

## ارائه رابطه‌ای برای تخمین گرادیان هیدرولیکی در جریان غیرداریسی در محیط متخلخل

محمود مرادی طیبی<sup>1</sup> - ابراهیم امیری تکلدانی<sup>2\*</sup>

تاریخ دریافت: 1392/11/01

تاریخ پذیرش: 1394/03/16

### چکیده

قانون دارسی خاص هیدرولیک جریان آرام است و برای جریان متلاطم کاربرد آن توصیه نمی‌شود. معادلات حاکم بر جریان‌های متلاطم با استفاده از روابط حاکم بر اصول اساسی هیدرودینامیک و اعمال اثر آشفتگی به دست می‌آیند. این معادلات به دلیل ماهیت پیچیده جریان متلاطم به صورت معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی بیان می‌شوند. در این راستا تاکنون روابط متعددی توسط محققین مختلف به منظور شناسایی ویژگی‌های این نوع جریان از جمله تعیین گرادیان هیدرولیکی در محیط متخلخل درشت دانه ارائه شده لیکن هر کدام از آنها فقط در محدوده‌ای خاص از تخلخل و دانه بندی محیط متخلخل سنگدانه‌ای دارای کاربرد می‌باشند. هدف از انجام این تحقیق بدست آوردن روابط مناسب در محیط متخلخل به گونه‌ای است که در محدوده وسیع تری از تخلخل و دانه‌بندی ذرات سازنده محیط متخلخل قابل کاربرد باشد. بدین منظور با استفاده از بخش عمده‌ای از نتایج آزمایشگاهی موجود و تجزیه و تحلیل آنها، رابطه جدیدی بین گرادیان هیدرولیکی و سرعت در محیط متخلخل ارائه شد که در محدوده وسیع تری از مقادیر قطر سنگدانه، عدد رینولدز، و تخلخل کاربرد دارد. با استفاده از باقیمانده نتایج آزمایشگاهی موجود، نتایج حاصل از کاربرد رابطه جدید با نتایج حاصل از کاربرد روابط موجود مقایسه شده و مشخص شد که خطای نسبی رابطه جدید فقط 14 درصد است که نسبت به معادلات موجود دارای کمترین مقدار خطای نسبی می‌باشد. در نتیجه مشاهده می‌شود که علاوه بر امکان کاربرد معادله جدید در محدوده وسیع تری از مقادیر پارامترهای دخیل، رابطه جدید دارای درستی بیشتری نسبت به سایر معادلات می‌باشد.

واژه‌های کلیدی: تخلخل، جریان متلاطم، سرعت، عدد رینولدز، مصالح درشت‌دانه

است (نقل از موسوی و همکاران (15)).

### مقدمه

اگرچه به طور کلی در جریان در داخل محیط متخلخل، قانون دارسی حاکم است لیکن این قانون خاص هیدرولیک جریان آرام در محیط‌های متخلخل ریزدانه است و در قسمت جریان‌ات آشفته نمی‌توان آن را به کار برد. در جریان متلاطم حرکت ذرات مختلف سیال مستقل از یکدیگر نبوده، بلکه قسمت‌های مختلف آن با هم مخلوط می‌شوند. بنابراین فشار و سرعت جریان در نقاط مختلف ثابت نخواهد بود. در این صورت اگر تغییرات سرعت یک ذره سیال نسبت به زمان رسم شود مقدار این تغییرات زیاد بوده لذا لازم است برای جریان، سرعت متوسط در نظر گرفته شود. همچنین از آنجایی که در جریان‌های آشفته ویژگی‌های جریان نسبت به زمان متغیر است، بنابراین در حالت کلی این جریان، یک جریان دائمی نخواهد بود. در واقع آشفتگی و تلاطم، ناشی از بالا بودن عدد رینولدز و غلبهٔ اینرسی بر نیروی لزجت می‌باشد که جریان‌های گردابی با گرداب‌های بزرگ و قابل تبدیل به گرداب‌های کوچکتر را تولید می‌کند. معادلات حاکم بر جریان‌های متلاطم با استفاده از روابط حاکم بر اصول اساسی هیدرودینامیک و اعمال اثر آشفتگی به دست می‌آیند. این معادلات به

شناخت ویژگی‌های جریان در محیط‌های متخلخل سنگدانه‌ای برای محققان و مهندسان علاقه‌مند به موضوعات مربوط به مهندسی رودخانه بسیار جالب است. سنگدانه عبارت است از قطعات سنگی که اندازهٔ آن‌ها بیش از 2/5 میلیمتر بوده و بیش از 10 درصد وزنی مصالح از الک نمرهٔ چهار استاندارد آمریکایی عبور نکند. این تعریف شامل شن و قطعات سنگی بزرگتر از آن یعنی قلوه‌سنگ‌ها و لاشه سنگ‌ها در همهٔ اندازه‌ها می‌شود. برای اولین بار پرانی (نقل از موسوی و همکاران (15)) ارتباط بین گرادیان هیدرولیکی و سرعت سیال در محیط‌های متخلخل سنگدانه‌ای را به صورت نمایی ارائه کرد. پس از وی توسط محققان مختلف روابط متعددی بین سرعت جریان آب تمیز با عواملی از قبیل گرادیان هیدرولیکی، قطر و دانه بندی سنگ‌ها، تخلخل، عدد رینولدز و لزجت سینماتیک ارائه شده

1 و 2- دانش آموخته کارشناسی ارشد سازه‌های آبی و دانشیار گروه مهندسی آبیاری و آبادانی، پردیس کشاورزی و منابع طبیعی، دانشگاه تهران  
\* - نویسنده مسئول: (Email: amiri@ut.ac.ir)

حالت عبور آب از درون محیط سنگدانه‌ای با حالت عبور آب از درون لوله، معادله‌ای به منظور نشان دادن ارتباط بین عدد رینولدز و ضریب اصطکاک ارائه نمود که در آن ضریب اصطکاک در جریان آشفته ( $R_e \geq 10^4$ ) مستقل از عدد رینولدز جریان است (2 و 3). فلتون و هررا (نقل از قاضی مرادی (3)) با ادامه مطالعات استفسون و با هدف کاهش محدودیت‌های موجود، پارامتر انحراف معیار را تعریف نموده و با یکسان گرفتن مقدار تخلخل (n) در نمونه‌های آزمایشگاهی، تاثیر این ضریب را روی  $f$  و  $R_e$  از بین برده و با انجام یک رگرسیون خطی، رابطه‌ای بین دو پارامتر فوق ارائه کردند. قاضی مرادی (3) در ادامه کار فلتون و هررا به بررسی هیدرولیکی جریان بر روی سنگدانه‌های گوشه‌تیز رودخانه‌ای پرداخت و رابطه‌ای بین عدد رینولدز و فاکتور اصطکاک ارائه کرد. قاضی مرادی علاوه بر این نتیجه گرفت که در قطرهای بزرگتر یا مساوی با 12/5 سانتی متر رابطه بین فاکتور اصطکاک و عدد رینولدز به صورت خطی می‌باشد (3).

کدک و نایت (11) بر مبنای رابطه ارائه شده توسط ارگان و بر مبنای ارزیابی داده‌های آزمایشگاهی، معادله‌ای برای نشان دادن ارتباط بین گرادیان هیدرولیکی و سرعت بدست آوردند. جعفری (9) در ادامه کار محققانی نظیر فلتون و هررا و قاضی مرادی به بررسی هیدرولیکی جریان بر روی سنگدانه‌های گردگوشه رودخانه‌ای پرداخت و رابطه‌ای بین عدد رینولدز و فاکتور اصطکاک ارائه نمود. هیل و کوچ (8) بر اساس مقادیر مختلف عدد رینولدز رابطه‌ای بین گرادیان هیدرولیکی و سرعت ارائه کردند. سیدپوپلو و همکاران (20) ضرایب ثابت معادله فرشه‌ایمر (a و b) را در حالت‌های مختلف تحلیل کرده و با معادلات ارگان و هیل و کوچ مقایسه نمودند. در راستای ادامه مطالعات سیدپوپلو و همکاران، موتسوپولوس و همکاران (16) در یک مطالعه آزمایشگاهی با به کارگیری یک استوانه عمودی و استفاده از هشت نوع دانه‌بندی، به بررسی جریان اینرسی و گرادیان هیدرولیکی در محیط متخلخل پرداختند.

یوشیاکا و توساکا (25) در ادامه کار سیدپوپلو و با استفاده از داده‌های آنها، به بررسی ضرایب ثابت معادله فرشه‌ایمر پرداخته و با بررسی تعدادی از معادلاتی که در این زمینه ارائه شده بودند، به این نتیجه رسیدند که ضریب ثابت b که با رگرسیون داده‌های سیدپوپلو به دست آمده است همبستگی معنی‌داری با سایر معادلات ندارد. همچنین در ادامه مطالعات ارگان (2) و سیدپوپلو و همکاران (20)، صدقی اصل و همکاران (18) در یک مطالعه آزمایشگاهی و با استفاده از یک استوانه عمودی و شش نوع دانه‌بندی از محیط متخلخل، اقدام به مطالعه جریان غیرداری و نیز بررسی رابطه بین عدد رینولدز و سرعت نمودند. صدقی اصل و همکاران با استفاده از تابع هدف نرمال به بررسی معادلات ارائه شده برای قطرهای مختلف پرداخته و نتیجه گرفتند که برای دانه‌بندی‌های با قطر بیش از 2/8 میلی متر، رابطه

دلیل تصادفی بودن دارای ماهیت پیچیده بوده و معمولاً به صورت معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی ارائه می‌شوند.

اگرچه تاکنون روابط متعددی توسط محققان مختلف برای بررسی هیدرولیک جریان در محیط متخلخل ارائه شده است لیکن به دلیل شرایط محدود آزمایشگاهی در انتخاب مقادیر تخلخل و دانه بندی، استفاده از آن معادلات محدود به همان شرایط آزمایشگاهی بوده و برای شرایط دیگر کاربرد آنها یا توصیه نشده و یا در صورت کاربرد خطای قابل توجهی در نتایج حاصله مورد انتظار می‌باشد. هدف از این تحقیق، بدست آوردن روابط مناسب برای شناخت محیط متخلخل به گونه‌ای است که در محدوده وسیع‌تری از مقادیر تخلخل و دانه بندی ذرات تشکیل دهنده محیط متخلخل، قابل کاربرد باشد.

با بررسی روابط ارائه شده در مطالعات انجام شده، می‌توان نتیجه گرفت که روابط مورد استفاده موجود برای مطالعه جریان در محیط پاره‌سنگی عموماً به دودسته تقسیم می‌شوند. دسته اول آنها می‌باشند که بین گرادیان هیدرولیکی (i) و سرعت جریان (v) ارتباط برقرار نموده و عموماً به دو شکل نمایی<sup>1</sup> (ایزوباش) و دو جمله‌ای<sup>2</sup> (فرشه‌ایمر) به صورت زیر ارائه شده‌اند (1).

$$i = AV^B \quad (1)$$

$$i = AV + BV^2 \quad (2)$$

در روابط 1 و 2 ضرایب ثابت A و B به خصوصیات فیزیکی سیال و محیط متخلخل نظیر شکل، اندازه سنگدانه‌ها، دانسیته و ویسکوزیته سیال بستگی دارند. دسته دوم معادلاتی هستند که بین عدد رینولدز ( $R_e$ ) و ضریب اصطکاک داری - ویسباخ (f) ارتباط برقرار می‌کنند. این روابط نیز به دو شکل نمایی و کسری<sup>3</sup> مطابق زیر نوشته می‌شوند:

$$f = aR_e^b \quad (3)$$

$$f = \frac{a'}{R_e} + b' \quad (4)$$

در روابط 3 و 4، a، b، a' و b' ضرایب ثابتی هستند که به شرایط فیزیکی سنگدانه‌های مورد آزمایش بستگی داشته و مقادیر متفاوتی برای این ضرایب توسط محققان مختلف پیشنهاد شده است (برای مثال استفسون (7 و 21)).

ارگان (نقل از بازرگان (1)) و ویلکینز (23) در تحقیقات مشابه، رابطه‌ای بین سرعت و گرادیان هیدرولیکی پیشنهاد کردند. پارکینز (17) با انجام آزمایش‌هایی بر روی شن‌های شکسته (گوشه‌دار تیز) معادله ارائه شده توسط ویلکینز را تایید کرده و برای محدوده‌های دیگر از اندازه ذرات رابطه‌ای ارائه نمود. استفسون (21) با فرض شبیه بودن

1- Exponential

2- Two-Term

3- Fractional

بررسی نتایج حاصل از مطالعات آزمایشگاهی نشان می‌دهد که در این مطالعات، حداکثر عدد رینولدز حدود 70000 و گرادیان هیدرولیکی نیز حدود 0/7 است. هم‌چنین با استفاده از نتایج آزمایشگاهی، مشخص شد که مقدار ضریب  $c$  برابر  $1/47 \times 10^{-7}$  می‌باشد و در نتیجه از آنجا که این مقدار بسیار کوچک است لذا مقدار عددی ( $R_e^{-c}$ ) به سمت یک میل کرده در نتیجه می‌توان از عدد رینولدز صرف‌نظر نمود. بنابراین رابطه 8 را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$i = kn^\alpha F_r^{-\beta} \quad (9)$$

در ادامه با تحلیل نتایج حاصل از آزمایش‌های انجام شده، مقادیر پارامترهای ثابت در رابطه 9 ارائه شده است.

#### لیست نتایج آزمایشگاهی موجود

در این تحقیق به منظور بدست آوردن رابطه بین گرادیان هیدرولیکی و سرعت جریان از داخل محیط متخلخل، از برخی از نتایج آزمایش‌های انجام شده در مرکز تحقیقات کم‌آبی و خشک سالی وزارت جهاد کشاورزی، گروه آبیاری و آبادانی دانشگاه تهران، و تعدادی دیگر از نتایج ارائه شده در مقالات چاپ شده در نشریات معتبر، به شرح جدول 2 استفاده شده است.

#### نتایج و بحث

به منظور تعیین ضرایب ثابت رابطه 9 و توسعه یک رابطه جدید برای محاسبه مقدار گرادیان هیدرولیکی، از 70 درصد داده‌های آزمایشگاهی که در جدول 2 ارائه شده‌اند استفاده به عمل آمد. با تعیین مقادیر  $k = 8, \alpha = 0.5, \beta = -0.705$ ، رابطه 9 را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$i = \frac{8 \times n^{0.5} V^{1.41}}{g^{0.7} D_{50}^{0.7}} \quad (10)$$

به منظور صحت سنجی رابطه جدید و نیز مقایسه آن با نتایج روابط قبلی، از 30 درصد داده‌های آزمایشگاهی باقی مانده که برای توسعه رابطه مورد استفاده قرار نگرفته بودند، استفاده به عمل آمد. به منظور صحت سنجی رابطه جدید، مقادیر اندازه‌گیری شده در آزمایشگاه و مقادیر محاسبه شده با استفاده از رابطه جدید، در شکل 1 نشان داده شده است.

هم‌چنین، برای مقایسه دقت نسبی نتایج حاصل از رابطه جدید با روابط موجود ارائه شده در جدول 1، از مقادیر اندازه‌گیری شده پارامترهای سرعت، قطر مصالح سنگ‌چین، و تخلخل، استفاده شده و با جایگزینی مقادیر آنها در معادلات موجود و رابطه جدید، مقدار گرادیان هیدرولیکی محاسبه شده و با مقدار اندازه‌گیری شده در

گرادیان هیدرولیکی و سرعت، غیرخطی شده و ثابت‌های رابطه فرشه‌ایمر و ایزوباش با افزایش اندازه ذرات تغییر می‌کنند (18). در جدول 1 تعدادی از مهم‌ترین معادلات ارائه شده برای بیان رابطه بین گرادیان هیدرولیکی و سرعت نشان داده شده است.

#### مواد و روش‌ها

#### بررسی رابطه موجود بین پارامترهای موثر با استفاده از تحلیل ابعادی

به منظور برقراری رابطه میان پارامترهای هیدرولیکی موثر در محیط متخلخل درشت‌دانه، از روش تحلیل ابعادی باکینگهام و معرفی پارامترهای بی‌بعد استفاده می‌شود. رابطه بین عوامل موثر بر هیدرولیک جریان در محیط متخلخل درشت‌دانه را می‌توان به صورت زیر بیان نمود:

$$f(v, \rho, V, g, L, n, D_{50}, \Delta h_f, \rho_s) = 0 \quad (5)$$

در رابطه 5،  $n$  تخلخل،  $g$  شتاب ثقل،  $\rho_s$  وزن مخصوص خشک سنگدانه،  $v$  لزوجت سینماتیک،  $V$  سرعت،  $\Delta h_f$  افت سطح آب درون محیط متخلخل،  $L$  طول محیط متخلخل و  $D_{50}$  قطر مشخصه ذرات محیط متخلخل می‌باشد. در رابطه 5 تعداد پارامترها ( $n$ ) برابر 9 و از آنجا که هر سه نوع کمیت هندسی، سینماتیکی، و دینامیکی در بین این پارامترها وجود دارد ( $m=3$ ) در نتیجه بر اساس نظریه باکینگهام به 6 پارامتر بدون بعد نیاز است. با در نظر گرفتن  $V, \rho$  و  $D_{50}$  به عنوان پارامترهای اصلی، رابطه 5 را می‌توان به صورت رابطه (6) نوشت.

$$f\left(n, \frac{L}{D_{50}}, \frac{\Delta h_f}{D_{50}}, \frac{g D_{50}}{V^2}, \frac{\rho_s}{\rho}, \frac{v}{V D_{50}}\right) = 0 \quad (6)$$

با تقسیم عدد بی‌بعد  $L/D_{50}$  بر  $\Delta h_f/D_{50}$  گرادیان هیدرولیکی بدست آمده ( $i = \Delta h_f/L$ )، و با تعریف عدد فرود به فرم ( $F_r^{-1} = v/V D_{50}$ ) و عدد رینولدز به فرم ( $R_e^{-1} = V/V D_{50}$ ) رابطه 6 را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$f(n, i, F_r^{-1}, R_e^{-1}) = 0 \quad (7)$$

به منظور تعیین گرادیان هیدرولیکی بر اساس پارامترهای سرعت، تخلخل و قطر مشخصه، می‌توان رابطه 7 را به صورت رابطه زیر نوشت (19):

$$i = kn^\alpha F_r^{-\beta} R_e^{-c} \quad (8)$$

در رابطه فوق  $k, \alpha, \beta, c$  ضرایب ثابتی هستند که با رگرسیون گیری میان اعداد واقعی مقادیر آنها قابل تعیین است.

جدول 1- تعدادی از معادلات ارائه شده برای نشان دادن ارتباط بین گرادیان هیدرولیکی و سرعت

Table 1- Some of available equations showing relation between velocity and hydraulic gradients

محقق / محققین Author/Authors	رابطه پیشنهادی Proposed relationship	ملاحظات Comments
ارگان (1952) Orgun (1952)	$i = 150 \frac{v(1-n)^3}{d^2 gn^3} V + 1.75 \frac{(1-n)}{dgn^3} V^2$	برای جریان کاملاً متلاطم (2) $R_e > 200$ داده شده است For completely turbulent flow ( $R_e > 200$ )
ویلکینز (1956) Wilkinz (1956)	$i = \frac{0.0465V^{1.85}}{n^{1.85} R_h^{0.925}}$	پارکین $R_h$ را در این معادله $d/10$ پیشنهاد کرده است (23). $R_h$ is suggested as $d/10$ by Parkin.
وارد (1964) Ward (1964)	$i = 360 \frac{v}{gd^2} V + \frac{10.44}{gd} V^2$	پارکین $R_h$ را در این معادله $d/10$ پیشنهاد کرده است (14). $R_h$ is suggested as $d/10$ by Parkin.
مک کورکودال و همکاران (1978) McCorquodale et al. (1978)	$i = \frac{70v}{gnR_h^2} V + \frac{0.81}{gn^{0.5}R_h} V^2$	پارکین $R_h$ را در این معادله $d/10$ پیشنهاد کرده است (14). $R_h$ is suggested as $d/10$ by Parkin.
استفنسن (1979) Stephenson (1979)	$i = \frac{K_r V^2}{gn^2 d}$	$K_r$ ثابتی است که برای سنگ مرمر صیقلی 1، برای سنگ شکسته شده 3، برای سنگ نیمه گرد 2 و برای سد پاره سنگی 4 می‌باشد (21). $K_r$ is constant and is equal to 1 for smooth stone, 3 for crashed stone, 2 for semi rounded stone, and 4 for rockfill dams.
مارتینز (1990) Martins (1990)	$i = \frac{(1-n)V^2}{0.627 gn^2 d}$	برای سد پاره‌سنگی با ذرات یکنواخت $C_u = 1$ کارایی دارد که در آن This is applicable for rockfill dam where $C_u = 1$
ون گنت (1992) Van Gent (1992)	$i = 1207.06 \frac{v(1-n)^2}{d^2 gn^3} V + 1.209 \frac{(1-n)}{dgn^3} V^2$	
جورج و هانسن (1992) Gorge and Hansen (1992)	$i = \frac{1.1v^{0.17} V^{1.83}}{gR_h^{1.17} n^{1.83}}$	برای جریان تقریباً متلاطم (5) For nearly turbulent flow (5)
کدک و نایت (1996) Kadlec and Knight (1996)	$i = 255 \frac{v(1-n)}{d^2 gn^{3.7}} V + 2 \frac{(1-n)}{dgn^3} V^2$	
لی و همکاران (1998) Li et al. (1998)	$i = \frac{800v}{gnd^2} V + \frac{4}{gn^2 d} V^2$	
هیل و کوچ (2002) Hill and Koch (2002)	$i = 8316 \frac{v(1-n)}{d^2 g} V + 88.65 \frac{(1-n)}{dg} V^2$	برای جریان متلاطم $R_e > 80$ داده شده است (11). For turbulent flow $R_e > 80$
سیدیراپولو و همکاران (2007) Sidiropoulou et al. (2007)	$i = \frac{0.0033}{d^{1.5} n^{0.06}} V + \frac{0.1943}{d^{1.266} n^{1.14}} V^2$	

در جدول 1،  $i$  شیب هیدرولیکی،  $V$  سرعت سیال،  $v$  لزجت سینماتیکی سیال،  $n$  تخلخل محیط سنگدانه،  $R_h$  شعاع هیدرولیکی جریان عبوری از محیط متخلخل،  $D$  قطر متوسط ذرات تشکیل دهنده محیط متخلخل و  $g$  شتاب گرانش است.

جدول 2- لیست داده های آزمایشگاهی مورد استفاده

Table 2- List of laboratory data been used in this research

محقق/محققین Author/Authors	مقدار تخلخل	تعداد داده ها	محدوده عدد رینولدز	دانه بندی مورد استفاده (mm)
جوی و همکاران (1991) Joy et al. (1991)	0.36-0.42	43	106-800	5.2-10
هانسن (1992) Hanson (1992)	0.39-0.47	70	300-5000	15-40
جعفری (2001) Jafari (2001)	0.48	60	16000-70000	100-200
قاضی مرادی (1996) Ghazimoradi (1996)	0.55	104	850-50000	41-94
قاضی مرادی (2006) Ghazimoradi (2006)	0.36-0.47	75	380-14000	9.5-50
موسوی و همکاران (2011) Mosavi et al. (2011)	0.41-0.46	36	6700-16000	30-45

جدول 3- مقادیر میانگین خطای نسبی معادلات موجود و رابطه (10) نسبت به نتایج حاصل از مشاهدات آزمایشگاهی

Table 3- The magnitude of mean relative errors of available equations and Equation (10)

محقق/محققین Author/Authors	میانگین خطای نسبی Mean Relative Error	محقق/محققین Author/Authors	میانگین خطای نسبی Mean Relative Error
ارگان (1952) Orgun (1952)	49.8	ون گنت (1992) Van Gent (1992)	68.32
ویلکینز (1956) Wilkinz (1956)	22.2	جورج و هانسن (1992) Jorge and Hansen (1992)	31.69
وارد (1964) Ward (1964)	50.23	کدک و نایت (1996) Kadlec and Knight (1996)	47.28
مک کورکودال و همکاران (1978) McCorquodale et al. (1978)	44.48	لی و همکاران (1998) Li et al. (1998)	24.55
استفانسن (1979) Stephenson (1979)	26.02	هیل و کوچ (2002) Hill and Koch (2002)	68.23
مارتینز (1990) Martins (1990)	55.12	سیدیراپولو و همکاران (2007) Sidiropoulou et al. (2007)	72.43

کدام از روابط ارائه شده در جدول 1، و  $RE$  و  $MRE$  به ترتیب خطای نسبی و میانگین خطای نسبی حاصل از کاربرد هر کدام از روابط استفاده شده نسبت به مقادیر مشاهده شده در آزمایشگاه می باشند. در جدول 3 مقادیر محاسبه شده میانگین خطای نسبی برای کلیه معادلات ارائه شده است.

همانگونه که در جدول 3 مشاهده می شود کمترین مقدار میانگین خطای نسبی متعلق به رابطه جدید (رابطه 10) و سپس رابطه ویلکینز است در حالی که معادلات سیدیراپولو و همکاران (20)، ون گنت (22)، و هیل و کوچ (8) به ترتیب دارای بیشترین خطای میانگین نسبی نسبت به دیگر معادلات می باشند. در نتیجه می توان

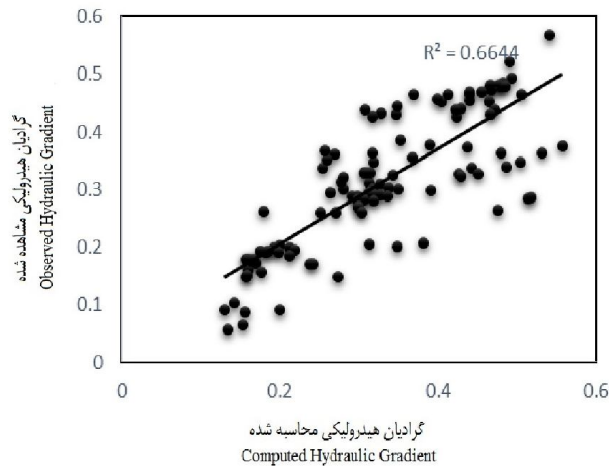
به منظور انجام مقایسه، از پارامترهای خطای نسبی و میانگین خطای نسبی به شرح زیر استفاده شد:

$$RE_j = \frac{|i_{m_j} - i_{c_j}|}{i_{m_j}} \times 100 \quad (11)$$

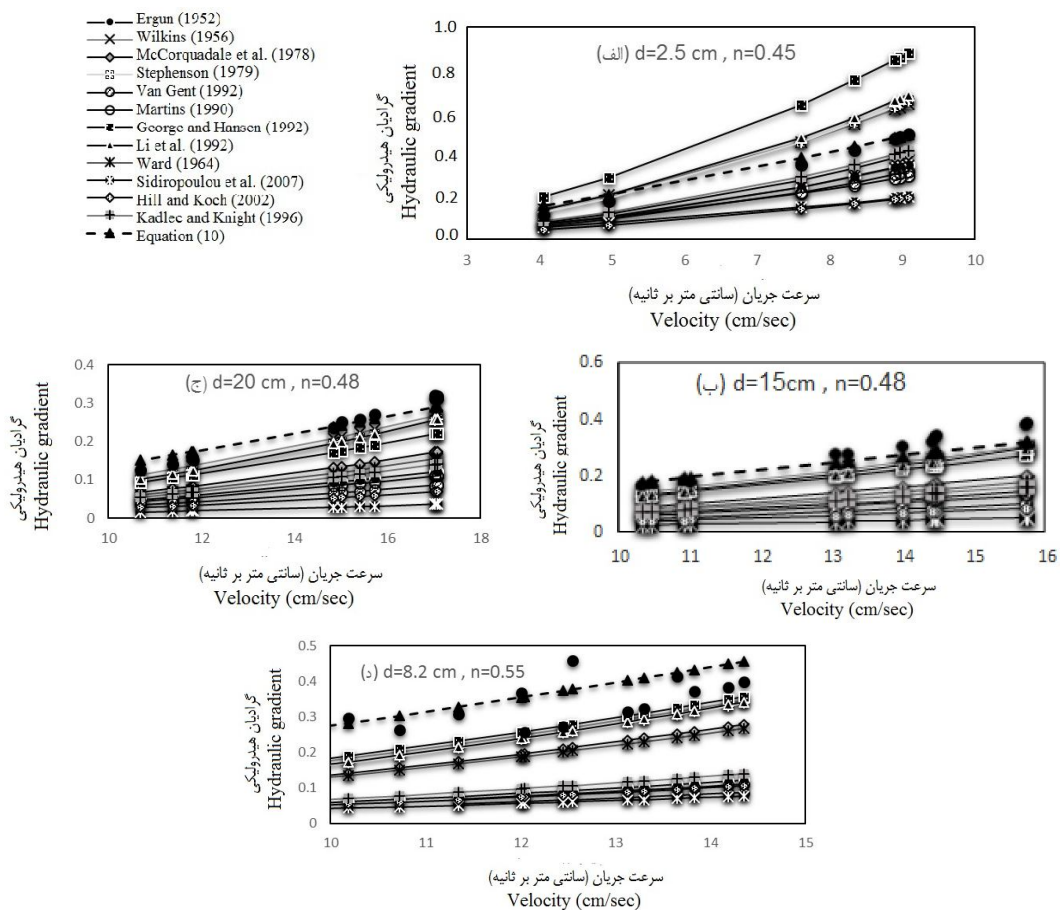
$$MRE = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n RE_j \quad (12)$$

در روابط 11 و 12،  $i_m$  گرادیان هیدرولیکی مشاهده شده در آزمایشگاه،  $i_c$  گرادیان هیدرولیکی محاسبه شده با استفاده از هر

گفت که رابطه جدید ارائه شده دارای درستی بیشتری نسبت به سایر معادلات موجود می‌باشد.



شکل 1- مقایسه گرادیان هیدرولیکی مشاهده شده در آزمایشگاه و مقادیر گرادیان هیدرولیکی محاسبه شده با استفاده از رابطه 10  
Figure 1- Comparing the observed and calculated (using Equation 10) hydraulic gradients



شکل 2- تغییرات گرادیان هیدرولیکی بر حسب سرعت جریان برای مقادیر مختلف تخلخل و قطر ذرات  
Figure 2- Variation of hydraulic gradient versus velocity for different amounts of particle diameter and porosity

برای تعیین مقدار گرادیان هیدرولیکی با استفاده از عدد فرود به شرح زیر می‌باشد:

$$i = 2.9F_r - 0.055 \quad (13)$$

لازم به ذکر است از آنجا که در رابطه 10 پارامتر سرعت ارائه شده بیانگر سرعت ظاهری در منافذ بوده و با سرعت واقعی اندکی تفاوت دارد و نیز با توجه به اهمیت بیشتر سرعت واقعی، با جایگزینی مقدار سرعت واقعی در تعیین عدد فرود ( $V_r = V / n$ )، مقادیر عدد فرود مجدداً نسبت به مقادیر متناظر گرادیان در شکل 4 رسم شدند.

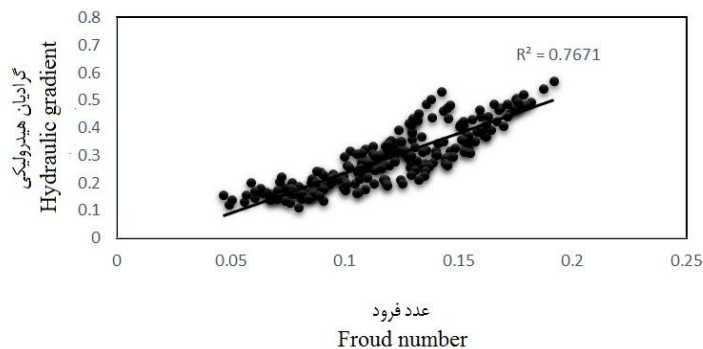
همچنین برای نشان دادن مقدار میانگین خطای نسبی روابط موجود در برآورد مقدار گرادیان هیدرولیکی برای انواع مختلف دانه‌بندی و مقدار تخلخل، در شکل 2 و جدول 4 نتایج حاصله برای چند دانه‌بندی و مقدار تخلخل نشان داده شده است.

همانگونه که در جدول 4 مشاهده می‌شود برای کلیه دانه‌بندی‌ها و مقدار تخلخل، رابطه جدید بعد از رابطه ویلکینز دارای کمترین مقدار میانگین خطای نسبی نسبت به سایر معادلات موجود می‌باشد. همچنین به منظور تعیین رابطه‌ای بین عدد فرود و نیز گرادیان هیدرولیکی، مقادیر این دو پارامتر نسبت به یکدیگر ترسیم شده و رابطه‌ای جدید برای نشان دادن ارتباط بین این دو پارامتر با مقدار ضریب همبستگی 0/767 بدست آمد (شکل 3). رابطه بدست آمده

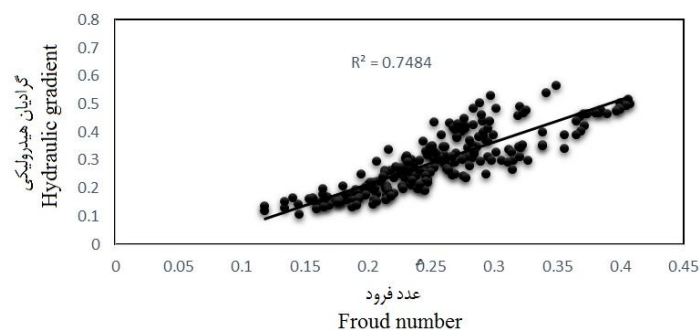
جدول 4- مقادیر میانگین خطای نسبی معادلات موجود و رابطه 10 برای مقادیر متفاوت قطر سنگدانه ها و تخلخل

Table 4- The magnitude of mean relative errors of available equations and Equation (10) for different amounts of particle diameter and porosity

محقق / محققین Author/Authors	d=2.5 cm n=0.45	d=8.2cm n=0.55	d=15 cm n= 0.48	d = 20 cm n = 0.48
ارگان (1952) Orgun (1952)	32	71.73	63.8	61.69
ویلکینز (1956) Wilkinz (1956)	26.35	17.69	18.74	13.41
وارد (1964) Ward (1964)	32.46	37.53	54.05	51.37
مک کورکودال و همکاران (1978) McCorquodale et al. (1978)	23.38	34.88	48.63	45.61
استفانسن (1979) Stephenson(1979)	31.73	20.26	23.34	18.95
مارتینز (1990) Martins (1990)	38.94	74.29	67.06	65.12
ون گنت (1992) Van Gent (1992)	39.27	79.59	74.35	73.07
جورج و هانسن (1992) Gorge and Hansen (1992)	75.26	16.12	27.81	28.46
کدک و نایت (1996) Kadlec and Knight (1996)	18.7	67.49	58.47	56.1
لی و همکاران (1998) Li et al. (1998)	25.23	21.16	23.72	19.23
هیل و کوچ (2002) Hill and Koch (2002)	60	75.17	79.23	78.18
سیدیراپلو و همکاران (2007) Sidiropoulou et al. (2007)	56.86	81.15	87.57	88.26
رابطه (10) Equation (10)	9.95	11.37	8.5	16.73



شکل 3- نمودار تغییرات گرادیان هیدرولیکی و عدد فرود  
Figure 3- Variation of hydraulic gradient versus Froud Number using apparent velocity



شکل 4- نمودار تغییرات گرادیان هیدرولیکی و عدد فرود (با سرعت واقعی)  
Figure 4- Variation of hydraulic gradient versus Froud Number using real velocity

شده موجود، رابطه‌ای بین سرعت و گرادیان هیدرولیکی ارائه شد که برخلاف روابط موجود که در محدوده‌ای کوچک از اندازه سنگدانه‌ها، عدد رینولدز و مقدار تخلخل کاربرد دارند، این رابطه در بازه‌ی قطر سنگدانه 0/5 الی 20 سانتی‌متر، جریانات متلاطم با عدد رینولدز بزرگتر از 100 و نیز تخلخل 0/35 تا 0/55 صادق است. هم چنین دو معادله برای نشان دادن ارتباط بین گرادیان هیدرولیکی و عدد فرود بر مبنای سرعت ظاهری و نیز بر مبنای سرعت واقعی که تاثیر تخلخل در آن لحاظ گردیده است، ارائه شد. صحت‌سنجی روابط جدید همراه با مقایسه نتایج حاصل از این روابط با روابط موجود با استفاده از داده های آزمایشگاهی به عمل آمد و مشخص شد که معادله جدید دارای درستی بیشتری نسبت به روابط موجود می‌باشد به طوری که خطای آن برای برآورد گرادیان هیدرولیکی حدود 14 درصد است و در نتیجه می‌تواند به عنوان رابطه ای قابل اطمینان مورد استفاده قرار گیرد.

بنابراین رابطه بین عدد فرود بر مبنای سرعت واقعی و گرادیان هیدرولیکی را می‌توان به صورت زیر ارائه نمود.

$$i = 1.5F_r - 0.0883 \quad (14)$$

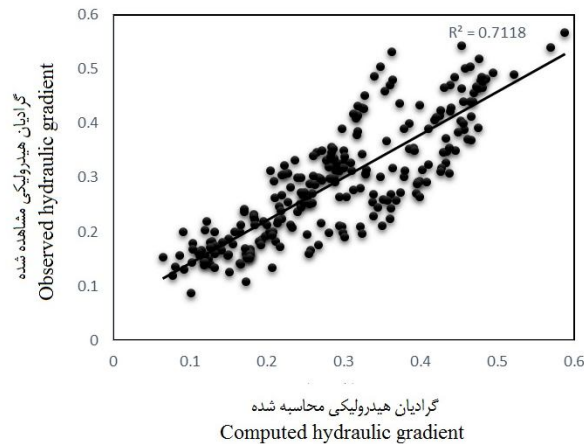
به منظور مقایسه دقت معادلات موجود و رابطه 14 برای تعیین مقدار گرادیان هیدرولیکی بر اساس مقدار سرعت حقیقی، مقادیر میانگین خطای نسبی برای کلیه روابط محاسبه و نتیجه در شکل 5 و جدول 5 ارائه شده است.

با توجه به جدول 5 ملاحظه می‌شود که رابطه جدید نتایج درست‌تری نسبت به دیگر روابط موجود به منظور محاسبه گرادیان هیدرولیکی ارائه می‌نماید و در نتیجه می‌تواند به عنوان جایگزین مناسبی برای روابط ارائه شده قبلی محسوب شود.

### نتیجه‌گیری کلی

در این مطالعه بر اساس نتایج مشاهداتی حاصل از تحقیقات انجام





شکل 5- رابطه بین گرادیان هیدرولیکی واقعی در مقابل محاسبه شده  
Figure 5- Variation of observed versus computed hydraulic gradients

جدول 5- میانگین خطای نسبی در تعیین مقدار گرادیان هیدرولیکی بر اساس مقدار سرعت حقیقی با استفاده از معادلات موجود و رابطه 14 با توجه به مقادیر مشاهده شده آزمایشگاهی

Table 5- Magnitude of mean relative error using real velocity for different equations including Equation 14

محقق / محققین Author/Authors	میانگین خطای نسبی Mean Relative Error	محقق / محققین Author/Authors	میانگین خطای نسبی Mean Relative Error
ارگان (1952) Orgun (1952)	52.58	ون گنت (1992) Van Gent (1992)	65.46
ویلکینز (1956) Wilkinz (1956)	18.19	جورج و هانسن (1992) Gorge and Hansen (1992)	32.20
وارد (1964) Ward (1964)	46.15	کدک و نایت (1996) Kadlec and Knight (1996)	42.02
مک کورکودال و همکاران (1978) McCorquodale et al. (1978)	44.48	لی و همکاران (1998) Li et al. (1998)	20.79
استفانسن (1979) Stephenson (1979)	22.29	هیل و کوچ (2002) Hill and Koch (2002)	66.36
مارتینز (1990) Martins (1990)	57.84	سیدیراپولو و همکاران (2007) Sidiropoulou et al. (2007)	69.36
		رابطه (14) Equation (14)	14.03

### منابع

- 1- Bazargan J. 2002. Investigating the design criteria of rockfill intakes. Ph.D. thesis. Faculty of Civil, Amir Kabir University, Tehran, Iran. (in Persian with English abstract).
- 2- Ergun S. 1952. Fluid flow through packed columns. Chemical Engineering Progress, 48: 89-94.
- 3- Ghazimoradi A. 1996. Study through the effects of detention rockfill dams permeability on flood control and suspended and bed load sedimentation. A research project approved by Research Institute of Soil and Watershed Protection, Ministry of Jihad Keshavarzi.
- 4- Ghazimoradi A. 2006. Investigation of the effects of overflow on the flow specifications in detention rockfill dams. A research project approved by Research Institute of Soil and Watershed Protection, Ministry of Jihad Keshavarzi.
- 5- George G.H. and Hansen D. 1992. Conversion between quadratic and power law for non-Darcy flow. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 115(5): 792-797.
- 6- Hansen D. 1992. The behavior of flow through rockfill dams. PhD thesis. Dept. of Civil Engineering, University

- of Ottawa, Ontario, Canada.
- 7- Herrera N.M. and Felton G.K. 1991. Hydraulic of flow through a rockfill dam using sediment-free water. *Journal of Hydraulic Engineering*, 34(3): 871-875.
  - 8- Hill R.J. and Koch D.L. 2002. The transition from steady to weakly turbulent flow in a close-packed ordered array of spheres. *Journal of Fluid Mechanics*, 465: 59-97.
  - 9- Jafari H. 2001. Investigation the flow hydraulics in porous media made of round-edge rockfill river material with the diameter of 10 to 20 cm. M. Sc. Thesis in Water Structures, University of Tarbiat Modarres, Tehran, Iran. (in Persian with English abstract).
  - 10- Joy D.M., Lennox W.C. and Kouwen, N. 1991. Particulate transport in a porous media under nonlinear flow conditions. *Journal of Hydraulic Research*, 29(3): 373-385.
  - 11- Kadlec H.R. and Knight L.R. 1996. *Treatment Wetlands*. Lewis Publishers, USA.
  - 12- Li B., Garga V.K. and Davis M.H. 1998. Relationships for non-Darcy flow in rockfill. *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, 124: 206-212.
  - 13- Martins R. 1990. Turbulent seepage flow-through rockfill structures. *International Water Power Dam Construction*, 40(3): 41-45.
  - 14- McCorquodale J.A., Hannoura. A.A. and Nasser M.S. 1978. Hydraulic conductivity of rockfill. *Journal of Hydraulic Research*, Delft, The Netherlands, 16(2): 123-137.
  - 15- Mosavi S.A., Amiri Tokaldany, E. and Davoudi M.H. 2011. Introducing relationships to determine the critical hydraulic gradient at non-cohesive sediment transport discharge in rockfill dams. *Soil and Water Journal (Agricultural Science and industrial)*, 25(6): 1238-1249, (in Persian with English abstract).
  - 16- Moutsopoulos K.N., Papaspyros J.N.E. and Tsihrintzis V.A. 2009. Experimental investigation of inertial flow processes in porous media. *Journal of Hydrology*, 374: 242-254.
  - 17- Parkins A.K. 1991. Through and over flow rockfill dams. P. 572-592. In E.M. das Neves (ed.) *Advances in rockfill structures*, Kluwer Academic Publishers Group, Boston, USA.
  - 18- Sedghi-Asl M., Rahimi H. and Salehi R. 2014. Non-Darcy flow of water through a packed column test. *Journal of Transport Porous Media*, 100(2): 215-227.
  - 19- Shafae Bajestan M. 2011. *Physical and hydraulic models*. Second Edition, University of Shahid Chamran, Ahvaz, Iran. (in Persian).
  - 20- Sidiropoulou M.G., Moutsopoulos K.N. and Tsihrintzis, V.A. 2007. Determination of Forchheimer equation coefficients a and b. *Hydrological Process*. 21(4): 534-554.
  - 21- Stephenson D. 1979. *Rockfill in hydraulic engineering*. Elsevier Scientific, Amsterdam.
  - 22- Van Gent M.R.A. 1992. *Formulae to describe porous flow*. Communications on Hydraulic and Geotechnical Engineering, Delft University of Technology, Delft. The Netherlands.
  - 23- Wilkins J. 1956. Flow of water through rockfill and its application to the design of dams. Paper presented at the 2nd Australia New Zealand Conference on soil Mech. and Fund Engineering, Adelaide, Australia.
  - 24- Ward J. C. 1964. Turbulent flow in porous media. *Journal of Hydraulic Division*, ASCE 90 (5): 1-12.
  - 25- Yoshioka M. and Tosaka H. 2012. Review on non-Darcy flow in highly permeable porous media. *Journal of Groundwater Hydrology*, 52(3): 275-284.

## Introducing a Relationship to Estimate Hydraulic Gradient in Non-Darcy Turbulent Flow in Porous Media

M. Moradi Tayyebi<sup>1</sup>- E. Amiri Tokaldany<sup>2\*</sup>

Received: 21-01-2014

Accepted: 06-06-2015

**Introduction:** Study of flow characteristics in rock porous media is one the most interesting issues for scientists and engineering dealing with river engineering works. So, there is no surprise that many models to describe the relationship between the flow velocity of clear water with hydraulic gradient, rock size, porosity, *Reynolds number*, and kinematic viscosity, have been introduced. Due to the large spaces between the coarse materials, flow velocity passing through the materials is high which in turn results in higher amounts of Reynolds number of flow. This type of flow classified as turbulent flow. Although *Darcy law* rules the flow in porous media, it is used for laminar flow in fine porous media and its application is not recommended for turbulent flows. Moreover, as the flow parameters in turbulent flows vary against time, the state of the flow is not steady. The equations describing the turbulent flows are obtained using equations defining basic concepts of hydrodynamics and turbulence effects. Due to complexity of the turbulent flow, these equations are described in the form of the partial differential equations. In order to introduce the specifications of this type of flow, various relationships have been provided by many researchers. However, their applications are confined to the limited conditions of porosity and size materials. In this study, we aim to provide a relationship which can be applied for a wide range of porosity and material size of porous media.

**Materials and Methods:** To describe the relation between effective hydraulic parameters in coarse porous media, we used dimensional analysis theorem of Buckingham. In this regard six dimensionless parameters have been provided from which a relationship including four constant parameters has been obtained. We used a part of (70 percent) several available sets of data, provided from Soil Conservation and Watershed Management Research Institute, Irrigation and Reclamation Engineering Department of the University of Tehran, and mostly from published results, to find the magnitude of the constant parameters. So, we introduced a new equation which expresses a relationship between hydraulic gradient, porosity, and *Froud number*. Finally, using the remained part of (30 percent) available data, we compared the results of the new equation with those obtained from available models.

**Results and Discussion:** To evaluate the new introduced equation and comparing the results obtained from the new equation and those obtained from available equations, we computed the magnitude of relative errors as well as the mean relative errors of the hydraulic gradient estimated from all equations versus the hydraulic gradients provided from field and laboratory observations. It is found that the new equation has the least mean of relative error (15.3 percent) among all equations. Moreover, for various magnitudes of rock size as well as porosity, we computed the mean relative error of estimated hydraulic gradients according to observed data. We found that the new equation has the second largest accuracy (with the mean error of 11.64%) among all evaluated models in this research. Finally, we developed two relationships between hydraulic gradient and *Froud number* using actual as well as apparent velocities. Again, it is found that the new relationship has the least mean of relative error (14.03 percent) among all equations.

**Conclusion:** Since all available equations introduced to express the flow characteristics in coarse porous media, can be used in a defined limits of porosity, rock size, etc., in this research we aimed to provide a new relationship which can be used for a wider range of porous media specifications. So, based on dimensional analysis and using several sets of available field and laboratory data, a new equation has been introduced in this research which can be used for a wide range of rock size, Reynolds number, and porosity; i.e. rock diameter of 0.5 to 20 cm, Reynolds number greater than 100, and porosity of 0.35 to 0.55. Moreover, we introduced two equations to demonstrate the relationship between hydraulic gradient and actual velocity as well as apparent velocity. When we evaluated the results obtained from the new relationship with those obtained from some available equations, we found that the relative error of the new equation is 14 percent, which illustrates that the error of the results produced by the new equation is less than those produced by the available equations.

**Keywords:** Coarse material, Porosity, Reynolds number, Turbulent flow, Velocity

1, 2- MSc Graduated of Water Structures and Associate Professor, Department. of Irrigation and Reclamation Engineering, University College of Agriculture and Natural Resources, University of Tehran  
(\* - Corresponding Author Email: amiri@ut.ac.ir)