسکگر و همکاران (۲۴) با به کارگیری رابطه زیر استفاده گردید:

$$w = \frac{1}{1 + (cl^{-1} - 1) \exp[-u(R-1)^c]} \quad (۳)$$

که در آن  $w$  جرم تجمعی ذرات با شعاع بزرگ‌تر از  $R$ ،  $cl$  کسر مربوط به ذرات رس و  $u$  و  $c$  پارامترهای ثابت معادله هستند که با استفاده از روش اسکگر و همکاران (۲۴)، روابط شماره 3a تا 4c به دست می‌آیند. پس از ترسیم منحنی دانه‌بندی در مقیاس لگاریتمی، بعد فرکتال توزیع اندازه ذرات ( $D_m$ ) به دست آمد. بعد فرکتال اندازه ذرات تنها با استفاده از سه شعاع ۱ (ذرات رس)، ۲۵ (ذرات سیلت) و ۱۰۰۰ (ذرات شن) میکرومتر نیز محاسبه و با بعد فرکتال توسط منحنی دانه‌بندی بسط داده شده مقایسه گردید. پس از تعیین بعد فرکتال منحنی دانه‌بندی و بعد فرکتال منحنی رطوبتی، با استفاده از داده‌های ۴۸ خاک، رابطه رگرسیونی بین این دو بعد فرکتال به دست آمد و سپس بر مبنای ۶ خاک دیگر مورد ارزیابی قرار گرفت. برای این منظور، از شاخص‌های آماری ریشه مربع میانگین خطاهای نرمال شده ( $NRMSE$ ، رابطه ۴)، میانگین خطا ( $ME$ ، رابطه ۵)، نسبت خطای متوسط هندسی ( $GMER$ ، رابطه ۶) و راندمان مدل‌سازی ( $EF$ ، رابطه ۷) استفاده شده است:

$$NRMSE = \frac{\sqrt{\sum (p_i - o_i)^2 / n}}{p} \quad (۴)$$

$$ME = \frac{\sum_{i=1}^n (o_i - p_i)}{n} \quad (۵)$$

$$GMER = \exp \left[ \frac{\sum_{i=1}^n \ln(\varepsilon_i)}{n} \right] \quad (۶)$$

$$EF = \frac{\sum_{i=1}^n (o_i - \bar{o})^2 - \sum_{i=1}^n (p_i - \bar{p})^2}{\sum_{i=1}^n (o_i - \bar{o})} \quad (۷)$$

در این روابط،  $p_i$  و  $o_i$  به ترتیب مقادیر مشاهده شده و پیش‌بینی شده در  $i$ ،  $\bar{p}$  و  $\bar{o}$  میانگین مقادیر مشاهده شده و پیش‌بینی شده،  $\varepsilon$  نسبت خطا که از تقسیم  $p_i$  به  $o_i$  به دست می‌آید و  $n$  تعداد نمونه‌ها می‌باشد. هرچه مقدار  $RMSE$  و  $ME$  نزدیک به صفر باشد مدل مناسب‌تر است. مقدار بهینه  $GMER$  و  $EF$  برابر با یک می‌باشد و تطبیق بین مقادیر مشاهده شده و پیش‌بینی را نشان می‌دهد. همچنین برای درک بهتر عملکرد مدل‌ها مقادیر اندازه‌گیری شده و برآورد شده با مدل‌های مختلف برای خاک‌هایی با بافت مختلف رسم گردید.

در این پژوهش از ۵۴ نمونه خاک با بافت‌های مختلف از ناحیه شمال ایران (شهرهای آمل، بابل و کرج) از عمق ۰-۵۰ سانتی‌متری استفاده گردید که مشخصات آماری آنها در جدول ۱ موجود می‌باشد (۱۴). بافت خاک به طریقه هیدرومتر بایکاس و جرم مخصوص ظاهری با روش کلوخه و پارافین محاسبه گردید. با استفاده از دستگاه صفحات فشاری میزان رطوبت هر نمونه خاک در سه تکرار در پتانسیل‌های صفر، ۵، ۳۳، ۱۰۰، ۵۰۰ و ۱۵۰۰ کیلوپاسکال اندازه‌گیری شد. خاک‌ها به شش کلاس بافتی لوم (۱۹ نمونه)، لوم رسی (۱۹ نمونه)، رسی (۲ نمونه)، لوم رس شنی (۵ نمونه)، لوم سیلتی (۳ نمونه) و لوم شنی (۶ نمونه) تقسیم شدند.

## بعد فرکتال منحنی رطوبتی و بعد فرکتال توزیع اندازه ذرات

تایلر و ویت گرفت (۲۷) از الگوی فرش سرپینسکی برای توصیف اندازه خلل و فرج در خاک استفاده نموده و رابطه‌ای توانی، مشابه معادلات تجربی ارائه شده توسط بروکس و کوری (۳) و کمپل (۴)، به صورت زیر ارائه دادند:

$$\theta = \theta_s \left( \frac{h}{h_0} \right)^{D_{SWRC}-3} \quad (۱)$$

که در آن  $\theta_s$  ( $m^3 m^{-3}$ ) رطوبت اشباع،  $h_0$  مکش ورود هوا (cm)،  $h$  مکش اعمال شده به خاک (cm)،  $D_{SWRC}$  بعد فرکتال منحنی رطوبتی ( $D_{SWRC}$ ) و  $\theta$  رطوبت حجمی ( $m^3 m^{-3}$ ) می‌باشد.

رابطه بین جرم ذرات خاک و بعد فرکتال توزیع اندازه ذرات ( $D_{PSD}$ ) با استفاده از رابطه ۲ (۲۸) تعیین می‌گردد:

$$\frac{M(<R)}{M_T} = \left( \frac{R}{R_{max}} \right)^{3-D_m} \quad (۲)$$

که در آن  $M(<R)$  بیان کننده جرم ذرات با شعاع کمتر از  $R$ ،  $M_T$  کل جرم خاک،  $R_{max}$  حداکثر شعاع ذرات و  $D_m$  بعد فرکتال توزیع اندازه ذرات می‌باشد. از این رو، شیب خط رگرسیون بین لگاریتم جرم ذرات خاک به عنوان متغیر مستقل و لگاریتم شعاع ذرات به عنوان متغیر وابسته، برابر با  $3-D_m$  خواهد بود. بنابراین، بعد فرکتال توزیع اندازه ذرات برابر با تفاضل عدد ۳ از شیب معادله خط رگرسیون خواهد بود. با این حال برای تعیین  $D_m$  به منحنی دانه‌بندی خاک نیاز بوده و هرچه تعداد جفت نقاط این منحنی بیشتر باشد دقت برآورد بعد فرکتال هم بیشتر خواهد بود. در صورت وجود کمترین داده برای منحنی دانه‌بندی (تنها سه اندازه ذرات شن، سیلت و رس)، از روش اصلاح شده فولادمند و سپاسخواه (۸) استفاده می‌گردد.

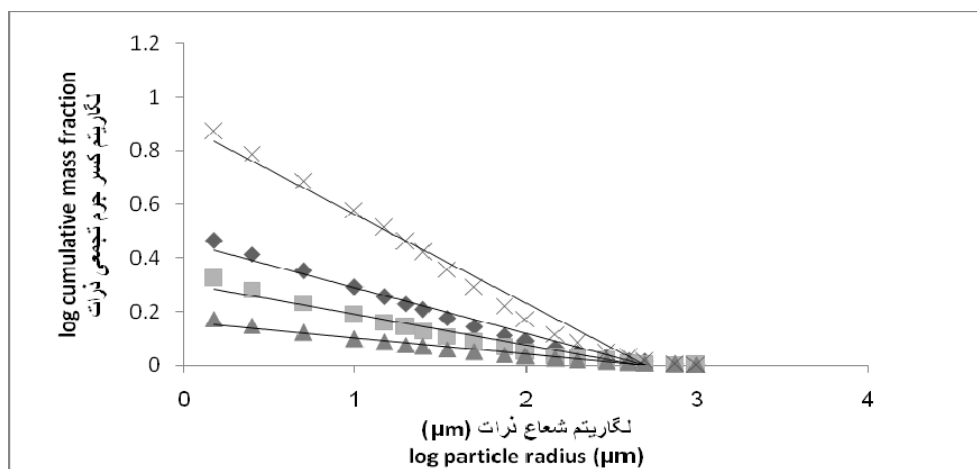
برای تعیین منحنی دانه‌بندی در محدوده شعاع ذرات ۱ تا ۱۰۰۰ میکرومتری از روی درصد مقادیر رس، سیلت و شن خاک، از روش

## نتایج و بحث

### بعد فرکتال اندازه ذرات

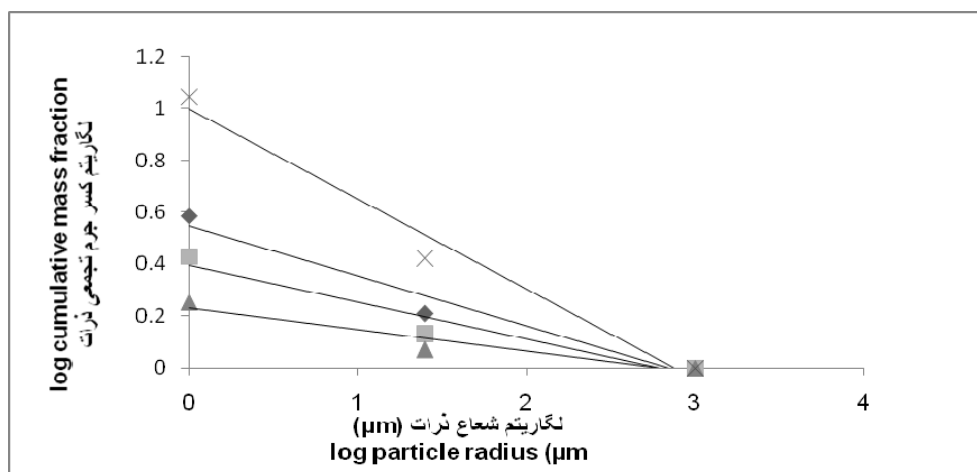
برای هر گروه از خاک‌ها نشان می‌دهد. بعد فرکتال توزیع اندازه ذرات ( $D_{m1}$ ) دارای بیشترین مقدار میانگین برابر با ۲/۹۱۲ (در یک خاک رسی) با انحراف معیار ۰/۰۴۰ و کمترین مقدار میانگین برابر با ۲/۶۹ (در یک خاک لوم شنی) با انحراف معیار ۰/۰۳۱ بود که با نتایج هوانگ و ژانگ (۱۲) که مقدار بعد فرکتال توزیع اندازه ذرات را برای ۴۳۸ نمونه خاک با بافت متفاوت از بانک UNSODA در محدوده ۲/۹۲۵ (خاک رسی) و ۲/۰۶۳ (خاک شنی) به دست آورده بود، هم‌خوانی دارد. نتایج هم‌چنین با نتایج هوانگ و همکاران (۱۳) که بعد فرکتال توزیع اندازه ذرات برای خاک‌های آن بین ۲/۶۲۵ (خاک لوم شنی) و ۲/۸۹۶ (خاک رسی) می‌باشد، مطابقت دارد.

برای تمامی ۵۴ نمونه خاک مورد مطالعه (۱) منحنی دانه‌بندی (PSD) با استفاده از روش اسکگز و همکاران (۲۴) بازسازی و سپس با استفاده از معادله ۲، بعد فرکتال اندازه ذرات ( $D_{m1}$ ) به دست آمد (شکل ۱ برای چهار خاک رسی، لومی، لوم رسی و لوم شنی). در شکل (۱) هرچه بافت خاک سبک‌تر باشد مقدار شیب افزایش یافته و در نتیجه مقدار بعد فرکتال کاهش می‌یابد. برای تمامی ۵۴ نمونه خاک،  $D_{m1}$  محاسبه گردید که در تمامی موارد ضریب تعیین بیشتر از ۰/۹ بود که نشان دهنده یک تخمین مناسب می‌باشد. جدول ۲ مقادیر بیشینه، کمینه، میانگین و انحراف معیار بعد فرکتال محاسبه شده را



شکل ۱- برآورد بعد فرکتال اندازه ذرات برای چند خاک مختلف (لومی  $\blacklozenge$ ، لوم رسی  $\blacksquare$ ، رسی  $\blacktriangle$  و لوم شنی  $\times$ ) بر مبنای منحنی دانه بندی کامل شده با استفاده از روش اسکگز

Figure 1- Estimation of fractal dimension of soil particle size to a few different (loam  $\blacklozenge$  , clay loam  $\blacksquare$  , clay  $\blacktriangle$  and sandy loam) based on gradation curve completed using Skaggs



شکل ۲- بعد فرکتال اندازه ذرات بر اساس داده‌های بافت خاک تنها سه اندازه ذره (لومی  $\blacklozenge$ ، لوم رسی  $\blacksquare$ ، رسی  $\blacktriangle$  و لوم شنی  $\times$ )

Figure 2-The fractal dimension of soil particle size based on the data of only three size (loam  $\blacklozenge$  , loamy clay  $\blacksquare$  , clay  $\blacktriangle$  , loamy sand  $\times$ )

جدول ۲- مقایسه بین بعد فرکتال توزیع اندازه ذرات به دست آمده از منحنی دانه بندی بسط داده شده ( $D_{m1}$ ) و تنها سه نقطه ( $D_{m2}$ )  
 Table 2- Comparison between fractal dimension particle size distribution obtained from gradation curve extended ( $D_{m1}$ ) and only three points ( $D_{m2}$ )

texture soil بافت خاک	$D_{m2}$				$D_{m1}$			
	max	min	mean	St.dev	max	min	mean	St.dev
loam لومی	2.822	2.718	2.791	0.026	2.831	2.73	2.798	0.027
loamy clay لوم رسی	2.869	2.791	2.838	0.019	2.872	2.816	2.841	0.016
clay رسی	2.917	2.872	2.894	0.038	2.932	2.829	2.912	0.040
sandy clay loam لوم رس شنی	2.813	2.79	2.806	0.031	2.829	2.773	2.805	0.028
silty loam سیلتی لوم	2.762	2.756	2.759	0.009	2.797	2.752	2.774	0.029
loamy sand لوم شنی	2.759	2.654	2.701	0.004	2.738	2.641	2.695	0.031

رطوبت در مکش صفر (برابر با رطوبت اشباع  $(\theta_s)$ ) موجود می‌باشد. در نتیجه با استفاده از داده‌های اندازه‌گیری شده مکش - رطوبت برای هر خاک (۱)، می‌توان بعد فرکتال منحنی رطوبتی ( $D_p$ ) و مکش ورود هوا ( $h_0$ ) را به دست آورد. جدول ۳ مقدار بعد فرکتال به دست آمده از معادله ۱ به همراه مکش ورود هوا ( $h_0$ ) را برای خاک‌های مختلف نشان می‌دهد. بعد فرکتال منحنی رطوبتی ( $D_{SWRC}$ ) دارای بیشترین مقدار میانگین برابر با ۲/۸۹۰ (در خاکی با بافت رسی) و کمترین مقدار میانگین برابر با ۲/۶۹ (در خاکی با بافت لوم شنی) بود که با نتایج هوانگ و ژانگ (۱۳) و قنبریان و هانت (۹) مطابقت دارد. همچنین مکش ورود هوا ( $h_0$ ) دارای بیشترین مقدار برابر با ۴۴/۴۵ سانتی‌متر (در خاک لوم شنی) و کمترین مقدار برابر با ۰/۶۰ سانتی‌متر (در یک خاک رسی) می‌باشد که با نتایج هوانگ و ژانگ (۱۲) برای خاک‌های UNSODA و فلگیورا و همکاران (۸) همخوانی دارد.

#### تخمین $D_p$ با استفاده از $D_m$

شکل ۳ رابطه بین بعد فرکتال منحنی رطوبتی خاک ( $D_{SWRC}$ )، بعد فرکتال توزیع ذرات خاک به دست آمده از منحنی دانه‌بندی بسط داده شده ( $D_{m1}$ ) و تنها بر پایه درصد شن، سیلت و رس ( $D_{m2}$ ) را برای ۴۸ نمونه خاک نشان می‌دهد. رابطه رگرسیون خطی آن‌ها در سطح ۱ درصد به این صورت زیر می‌باشد:

بعد فرکتال برای تمامی خاک‌ها با استفاده از تنها سه شعاع، ۱ (ذرات رس)، ۲۵ (ذرات سیلت) و ۱۰۰۰ (ذرات شن) میکرومتر نیز محاسبه گردید ( $D_{m2}$ ). تیلور و ویت کرفت (۲۶) نیز برای چند نمونه خاک بعد فرکتال توزیع اندازه ذرات را با استفاده از تنها سه نقطه به دست آورده بود. برای مثال بعد فرکتال توزیع اندازه ذرات به دست آمده با سه نقطه ( $D_{m2}$ ) برای چهار خاک رسی، لومی، لوم رسی و لوم شنی در شکل ۲ نشان داده شده است. جدول ۲ مقادیر حداکثر، حداقل و میانگین بعد فرکتال محاسبه شده با استفاده از تنها ذرات شن، سیلت و رس ( $D_{m2}$ ) را نشان می‌دهد. نتایج نشان می‌دهد که در بیشتر موارد به جز خاک لوم شنی و مقادیر حداقل و میانگین خاک لوم رسی شنی مقدار بعد فرکتال اندازه‌گیری شده با استفاده از منحنی دانه‌بندی بسط داده شده ( $D_{m1}$ ) بیشتر از بعد فرکتال محاسبه شده با تنها سه ذره ( $D_{m2}$ ) می‌باشد. همچنین نتایج آزمون آماری t-test نشان داد که اختلاف معنی‌داری بین مقدار بعد فرکتال توزیع اندازه ذرات محاسبه شده با دو روش اندازه‌گیری در گروه‌های مختلف بافت خاک وجود نداشت.

#### بعد فرکتال منحنی رطوبتی

معادله ۱ به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\log(\theta) = a + b \log(h) \quad (۸)$$

که معادله‌ای خطی بین  $\log(\theta)$  به عنوان متغیر وابسته و  $\log(h)$  به عنوان متغیر مستقل و با شیب  $D_{SWRC}-3$  و عرض از مبدأ  $[\log(\theta_s) + (3 - D_p) \log(h_0)]$  می‌باشد. از طرفی مقدار

جدول ۳- مقادیر پارامترهای معادله (۱)

Table 3-Values of parameters

بافت خاک Texture soil	$D_p$			$h_0$ (cm)			$R^2$		
	max	min	mean	max	min	mean	max	min	mean
loam لومی	2.854	2.753	2.820	34.12	3.36	12.30	0.996	0.937	0.965
loamy clay لوم رسی	2.881	2.825	2.848	10.60	1.74	5.99	0.954	0.907	0.924
clay رسی	2.909	2.872	2.890	4.98	0.60	2.79	0.982	0.966	0.974
sandy clay loam لوم رس شنی	2.846	2.822	2.834	18.02	2.96	7.55	0.947	0.898	0.918
silty loam سیلتی لوم	2.802	2.746	2.783	27.37	12.94	20.15	0.930	0.916	0.923
loamy sand لوم شنی	2.786	2.680	2.731	44.45	10.12	21.01	0.971	0.921	0.955

آن رابطه با استفاده از تنها ۱۰ نمونه خاک لومی، لوم شنی، رسی، لوم سیلتی و لوم رسی به دست آمده بود. بنابراین چنانچه بعد فرکتال توزیع اندازه ذرات تعیین شود،  $D_{SWRC}$  را می‌توان با استفاده از معادلات ۹ و ۱۰ یا به طور تقریبی از روی  $D_m$  به دست آورد. همچنین شکل ۳ نشان می‌دهد که در بیشتر موارد بعد فرکتال تخمین زده شده با PSD، به خصوص در خاک‌های درشت بافت، کوچک‌تر از بعد فرکتال SWRC تخمین زده شده با معادله ۱ می‌باشد که با نتایج هوانگ و ژانگ (۱۲) مطابقت دارد.

$$D_{SWRC} = 0.743D_{m1} + 0.737, \quad R^2 = 0.902, \quad (9)$$

$$n = 48, \quad P\text{-Value}_{(Intercept)} = 3.88 \times 10^{-8},$$

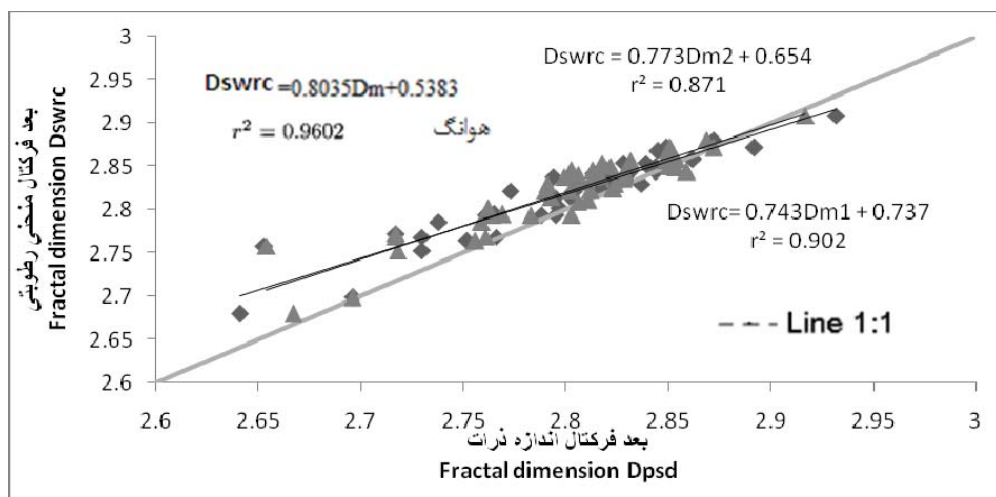
$$P\text{-Value}_{(D_{m1})} = 4.96 \times 10^{-23}$$

$$D_{SWRC} = 0.773D_{m2} + 0.654, \quad R^2 = 0.871,$$

$$n = 48, \quad P\text{-Value}_{(Intercept)} = 6.28 \times 10^{-6},$$

$$P\text{-Value}_{(D_{m2})} = 1.56 \times 10^{-21} \quad (10)$$

که این رابطه بسیار شبیه رابطه هوانگ و همکاران (۱۳) می‌باشد. که



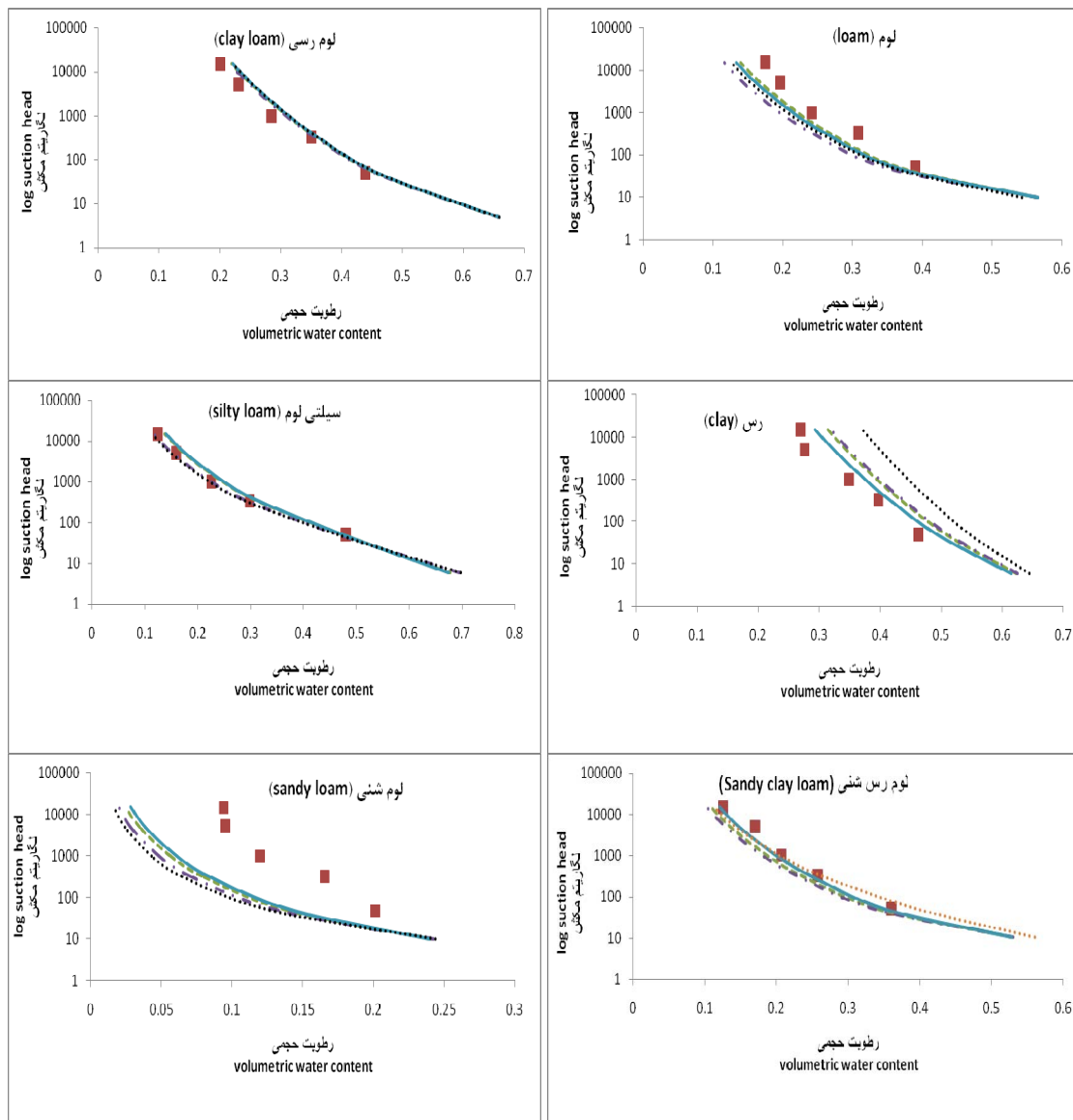
شکل ۳- رابطه رگرسیونی بین بعد فرکتال توزیع اندازه ذرات بسط داده شده (♦) و تنها سه نقطه (▲) با بعد فرکتال منحنی رطوبتی

Figure 3- Regression relationship between particle size distribution fractal dimension expanded (♦) and only three points (▲) with fractal dimension retention curve

### تعیین منحنی رطوبتی

داده‌های اندازه‌گیری شده هم‌خوانی دارد. در خاک لوم شنی مدل‌های فرکتالی نتوانسته به خوبی کار پیش‌بینی را انجام دهد و رطوبت پیش‌بینی شده کمتر از مقدار اندازه‌گیری شده می‌باشد که به دلیل برآورد کمتر بعد فرکتال منحنی رطوبتی نسبت به مقدار واقعی آن می‌باشد، تایلر و ویت‌کرافت (۲۸) برای بافت سبک به نتایج مشابهی رسیدند.

شکل ۴ منحنی رطوبتی تخمین زده شده با استفاده از معادله ۱ را با کاربرد ۴ روش مختلف برای  $D_{SWRC}$  برای شش نمونه خاک با بافت لوم، لوم رسی، لوم رسی، لوم رسی شنی، لوم سیلتی و لوم شنی نشان می‌دهد:  $D_{m1} = D_{SWRC} - 1$ ،  $D_{m2} = -3.9$  استفاده از معادله ۲،  $D_{m1} = D_{SWRC} - 1$  و  $D_{SWRC} - 4$  استفاده از معادله ۱۰. شکل ۵ نشان می‌دهد که نتایج هر چهار روش فرکتالی نزدیک به یکدیگر بوده و در بیشتر خاک‌ها با



شکل ۴- منحنی رطوبتی به دست آمده از روش‌های مختلف برای ۶ نمونه خاک بافت‌های مختلف (اندازه‌گیری: ■، روش ۱: .....، روش ۲: —، روش ۳: - - - -، روش ۴: —)

Figure 4-Retention curve obtained from soil samples of various different ways to 6 (estimate: ■, method 1: ....., method 2: —, method 3: - - - -, method 4: —)

جدول ۴- پارامترهای آماری ارزیابی مدل‌های مختلف (۱-  $D_{m1}=D_p$ ، ۲- استفاده از معادله ۹، ۳-  $D_{m2}=D_p$  و ۴- استفاده از معادله ۱۰)  
Table 4-Statistical parameters to evaluate various models (1-  $D_{m1}=D_p$  , 2- using eq. 9,  $D_{m2}=D_p$  and using eq. 10)

بافت texture	روش method	EF	GMER	ME	NRMSE
لومی loam	1	0.904	0.837	0.0359-	0.0062
	2	0.956	0.895	0.0239-	0.0026
	3	0.860	0.805	0.0442-	0.0091
	4	0.935	0.870	0.0297-	0.004
لوم رسی Clay loam	1	0.982	1.06	0.0158	0.0011
	2	0.985	1.05	0.0142	0.0005
	3	0.988	1.04	0.0184	0.0007
	4	0.983	1.06	0.0154	0.001
رسی clay	1	0.504	1.24	0.0815	0.0170
	2	0.871	1.11	0.0346	0.0048
	3	0.875	1.12	0.0403	0.0055
	4	0.940	1.06	0.0197	0.0023
لوم رسی شنی Sandy clay loam	1	0.951	0.986	0.0085	0.0029
	2	0.970	0.909	0.0149-	0.0019
	3	0.955	0.882	0.0199-	0.0029
	4	0.989	0.960	0.0055-	0.0006
سیلتی لوم Silty clay	1	0.836	1.01	0.0189	0.0131
	2	0.871	1.09	0.0329	0.0093
	3	0.843	1.02	0.0207	0.0118
	4	0.872	1.10	0.0343	0.0092
لوم شنی Sany loam	1	-1.16	0.401	-0.0636	0.0642
	2	-0.579	0.501	-0.0543	0.0422
	3	-0.912	0.443	-0.0598	0.0542
	4	0.872	0.533	-0.051	0.0365

اصلاح شده آن به وسیله فولادمند و سپاسخواه (۸) منحنی دانه‌بندی با استفاده از درصد شن، سیلت و رس بسط داده شد. سپس از روی آن بعد فرکتال توزیع اندازه ذرات به دست آمد. همچنین بعد فرکتال اندازه ذرات با استفاده از شعاع اندازه ذرات شن، سیلت و رس نیز به دست آمد. بعد فرکتال فرش سرپینسکی نیز با استفاده از داده‌های منحنی رطوبتی به دست آمد بعد فرکتال منحنی رطوبتی با بعد فرکتال توزیع اندازه ذرات به دست آمده با هر دو روش رابطه‌ای خطی داشت. بنابراین با استفاده از بعد فرکتال محاسبه شده با روش‌های مختلف، منحنی رطوبتی برای خاک‌های مختلف به دست آمد. به استثناء خاک لوم شنی در سایر خاک‌ها اختلاف زیادی بین مقادیر اندازه‌گیری شده و تخمین زده شده مشاهده نگردید. بنابراین روش پیشنهادی کارایی لازم برای تخمین منحنی رطوبتی را دارا می‌باشد. به طور کلی این پژوهش کارایی روش فرکتال را برای شبیه‌سازی منحنی رطوبتی با موفقیت اثبات کرد و نشان داد که استفاده از داده‌های زودپافت مانند درصد شن، سیلت و رس می‌توان منحنی رطوبتی را با دقت قابل

در خاک رسی مقدار رطوبت پیش‌بینی شده بیشتر از رطوبت اندازه‌گیری شده است که به دلیل برآورد بیشتر بعد فرکتال منحنی رطوبتی نسبت به مقدار واقعی می‌باشد. نتایج ارزیابی آماری منحنی رطوبتی برای ۶ نمونه خاک با بافت متفاوت در جدول ۴ آورده شده است. مقدار NRMSE و ME برای روش‌های پیش‌بینی منحنی رطوبتی بسیار کم و نزدیک به صفر می‌باشد به طوری که کمترین مقدار NRMSE برابر با ۰/۰۰۰۵ در روش دوم خاک لوم‌رسی و بیشترین مقدار آن برابر با ۰/۰۶۴۲ در روش اول خاک لوم شنی می‌باشد. مقدار ME نیز دارای کمترین مقدار برابر با ۰/۰۱۴۲ در روش دوم خاک لوم‌رسی و بیشترین مقدار برابر با ۰/۰۶۳۶ در خاک لوم شنی می‌باشد. مقدار GMER و EF برای مدل فرکتالی در بیش تر خاک‌ها به استثناء خاک لوم شنی نزدیک به یک می‌باشد.

### نتیجه‌گیری کلی

در این پژوهش با استفاده از روش اسکگنز و همکاران (۲۴) و



## منابع

- 1- Bird N.R.A., Bartoli F., and Dexter A.R. 1996. Water retention models for fractal soil structures. *Eur Journal Soil science*, 47: 1 – 6.
- 2- Bird N., Perrier E. and Rieu M. 2000. The water retention curve for a model of soil structure with pore and solid fractal distributions. *Eur Journal Soil science*, 55:55–63
- 3- Brooks R. H. and Corey A. T. 1964. Hydraulic properties of porous media. Colorado State University, Fort Collins. Hydrology Paper No. 3 , 27pp
- 4- Campbell G.S. 1974. A simple method for determining unsaturated hydraulic conductivity from moisture retention data. *Soil science*, 177, 311 –314.
- 5- De Gennes P.G. 1985. Partial filling of fractal structure by a wetting fluid. In: Adler, D., et al., (Ed.) *Physics of Disordered Materials*. Plenum, New York, pp. 227 – 241.
- 6- Ersahin S., Gunal H., Kutlu T., Yetgin B., and Cuban S. 2006. Estimating specific surface area and cation exchange capacity in soils using fractal dimension of particle-size distribution. *Geoderma*, 136:588-597.
- 7- Filgueira R. R., Pachepsky Ya. A., Fournier L. L., Sarli G. and Aragon A. 1999. Comparison of fractal dimensions estimated from aggregate mass-size distribution and water retention scaling. *Soil Science Society*, 164: 217-223.
- 8- Fooladmand H.R., and Sepaskhah A.R. 2006. Improved estimation of the soil particle-size distribution from textural data. *Biosystems Engineering*, 94:133–138.
- 9- Ghanbarian-Alavijeh B., and Hunt A.G. 2012. Estimation of soil-water retention from particle-size distribution: Fractal approaches. *Soil Science*. Vol 177: 321-326
- 10- Ghilardi P., Kai A., and Menduni G. 1993. Self-similar heterogeneity in granular porous media at the representative element volume scale. *Water Resour Research*, 29: 1205 – 1214.
- 11- Haghverdi A., Cornelis W.M., and Ghahraman B. 2012. A pseudo- continuous neural network approach for developing water retention pedotransfer function with limited data. *Journal of hydrology*. 442: 46-54
- 12- Huang G., and Zhang R. 2005. Evaluation of soil water retention curve with the pore-solid fractal model. *Geoderma*. 127:52-61.
- 13- Huang G., Zhang R. and Huang Q. 2006. Soil water retention curve with a fractal method. *Pedosphere*, 16(2) : 137-146.
- 14- Khoshnood Yazdi A. 1996. Soil moisture curves of the physical properties of soils in Iran. Msc thesis. Tehran university. 140p. (in Persian)
- 15- Kravchenko A., and Zhang R. D. 1998. Estimating the soil water retention from particle-size distributions: A fractal approach. *Soil Science*. 163: 171-179
- 16- Perfect E., McLaughlin N.B., Kay B.D. and Topp G.C. 1998. Reply to the comment on bAn improved fractal equation for the soil water retention curve Q . *Water Resour. Research*. 34: 933 – 935.
- 17- Perrier E., and Bird N. 2002. Modeling soil fragmentation: The pore solid fractal approach. *Soil Tillage Research*. 64:91–99.
- 18- Perrier E., Rieu M., Sposito G. and de Marsily G. 1996. Models of water retention curve for soils with fractal pore size distribution. *Water Resour Research*. 32: 3025 – 3031.s
- 19- Rawls W.J., and Brakensiek D.L. 1985. Prediction of soil water properties for hydrologic modeling. In: Jones, E., Ward, T.J. (Eds.), *Watershed Manage. Eighties. Proceedings of the Sym-posium of ASAE, Denver*, pp. 293–299.
- 20- Rieu M. and Sposito G. 1991a. Fractal fragmentation, soil porosity and soil water properties: I. Theory. *Soil Science Society America Journal*, 55: 231 – 1238.
- 21- Rieu M. and Sposito G. 1991b. Fractal fragmentation, soil porosity and soil water properties: II. Applications. *Soil Science Society America Journal*, 55: 1239 – 1244.
- 22- Saxton K.E., Rawls W.J., Romberger J.S. and Papendick R.I. 1986. Estimating generalized soil-water characteristics from texture. *Soil Science Society America Journal*, 50:1031–1036.
- 23- Schaap M.G., Nemes A. and van Genuchten M.Th. 2004. Comparison of models for indirect estimation of water retention and available water in surface soils. *Vadose Zone Journal*, 3: 1455–1463.
- 24- Skaggs T. H., Arya L. M., Shouse P. J. and Mohanty B. P. 2001. Estimating particle-size distribution from limited soil texture data. *Soil Science Society America Journal*, 65: 1038-1044.
- 25- Toledo P.G., Novy R.A., Davis H. T., Scriven L.E. 1990. Hydraulic conductivity of porous media at low water content. *Soil Science Society America Journal*, 54: 673–679.
- 26- Tyler S.W., and Wheatcraft S.W. 1989. Application of fractal mathematics to soil water retention estimation. *Soil Science Society America Journal*, 53: 987-996.
- 27- Tyler S.W., and Wheatcraft S.W. 1990. Fractal processes in soil water retention. *Water Resour Research*, 26:1047–

1054.

- 28- Tyler S.W., and Wheatcraft S.W. 1992. Fractal scaling of soil-particle size distributions: analysis and limitations. *Soil Science Society America Journal*, 56: 362–369.
- 29- Van Genuchten M.T. 1980. A closed form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil Science Society of America Journal* 44: 892–898.
- 30- Vereecken H., Maes J., Feyen J. and Darius P. 1989. Estimating the soil moisture retention characteristic from texture, bulk density and carbon content. *Soil Science*, 148: 389–403.
- 31- Wosten J.H.M., Pachepsky Y.A. and Rawls W.J. 2001. Pedotransfer functions: bridging the gap between available basic soil data and missing soil hydraulic characteristics. *Journal of Hydrology*, 251: 123–150.

## Estimating Soil Water Retention Curve Using The Particle Size Distribution Based on Fractal Approach

M.M. Chari<sup>1\*</sup> - B. Ghahraman<sup>2</sup> - K. Davary<sup>3</sup> - A. A. Khoshnood Yazdi<sup>4</sup>

Received: 28-04-2014

Accepted: 29-06-2015

**Introduction:** Water and soil retention curve is one of the most important properties of porous media to obtain in a laboratory retention curve and time associated with errors. For this reason, researchers have proposed techniques that help them to more easily acquired characteristic curve. One of these methods is the use of fractal geometry. Determining the relationship between particle size distribution fractal dimension (DPSD) and fractal dimension retention curve (DSWRC) can be useful. However, the full information of many soil data is not available from the grading curve and only three components (clay, silt and sand) are measured. In recent decades, the use of fractal geometry as a useful tool and a bridge between the physical concept models and experimental parameters have been used. Due to the fact that both the solid phase of soil and soil pore space themselves are relatively similar, each of them can express different fractal characteristics of the soil.

**Materials and Methods:** This study aims to determine DPSD using data soon found in the soil and creates a relationship between DPSD and DSWRC. To do this selection, 54 samples from Northern Iran and the six classes loam, clay loam, clay loam, sandy clay, silty loam and sandy loam were classified. To get the fractal dimension (DSWRC) Tyler and Wheatcraft (27) retention curve equation was used. Also the fractal dimension particle size distribution (DPSD) using equation Tyler and Wheatcraft (28) is obtained. To determine the grading curve in the range of 1 to 1000 micron particle radius of the percentage amounts of clay, silt and sand soil, the method by Skaggs et al (24) using the following equation was used. DPSD developed using gradation curves (Dm1) and three points (sand, silt and clay) (Dm2), respectively. After determining the fractal dimension and fractal dimension retention curve gradation curve, regression relationship between fractal dimension is created.

**Results and Discussion:** The results showed that the fractal dimension of particle size distributions obtained with both methods were not significantly different from each other. DSWRC was also using the suction-moisture. The results indicate that all three fractal dimensions related to soil texture and clay content of the soil increases. Linear regression relationships between Dm1 and Dm2 with DSWRC was created using 48 soil samples in order to determine the coefficient of 0.902 and 0.871. Then, based on relationships obtained from the four methods (1- Dm1 = DSWRC, 2-regression equations were obtained Dm1, 3- Dm2 = DSWRC and 4. The regression equation obtained Dm2. DSWRC expression was used to express DSWRC. Various models for the determination of soil moisture suction according to statistical indicators normalized root mean square error, mean error, relative error. And mean geometric modeling efficiency was evaluated. The results of all four fractals are close to each other and in most soils it is consistent with the measured data. Models predict the ability to work well in sandy loam soil fractal models and the predicted measured moisture value is less than the estimated fractal dimension- less than its actual value is the moisture curve.

**Conclusions:** In this study, the work of Skaggs et al. (24) was used and it was amended by Fooladmand and Sepaskhah (8) grading curve using the percentage of developed sand, silt and clay. The fractal dimension of the particle size distribution was obtained. The fractal dimension particle size of the radius of the particle size of sand, silt and clay were used, respectively. In general, the study of fractals to simulate the effectiveness of retention curve proved successful. And soon it was found that the use of data, such as sand, silt and clay retention curve can be estimated with reasonable accuracy.

**Keywords:** Clay, Fractal dimension of particle size, Fractal dimension retention curve, Modeling

1,2,3 - PhD Student, Professor and Associate Professor of Water Engineering Department, Faculty of Agriculture, Ferdowsi University of Mashhad, Respectively

(\* - Corresponding Author Email: m.mahdi.chari@gmail.com)

4- Lecturer, College of Agriculture, Shirvan University