

کارایی چند روش متفاوت برای محاسبه‌ی نمایه‌ی هرست در سری‌های زمانی اقلیمی

بیژن قهرمان^۱

تاریخ دریافت: ۱۳۹۲/۱/۲۰

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۲/۶/۴

چکیده

نمایه‌ی هرست (H) مشخص کننده‌ی اغتشاش نرمال جزئی (fGn)، فرآیند خود-متشابه مهم با کاربرد گسترده، بوده و پایداری طولانی مدت (LTP) آن را تعیین می‌کند. روش‌های کاملاً متعددی برای برآورد نمایه‌ی هرست در سری fGn توسط پژوهش‌گران پیشنهاد شده است. ولی تنها پژوهش‌های اندکی موجود است که به مقایسه‌ی روش‌های مختلف برای سری‌های زمانی متفاوت و با طول دوره‌ی آماری مختلف پرداخته است. در این مقاله کارایی ۷ روش مختلف شامل دامنه‌ی تغییر مقیاس داده شده (R/S)، ۳ نگرش متفاوت از روش انحراف معیار تجمیع شده ($ASD^{[0]}$, $ASD^{[rec]}$, $ASD^{[opt]}$)، روش پراش (VAR)، و ۲ نگرش از روش خودهمبستگی ($\rho^{[1]}$, $\rho^{[2]}$) مورد مقایسه قرار گرفته است. هفت سری زمانی مختلف شامل درجه حرارت سالانه‌ی مشهد (با طول‌های ۱۲۷ و ۶۶ سال)، تراز آب حداقل سالانه‌ی رودخانه‌ی نیل (۶۶۰ سال)، دو فرآیند جهانی نوسان آتلانتیک شمالی (NAO) (۶۲ سال) و دو سری از نوسان دهه‌ای پاسیفیک (PDO) (۱۱۲ و ۳۳۱ سال) و غلظت CO_2 جو که در مائونا لونا واقع در هاوایی اندازه‌گیری شده است (۵۵ سال) در نظر گرفته شد. نتایج نشان داد که سری‌های NAO و CO_2 از LTP برخوردار نیستند ($H < 0.5$). روش VAR از رابطه‌ی مقیاس‌سازی پیروی نکرد، همبستگی برای روش‌های $\rho^{[1]}$ و $\rho^{[2]}$ خوب نبود، روش $ASD^{[rec]}$ برای سری‌های T66 و CO_2 قابل انجام نبود و مقادیر H و انحراف استاندارد در هر دو روش $ASD^{[opt]}$ و $ASD^{[rec]}$ به‌طور غیرمنطقی زیاد بود. بر پایه‌ی نتایج، هر دو روش R/S و انحراف معیار تجمیع شده برای محاسبه‌ی H مناسب است. نشان داده شد که با افزایش طول دوره‌ی آماری و لحاظ کردن داده‌های تاریخی، مقدار H کاهش می‌یابد.

واژه‌های کلیدی: پایداری، خودهمبستگی، روند، غلظت CO_2 جو، PDO، NAO

مقدمه

درست‌نمایی موجک، و تخمین‌هایی برپایه‌ی FBM توام را مقایسه کردند. بن‌مهدی و همکاران (۳) روش تخمین گر بیز را برای برآورد نمایه‌ی هرست در فرآیند اغتشاش نرمال جزئی پیشنهاد کردند. نام-بردگان هر کدام روشی جدید را پیشنهاد داده و آن‌را تنها با استفاده از تعداد معدودی داده‌ی واقعی با چند روش دیگر مقایسه کردند. مشکل اساسی این است که بررسی وجود LTP به‌ویژه برای سری‌های زمانی کوتاه مدت و با اغتشاش شدید دشوار است. بنابراین این امکان وجود دارد که پایداری بلندمدت را به اشتباه پایداری کوتاه‌مدت یا بدون پایداری تشخیص داد. از این‌رو در نظر گرفتن سری‌های زمانی با طول‌های مختلف ممکن است به نتیجه‌گیری‌ها کمک کند. در این مقاله ما کارایی ۷ روش مختلف محاسبه‌ی نمایه‌ی هرست را برای ۷ سری زمانی اقلیمی متفاوت با طول‌های آماری مختلف بررسی کرده‌ایم.

مواد و روش‌ها

الف- درجه حرارت: متوسط درجه حرارت ماهانه‌ی مشهد از

سری زمانی هر فرآیند، به الگوی زمانی مقادیر متغیر تصادفی اشاره می‌کند. پایداری یکی از ویژگی‌های سری زمانی بوده و اشاره به این دارد که وقایع آینده چگونه به رویدادهای گذشته بستگی دارند. بنابراین تعیین درست پایداری اهمیتی مهم برای ساختار ریاضی فرآیند در دست بررسی دارد. نمایه‌ی هرست، H ، معیاری از پایداری بلند مدت (LTP) است (۹). با این حال روش‌های متفاوت بسیاری در منابع برای تعیین H وجود دارد. روش محدوده‌ی تغییر مقیاس داده شده (R/S) قدیمی‌ترین نگرش به نمایه‌ی هرست است (۹ و ۱۹) که توسط بسیاری از پژوهش‌گران مورد استفاده بوده است (مثلاً ۱۰ و ۱۹). از بین منابع متعدد در این‌جا تنها به دو مورد اشاره می‌شود. لیو و همکاران (۱۶) روش‌های مختلف تخمین گر دوره‌نمای تصحیح شده (MPE)، تخمین گر دوره‌نما، تخمین گر ویتل، تخمین گر حداکثر

۱- استاد گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه فردوسی مشهد

واقع در هاوایی اندازه‌گیری شده است (۱۱).

روش پژوهش

نگرش دامنه‌ی تغییر مقیاس داده شده (R/S)، قدیمی‌ترین نگرش به نمایه‌ی هرست است (۹ و ۱۹). به کمک این نمایه، تغییراتی در تغییرپذیری ظاهری سری با طول دوره‌ی زمانی ارزیابی می‌شود. دامنه‌ی تغییر مقیاس داده شده توسط تقسیم دامنه‌ی مقادیر در بخشی از سری زمانی بر انحراف معیار مقادیر در همان بخش از سری زمانی محاسبه می‌شود. با افزایش طول زمانی دامنه، دامنه‌ی تغییر مقیاس داده شده نیز به تدریج افزایش می‌یابد. افزایش در دامنه‌ی تغییر مقیاس داده شده را می‌توان با ترسیم لگاریتم R/S در مقابل لگاریتم دامنه‌ی زمانی مشخص کرد. نمایه‌ی هرست، H ، شیب این خط است.

اغتشاش نرمال جزئی (FGN: ۱۸،۱۷)، بازه‌های ایستا از فرآیند خودمشابه (۴) یا فرآیند مقیاس‌سازی ساده‌ی استوکاستیکی (یا سیگنال مقیاس‌سازی ساده (SSS: ۱۵)) از فرآیند مادر (پایه‌ی) X_i که فاقد الگوی چرخه‌ای منظم است (یعنی سری سالانه)، به‌گونه‌ای است که شکل تجمیع شده‌ی آن دارای ویژگی مستقل از مقیاس در هر مقیاس زمانی k و l (بزرگ‌تر یا مساوی با ۱) می‌باشد، یعنی:

$$(Z_i^{(k)} - k\mu) = \left(\frac{k}{l}\right)^H (Z_j^{(l)} - l\mu) \quad (۱)$$

که در آن d به مفهوم یکسان بودن تابع توزیع بوده و H نمایه‌ی هرست است. $Z_i^{(k)}$ فرآیند استوکاستیکی تجمیع شده از متغیر پایه‌ی X با گام زمانی k می‌باشد. این معادله برای تمامی اعداد صحیح i و j (اشاره به فرآیند ایستا) و تمامی گام‌های زمانی k و l صادق است. در نظر گرفتن حالت ساده شده‌ی $i=j=l=1$ منجر به اصل خودمشابهی انحراف معیار می‌شود:

$$s^{(k)} = \sigma [Z_i^{(k)}] = k^H \sigma \quad (۲)$$

که به کمک آن به آسانی می‌توان H را به دست آورد (برای مثال ۱۴). این روش را در این مقاله، ASD^[۱۰] نامیده‌ایم.

تابع خودهمبستگی تابعی منحصر به فرد از نمایه‌ی هرست، H ، است (برای مثال صفحه‌ی ۵۲ از مرجع ۴):

$$\rho(k) = \frac{1}{2} \left[(k+1)^{2H} - k^{2H} + (k-1)^{2H} \right] \quad k > 0 \quad (۳)$$

که زمانی که k به سمت بینهایت میل می‌کند با

$$\rho(k) \rightarrow H(2H-1)k^{2H-2} \quad (۴)$$

تقریب زده می‌شود. به نظر می‌رسد که بتوان با استفاده از این روابط، H را به دست آورد. این نگرش‌ها را به ترتیب $\rho^{[1]}$ و $\rho^{[2]}$ نامیده‌ایم.

می‌توان نشان داد (صفحه‌ی ۵۴ از مرجع ۴) که برای هر سری دارای حافظه، رابطه‌ی

$$\text{var}(\bar{X}_n) = \sigma^2 cn^{2H-2}, \quad c > 0 \quad (۵)$$

چندین منبع اینترنتی شامل "داده‌های جهانی آب و هوا" و کاوش‌گر اقلیمی KNMI و نیز سازمان هواشناسی ایران (IRIMO) جمع‌آوری شد. این داده‌ها بازه‌ی را بین سال‌های ۱۸۸۵ تا ۲۰۱۱ دربر می‌گیرند. داده‌های مفقود با ایجاد همبستگی با ایستگاه‌های مجاور تکمیل گردید. از این‌رو، دو مجموعه داده یعنی $T127$ که تمامی خلاها تکمیل شده بودند و $T66$ دربرگیرنده‌ی تنها داده‌های مربوط به IRIMO از سال ۱۹۵۱ تا ۲۰۱۱ آماده گردید.

ب- هیدرولوژی: تراز آب حداقل سالانه‌ی رودخانه‌ی نیل (Nile) از سال ۶۲۲ تا ۱۲۸۱ و به طول ۶۶۰ سال از مرجع برن (۴) تهیه شد. پ- فرآیندهای جهانی: دو فرآیند جهانی نوسان آتلانتیک شمالی (NAO) (۶۲ سال) و دو سری از نوسان دهه‌ای پاسیفیک (PDO) (۱۱۲ و ۳۳۱ سال) در نظر گرفته شد. مقادیر NAO ماهانه از مرکز تخمین اقلیمی وابسته به سرویس آب و هوای ملی^۱ تهیه و در این مقاله با علامت NAO نشان داده شد. داده‌ها مربوط به بازه‌ی زمانی ۱۹۵۰ تا ۲۰۱۱ است. ماهیت این داده‌ها، مقادیر اندازه‌گیری شده‌ی درجه حرارت سطح دریا (SST) است. مقادیر PDO ماهانه مربوط به بازه‌ی زمانی ۱۹۰۰ تا ۲۰۱۱ از صفحه‌ی اینترنتی دانشگاه واشینگتن^۲ فراخوانی شد. PDO، مقادیر استاندارد شده‌ی روزآمد نمایه‌ی PDO است که به صورت مولفه‌ی اصلی آنومالی ماهانه‌ی SST در اقیانوس پاسیفیک شمالی می‌باشد. متوسط ماهانه‌ی جهانی میانگین آنومالی‌های SST از داده‌ها خارج شد تا این الگوی تغییرپذیری تحت تاثیر پدیده‌ی "گرمایش جهانی" که ممکن است در داده‌ها وجود داشته باشد قرار نگیرد. داده‌ها بازه‌ی زمانی ژانویه‌ی ۱۹۰۰ تا ژوئیه‌ی ۲۰۱۲ را پوشش می‌دهد. این داده‌ها به تمامی از روی مقادیر اندازه‌گیری شده محاسبه شده‌اند. PDO سالانه از روی میانگین‌گیری از PDOهای ماهانه به دست آمد. بی‌یندی و همکاران (۵) بر مبنای دیرینه‌شناسی شبکه‌ای از قطر درختان در مناطق جنوبی و باجای کالیفرنیا، رابطه‌ی را بین قطر درختان و نمایه‌ی PDO بر اساس SST برقرار کرده و داده‌های PDO را تا سال ۱۶۶۱ گسترش دادند. این داده‌ها^۳ بر مبنای سالانه بوده و بازه‌ی ۱۶۶۱ تا ۱۹۹۱ را دربر می‌گیرد. در این‌جا، این دو سری را به ترتیب با نمادهای $PDO^{[W]}$ و $PDO^{[B]}$ مشخص کرده‌ایم.

ت- CO₂ جو: چگونگی تهیه‌ی داده‌های غلظت CO₂ جو توسط کیلینگ و همکاران (۱۲) ارایه شده است. این داده‌ها^۴ به طول ۵۵ سال طولانی‌ترین داده‌های پیوسته از CO₂ جو است که در ماونتا لوئا

1 - <http://www.cpc.ncep.noaa.gov/products/precip/CWlink/pna/norm.nao.monthly.b5001.current.ascii.table>

2- Washington.edu/pdo/PDO.latest

3- <http://www.ncdc.noaa.gov/paleo/pubs/biondi2001/biondi2001.html>

4- http://scrippsco2.ucsd.edu/data/in_situ_co2/monthly_mlo.csv

$$e^2(\sigma, H) = \sum_{k=1}^{n/10} \frac{[\ln s^{(k)} - \ln s^{(k)}]^2}{k^p} \quad (8)$$

$$= \sum_{k=1}^{n/10} \frac{[\ln \sigma + H \ln k + \ln c_k(H) - \ln s^{(k)}]^2}{k^p}$$

تبدیل می‌شود که در آن خطای جزئی متناظر با هر مقیاس k با عامل $1/k^p$ وزن دار شده است. مقادیر بزرگ‌تر p (احتمالا کوچک‌تر از ۳) مناسب‌تر است زیرا با افزایش k طول نمونه کاهش و بنابراین ناطمینانی افزایش می‌یابد. σ و H را می‌توان با هر روش بهینه‌سازی عددی محاسبه کرد. این دو نگرش در این جا به ترتیب $ASD^{[rec]}$ و $ASD^{[opt]}$ نامیده شده‌اند.

نتایج و بحث

سری زمانی T127

آماره‌های خلاصه شده‌ای از سری زمانی طولانی مدت درجه حرارت سالانه‌ی مشهد (T127) در جدول ۱ آورده شده است. شکل ۱ نمایش ترسیمی این سری را نشان می‌دهد. روندی افزایشی بر پایه‌ی این شکل قابل تشخیص است که در راستای سایر ایستگاه‌ها در تمامی جهان (برای مثال ۲۱) به‌شمار می‌آید. پژوهش‌گران پیشین (۲ و ۸) بدون توجه به حافظه‌ی دراز مدت سری زمانی نیز روند افزایشی درجه حرارت سالانه‌ی مشهد را نشان داده بودند. کارایی تمامی روش‌های به‌کار رفته خوب نبود. کارایی R/S و ASD (چه $ASD^{[0]}$ -رابطه‌ی ۲- و چه با در نظر گرفتن وابستگی σ به H -رابطه‌ی ۷ و ۸، یعنی به ترتیب $ASD^{[opt]}$ و $ASD^{[rec]}$) خوب بود (شکل ۲). در مقابل، $\rho^{[1]}$ و $\rho^{[2]}$ (روابط ۳ و ۴) از کارایی غیرقابل قبول برخوردار بودند (شکل ۳)، گرچه تمایزی بین آن‌ها نمی‌توان قائل شد. در روش VAR (۴) رابطه‌ی خطی تشخیص داده نشد (شکل ۴).

برقرار است. این رابطه در ازاء $H = 1/2$ به رابطه‌ی کلاسیک $var(\bar{X}_n) = \sigma^2/n$ ساده می‌شود. در سری‌های دارای حافظه، تخمین کلاسیک σ^2 اریب است و منطقاً باید به H بستگی داشته باشد (صفحه‌ی ۱۵۶ از مرجع ۴) گرچه مقدار آن از قبل معلوم نیست. برن (۴؛ صفحه‌ی ۹۲) معادله‌ی

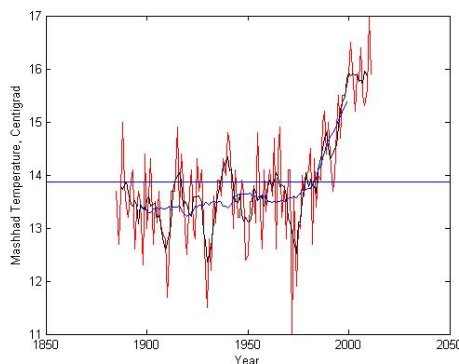
$$var(\bar{X}_n) \approx cn^{2H-2}, \quad c > 0 \quad (6)$$

را در نظر گرفت و ترسیم پراش را به‌عنوان روشی ابتکاری برای تخمین حافظه‌ی بلند مدت پیشنهاد کرد. به ازاء هر مقدار صحیح برای k در محدوده‌ی $2 \leq k \leq n/2$ ، و تعداد کافی از زیرمجموعه‌هایی با طول k ، تمامی میانگین‌های محتمل و بنابراین پراش نمونه‌ای میانگین‌ها، یعنی $s^2(k) = var(\bar{X}_n)$ ، محاسبه می‌شود. از این رو بر پایه‌ی رابطه‌ی ۶ شیب خط مابین $\log k$ و $\log s^2(k)$ برابر با $2H-2$ بوده که از روی آن مقدار H به‌دست می‌آید. این روش در این جا، VAR نامیده شد.

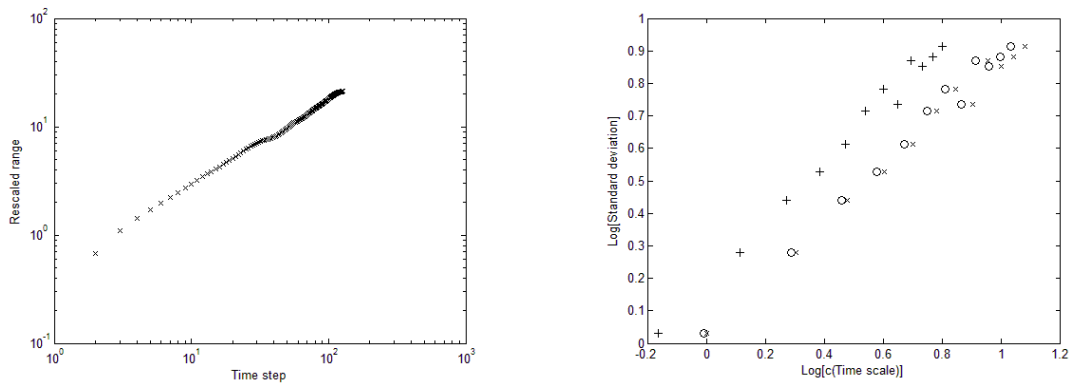
کوتسویانینس (۱۵) بر پایه‌ی وابستگی σ^2 به H ، (صفحه‌ی ۱۴۶ از مرجع ۴)، رابطه‌ی ۲ را به‌صورت

$$c_k(H)k^H\sigma, \quad c_k(H) = \sqrt{\frac{n/k - (n/k)^{2H-1}}{n/k - 1/2}} \quad (7)$$

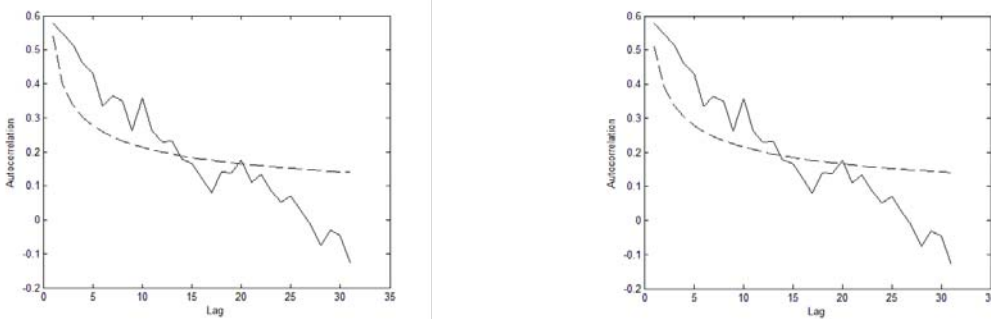
در نظر گرفت و دو نگرش را برای برآورد توام σ و H ارایه کرد. اولین نگرش یک الگوریتم تکرار است. در ابتدا $c_k(H)$ برابر با ۱ قرار داده شده و σ و H از روی برقراری رگرسیون خطی بین $\ln[k]$ و $\ln[s^{(k)}]$ به‌دست می‌آید. در گام بعد، مقدار $c_k(H)$ روزآمد شده و رگرسیون دیگری بین $\ln[c_k(H)k]$ و $\ln[s^{(k)}]$ برقرار می‌شود. این فرآیند تا رسیدن به همگرایی تکرار می‌شود. در نگرش دوم، مسئله به کمینه کردن خطا، یعنی



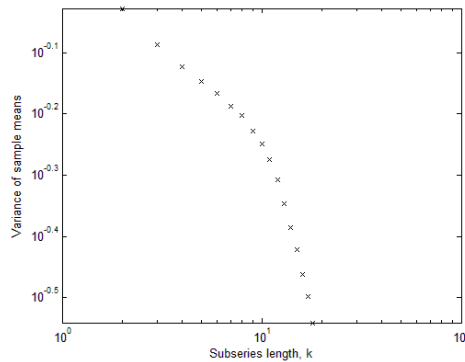
شکل ۱- سری زمانی دراز مدت درجه حرارت سالانه‌ی مشهد، T127، (قرمز) و میانگین‌های متحرک ۵- (مشکی) و ۲۵-ساله (آبی) آن. میانگین دراز مدت درجه حرارت سالانه با خط افقی نشان داده شده است.



شکل ۲- کارایی روش‌های R/S (چپ) و ASD (راست؛ علامت ضربدر: ASD^[0]، رابطه‌ی ۲؛ علامت دایره: ASD^[rec]، رابطه‌ی ۷؛ علامت جمع: ASD^[opt]، رابطه‌ی ۸) برای سری زمانی T127. منظور از "c"، $c_k(H)$ در رابطه‌ی ۷ است.



شکل ۳- نگرش‌های خودهمبستگی به منظور برآورد H برای سری T127. منحنی‌های خط‌چین مربوط به روش‌های $p^{[1]}$ (چپ) و $p^{[2]}$ (راست) متناظر با مقادیر بهینه شده‌ی H (جدول ۲ را ببینید) هستند.



شکل ۴- رفتار غیر خطی روش VAR، یعنی پراش میانگین‌های نمونه در مقابل طول زیرنمونه‌ها (k) در مقیاس لگاریتمی (رابطه‌ی ۶ را ببینید).

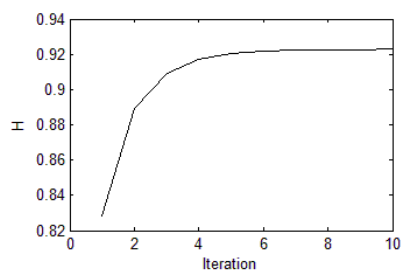
مقادیر H متناظر با روش‌های مختلف یکسان نبود (جدول ۲). مقادیر H برای چهار روش اول تفاوت چندانی با هم نداشتند در حالی که مقدار پنجم و دو مقدار بعدی به‌ترتیب بسیار کم‌تر و بیش‌تر بودند. کارایی روش VAR بد بود (شکل ۴) و نتایج آن در بین تمامی روش‌ها کوچک‌ترین بود (جدول ۲) بنابراین به‌نظر می‌رسد که استفاده از این روش برای تعیین حافظه‌ی بلند مدت سری طولانی مدت درجه

حرارت سالانه‌ی مشهد (T127) نامناسب باشد. با استفاده از رابطه‌ی ۷ در روش ASD^[rec]، مقادیر H و σ به سرعت همگرا شدند (شکل ۵). اولین حدس برای H مقدار 0.8281 و برابر با مقدار متناظر با روش ASD^[0] بود (جدول ۲) در حالی که مقدار تثبیت شده‌ی آن ($H=0.9228$) در حدود $11/5$ درصد بزرگ‌تر بود. اولین حدس برای σ (1.0911 °C) تقریباً با انحراف معیار سری درجه حرارت (1.0734)

سری‌های زمانی که طول دوره‌ی آماری آن‌ها زیاد نیست ممکن است مناسب‌تر باشد. در چنین سری‌هایی غالباً نااطمینانی بیش‌تر بوده و امکان قضاوت نادرست در مورد پایداری سیستم افزایش می‌یابد. همچون سری‌های زمانی پیش، مقدار H به‌دست آمده برای روش‌های $ASD^{[opt]}$ و $ASD^{[rec]}$ زیاد بود (در حدود ۲۵٪ بیش‌تر نسبت به سایر روش‌ها؛ جدول ۲). در مجموع، دامنه‌ی مقدار H بین ۰/۶۹۶۴ (در روش VAR) و ۰/۹۷۲۰ (در روش $ASD^{[opt]}$) بود. پژوهش‌گران مختلف با به‌کارگیری روش‌های متفاوت بر روی سری زمانی تراز آب حداقل سالانه‌ی رودخانه‌ی نیل مقادیر متفاوتی را برای نمایه‌ی هرست گزارش کرده‌اند. برای مثال لیو و همکاران (۱۶) روش‌های مختلف تخمین‌گر دوره‌نمای تصحیح شده (MPE)، تخمین‌گر دوره‌نما، تخمین‌گر ویتل، تخمین‌گر حداکثر درست‌نمایی مویک، و تخمین‌هایی بر پایه‌ی FBM توام را مقایسه کردند. دامنه‌ی مقدار H در این روش‌ها ۰/۸ تا ۰/۹ بود که همخوانی آن با جدول ۲، بدون درنظر گرفتن مقدار پرت مربوط به روش VAR و نیز مقادیر مربوط به روش‌های $ASD^{[rec]}$ و $ASD^{[opt]}$ ، اندک است. به‌عنوان مثالی دیگر به بن‌مهدی و همکاران (۳) اشاره می‌شود که روش تخمین بیز را برای برآورد نمایه‌ی هرست در فرآیند اغتشاش نرمال جزئی پیشنهاد کردند. آن‌ها تخمین نقطه‌ای H را برای داده‌های نیل ۰/۸۳ و محدوده‌ی اطمینان ۹۰ درصدی آن را ۰/۷۸-۰/۸۷ گزارش کردند. این محدوده نتایج ما را می‌پوشاند ولی با نتایج کوتسوینیاس (۱۵) و کزیز (۱۰) همخوانی ندارد. این که مقدار برآورد شده‌ی انحراف معیار ناشی از به‌کارگیری روش‌های $ASD^{[rec]}$ و $ASD^{[opt]}$ بر روی سری زمانی Nile بسیار زیاد است (جدول ۳)، دلیلی قانع‌کننده برای غیرقابل استفاده دانستن آن‌ها در اختیار می‌گذارد، همان‌گونه که در مورد سایر سری‌های زمانی نیز مشاهده شد.

سری زمانی NAO

جدول ۲ نشان می‌دهد که مقدار H تقریباً برای تمامی روش‌های به‌کار رفته کم‌تر از ۰/۵ بوده که به معنای عدم حافظه‌ی بلند مدت می‌باشد. روش R/S منجر به نموداری با گودی به سمت پایین گردید.



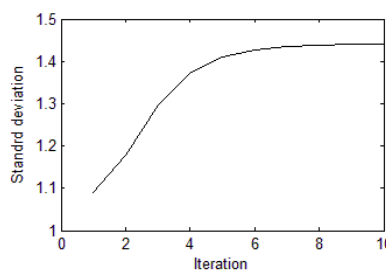
$^{\circ}C$ (جدول ۱) برابر بود در حالی که مقدار تثبیت شده‌ی آن $(1.4404 \pm 0.1761 \text{ } ^{\circ}C)$ در حدود ۳۴ درصد بزرگ‌تر بود (جدول ۳). نتایج روش $ASD^{[opt]}$ (رابطه‌ی ۸) به مقدار بیش‌تری خارج از دامنه بود. مقدار بهینه شده‌ی H (۰/۹۳۶۰؛ جدول ۲) در حدود ۱۳ درصد بیش‌تر از مقدار متناظر در روش $ASD^{[0]}$ بود و انحراف معیار آن $(1.5747 \pm 0.2034 \text{ } ^{\circ}C)$ در حدود ۵۰ درصد بیش‌تر از انحراف معیار سری T127 بود (جدول ۳). به دشواری می‌توان در منابع تاییدی برای مقادیر H بزرگ‌تر از ۰/۹ یافت. بنابراین به‌نظر می‌رسد که استفاده از روش‌های توسعه یافته‌ی ASD (۱۵) برای سری زمانی طولانی مدت درجه حرارت سالانه‌ی مشهد مناسب نباشد.

سری زمانی T66

در جدول ۲ مقادیر H مربوط به روش‌های مختلف آورده شده است. این مقادیر اندکی از مقادیر مربوط به سری T127 بزرگ‌تر هستند که نشان دهنده‌ی پایداری کم‌تر در داده‌های تاریخی می‌باشد. چشم‌گیرترین تفاوت مربوط به روش $ASD^{[rec]}$ است. فرآیند تکرار در $H=0.9215$ (برابر با مقدار H در روش $ASD^{[0]}$) شروع شد. ولی مقدار H در تکرار بعدی به ۰/۳۶۶ و بزرگ‌تر از ۱ افزایش یافت. در نتیجه $c_k(H)$ در رابطه‌ی ۷ موهومی شده و ادامه‌ی محاسبات متوقف گردید. با این حال به‌نظر می‌رسد که مقدار H در روش $ASD^{[opt]}$ تا حدی بزرگ باشد.

سری زمانی Nile

کارایی روش R/S خوب بود و مقدار H متناظر با آن ۰/۷۴۹۱ به دست آمد. این مقدار در حدود ۱۵٪ از مقدار ۰/۸۸ که توسط کوتسوینیاس (۱۴) گزارش شده است کوچک‌تر است. کزیز (۱۰) مقداری اندکی بیش‌تر را گزارش کرد. وی مقادیر تراز آب را در مقیاس سالانه درنظر گرفت و سپس از آن‌ها در بازه‌های زمانی ۵، ۱۰، ۶۵۶ سال و به‌صورت غیر هم‌پوشانی میانگین‌گیری و مقدار H را ۰/۹ برآورد کرد. یک دلیل محتمل تفاوت ممکن است به این مربوط باشد که ما از سری‌هایی با هم‌پوشانی استفاده کردیم تا از داده‌ها استفاده‌ی بیش‌تری به‌عمل آورده شود. این کار به‌ویژه برای



شکل ۵- همگرا شدن H (چپ) و σ (راست) در تکرارهای متوالی و در روش $ASD^{[rec]}$ (رابطه‌ی ۷ را ببینید) برای سری T127.

نشان دادند که نمایه‌ی NAO در مقیاس ماهانه از فرآیند اغتشاش نوفه‌ی سفید پیروی می‌کند.

سری PDO

مقادیر H برای دو سری زمانی مختلف $PDO^{[W]}$ برپایه‌ی اندازه-گیری‌های درجه حرارت سطح آب و $PDO^{[B]}$ برپایه‌ی همبستگی با قطر تنه‌ی درختان و بر اساس روش‌های مختلف برآورد در جدول ۲ آورده شده است. به‌طور کلی مقادیر H برای سری $PDO^{[B]}$ کوچک‌تر از مقادیر متناظر برای سری $PDO^{[W]}$ بود. در نتیجه می‌توان استنباط کرد که داده‌های اخیر از حافظه‌ی درازمدت قوی‌تری برخوردارند. این نتیجه در راستای مقایسه بین دو سری T127 و T66 نیز می‌باشد. نتایج مربوط به روش VAR خارج از محدوده‌ی سایر روش‌ها بود و انحراف چشم‌گیری از رابطه‌ی مقیاس‌سازی در مقیاس لگاریتمی وجود داشت. نتایج به‌دست آمده (جدول ۲) در راستای پژوهش‌های پیشین می‌باشد. خلیق و گاچون (۱۳) داده‌های PDO از سال ۱۹۹۰ تا ۲۰۰۷، تقریباً معادل با سری $PDO^{[W]}$ را تحلیل کرده و رفتار H را برای مقیاس‌های زمانی مختلف بررسی نمودند. مقدار میانگینی حدود ۰/۸۷ را می‌توان از شکل 6a در مقاله‌ی آن‌ها استخراج کرد که با نتایج ما در جدول ۲ هماهنگ می‌باشد.

آلوارز-رامیرز (۱) نیز چنین رفتاری را مشاهده کرده و آن‌را به عدم پیروی از قانون توانی بر روی تمامی محدوده‌ها منتسب کرده‌اند. در حقیقت، آن‌ها بحث کرده‌اند که یک تابع توانی واحد برای بررسی NAO شرایط محدود کننده‌ای را به‌وجود می‌آورد. آن‌ها نشان دادند که شیب R/S از ۱/۰ برای مقیاس‌های زمانی کوچک تا ۰/۵ (به معنای اغتشاش ناهمبسته) برای مقیاس‌های زمانی بزرگ تغییر می‌کند. در مقابل، کالت و آئوسلوس (۶) انحراف از خطی بودن در مقیاس لگاریتمی را به اندازه‌ی کوچک بازه‌ها منتسب کردند یا این‌که قانون توانی برای سری زمانی صحیح نمی‌باشد. مقدار ۰/۵۳ برای H مربوط به سری سالانه‌ی NAO با روش R/S (۱) و مقدار ۰/۵۵ متناظر با سری‌های ۱۰ تا ۳۰۰ ماهه (۶) با اعداد مندرج در جدول ۲ همخوانی دارد. این در حالی است که فرناندز و همکاران (۷) مقدار نسبتاً بزرگ ۰/۶۴۷۳ را گزارش کرده‌اند. بر مبنای این مقدار نسبتاً بزرگ برای نمایه‌ی هرست، نام‌برندگان چنین نتیجه‌گیری کردند که در نمایه‌ی هرست مقدار اندکی اغتشاش قرمز وجود داشته و سپس آن‌را این‌گونه تفسیر کردند که NAO تحت تاثیر اغتشاشات هواشناسی بوده و می‌توان آن‌را به‌طور محدود پیش‌بینی کرد. این در حالی است که مارتینز و همکاران (۲۰) بر مبنای مفاهیم متفاوت فرکتال و نظریه‌ی پویایی سیستم علائم آشکاری از تصادفی بودن را نشان داده و لزوم به‌کارگیری مدل‌های استوکاستیکی را برای تبیین چگونگی رفتار زمانی نمایه‌ی NAO مورد تاکید قرار دادند. آن‌ها همچنین

جدول ۱- خلاصه‌ای از ویژگی‌های آماری مهم از سری‌های زمانی مورد بررسی

سری زمانی	طول دوره‌ی آماری	کم‌ترین مقدار	بیش‌ترین مقدار	میانگین	میانه	انحراف معیار
T127	۱۲۷	۱۱	۱۷	۱۳/۸۶	۱۳/۷۰	۱/۰۷۳۴
T66	۶۶	۱۱	۱۷	۱۴/۳۲	۱۴/۱۰	۱/۱۸۴۰
Nile	۶۶۳	۹۳۵	۱۴۶۶	۱۱۴۸/۱	۱۱۴۸/۰	۸۸/۷۴۷۳
NAO	۶۲	-۱/۹۳	۲/۵۲	-۰/۰۳۲	-۰/۱۱	۱/۰۷۱۹
$PDO^{[B]}$	۳۳۱	-۱/۶۸۱۸	۱/۵۳۵۲	-۰/۰۸۳۳	-۰/۱۳۸۰	۰/۶۱۵۶
$PDO^{[W]}$	۱۱۲	-۱/۹۴۸۳	۱/۹۹۴۲	-۰/۰۱۸۵	-۰/۰۳۲۹	۰/۷۷۰۷
CO ₂	۵۵	۳۱۵/۲۸۷	۳۹۳/۴۴۱	۳۴۸/۳۶۲	۳۴۵/۸۹۷	۲۳/۶۶۹۸

جدول ۲- نمایه‌ی هرست، H ، متناظر با روش‌های متفاوت به‌کار رفته

روش	T127	T66	Nile	NAO	$PDO^{[B]}$	$PDO^{[W]}$	CO ₂
R/S	۰/۷۹۰۵	۰/۸۲۰۳	۰/۷۴۹۱	۰/۵۲۲۲	۰/۵۵۵۳	۰/۷۴۴۱	۰/۸۲۶۰
ASD ^[0]	۰/۸۲۸۱	۰/۹۲۱۵	۰/۸۵۸۰	۰/۳۱۵۶	۰/۵۷۵۶	۰/۸۰۲۹	۱/۰۰۱۸
$\rho^{[1]}$	۰/۸۱۲۰	۰/۸۶۴۰	۰/۷۸۱۰	۰/۵۱۰۰	۰/۶۶۸۰	۰/۶۷۷۰	۰/۹۲۵۰
$\rho^{[2]}$	۰/۸۱۳۰	۰/۸۶۴۰	۰/۷۸۱۰	۰/۵۰۰۰	۰/۶۶۸۰	۰/۶۸۰۰	۰/۹۲۵۰
VAR	۰/۷۴۸۲	۰/۷۴۲۴	۰/۶۹۶۴	۰/۴۱۴۴	۰/۱۴۶۰	۰/۳۴۵۲	۰/۷۵۶۸
ASD ^[rec]	۰/۹۲۲۸	-----*	۰/۹۶۴۵	۰/۳۱۵۴	۰/۵۸۶۱	۰/۸۷۹۹	-----
ASD ^[opt]	۰/۹۳۶۰	۰/۹۶۰۰	۰/۹۷۲۰	۰/۳۰۱۰	۰/۵۹۸۰	۰/۸۹۶۰	۰/۹۴۹۰

*- امکان برآورد وجود ندارد.

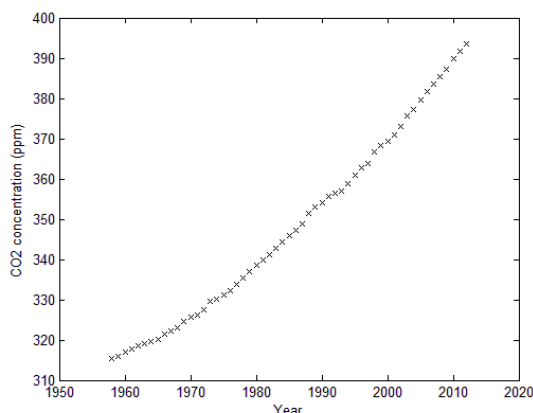
سری CO₂

کارایی روش‌های مختلف VAR، $\rho^{[1]}$ و $\rho^{[2]}$ ضعیف بود و امکان استفاده از روش ASD^[rec] وجود نداشت. مقدار H برای روش ASD^[opt] تقریباً برابر با ۱/۰ بود و به نظر می‌رسد که مقدار متناظر آن برای روش ASD^[opt] بسیار بزرگ باشد. با این حال این نتیجه ممکن است به دلیل ماهیت افزایشی آشکار سری زمانی CO₂ (شکل ۶) باشد.

ارزیابی روش‌ها

در مجموع کارایی روش R/S خوب بود و آشکارا از خود در مقیاس لگاریتمی رابطه‌ی مقیاس‌سازی را نشان داد. مقدار انحراف به طرف پایین، اندک بود. در مجموع، کارایی انحراف معیار تجمیع شده (ASD، رابطه‌ی ۲) خوب بود ولی برای سری زمانی NAO هیچ رابطه‌ی خطی در مقیاس لگاریتمی به دست نیامد. مقدار H با این روش ۰/۳۲ به دست آمد که با نتایج سایر روش‌ها هماهنگی داشت (جدول ۲). روش VAR (۴) از خود هیچ رابطه‌ی مقیاس‌سازی را

نشان نداد، به جز برای سری NAO که مقدار H برای آن بسیار کوچک بود. کارایی هر دو روش $\rho^{[1]}$ و $\rho^{[2]}$ بد بود احتمالاً به این دلیل که اغتشاش و نامنظمی در توابع خودهمبستگی شدید بوده به گونه‌ای که مانع از امکان تعریف مقداری واحد برای H برای هر سری زمانی به منظور پوشش دادن چنین تابعی می‌گردد. نگرش تکرار در روش انحراف معیار تجمیع شده، ASD^[rec]، برای سری‌های زمانی T66 و CO₂ منجر به جواب نشد، کارایی آن برای سری NAO بد ولی برای سایر سری‌ها خوب بود. به جز برای سری زمانی NAO، کارایی نگرش بهینه‌سازی در روش انحراف معیار تجمیع شده، یعنی ASD^[opt]، خوب بود. با این حال انحراف معیار برآورد شده با این دو نگرش بسیار زیاد بود (جدول ۳). بر مبنای دانش نویسنده‌گان، هیچ پژوهش مستند سازی شده‌ای وجود ندارد که در آن برای نسبت انحراف معیار برآورد شده به انحراف معیار ظاهری سری زمانی با حافظه‌ی بلند مدت محدودهای منطقی گزارش شده باشد. ولی بر مبنای تجربه این گونه به نظر می‌رسد که نتایج ارائه شده در جدول ۳ غیرواقعی باشد.



شکل ۶- روند زمانی افزایش غلظت CO₂ جو اندازه‌گیری شده در مائونا لونا واقع در هاوایی

جدول ۳- انحراف معیار برآورد شده برای سری‌های زمانی با حافظه‌ی بلندمدت

ASD ^[opt] (۸ رابطه‌ی ۸)	ASD ^[rec] (۷ رابطه‌ی ۷)	سری زمانی
۱/۵۷۴۷ (۴۶/۷)	۱/۴۴۰۴ (۳۴/۲)*	T127
۲/۳۶۷۴ (۹۹/۹)	عدم امکان برآورد	T66
۱۴۵/۱۷۰۹ (۶۳/۶)	۱۲۹/۷۹۶۲ (۴۶/۲)	Nile
۱/۱۷۹۱ (۱۰/۰)	۱/۱۵۹۳ (۸/۲)	NAO
۰/۱۸۹۶۲ (۴۵/۶)	۰/۹۰۹۹ (۴۷/۸)	PDO ^[B]
۰/۹۵۱۸ (۲۳/۵)	0.8942 (۱۶/۰)	PDO ^[W]
۴۷/۳۳۸۸ (۱۰۰/۰)	عدم امکان برآورد	CO ₂

*- اعداد داخل پرانتز بیانگر درصد افزایش در انحراف معیار در مقایسه با انحراف معیار ظاهری سری زمانی می‌باشد.

نتیجه‌گیری

قابل قبولی برخوردار نباشند. با این حال برای اظهار نظر قطعی به پژوهش‌های بیش‌تری نیاز است. به‌عنوان نتیجه‌گیری نهایی، روش R/S و روش بر پایه‌ی انحراف معیار تجمع شده از کارایی خوب و قابل قبولی برخوردار بودند. ساختار زمانی ۵ سری بیانگر فرآیند استوکاستیک با ویژگی LTP بود. با این حال دشواری عمده این است که تشخیص LTP به‌ویژه برای سری‌های زمانی کوتاه مدت و دارای اغتشاش دشوار است. از این‌رو کاملاً محتمل است که به‌جای این که یک سری زمانی LTP تشخیص داده شود آن‌را به اشتباه STP (پایداری کوتاه مدت) یا بدون پایداری قلمداد کرد.

سپاسگزاری

این تحقیق در زمان حضور نویسنده در دانشگاه مانتوبا و در قالب فرصت مطالعاتی انجام شده است که بدین‌وسیله از دانشگاه فردوسی مشهد تشکر و قدردانی می‌شود.

از ۷ روش مختلف برای برآورد نمایه‌ی هرست در ۷ سری زمانی متفاوت با طول‌های دوره‌ی آماری بین ۵۵ تا ۶۶۳ سال استفاده شد. دو سری NAO و CO₂ بدون حافظه‌ی بلند مدت بودند. بقیه‌ی سری‌ها دارای چنین حافظه‌ای بودند و H در آن‌ها از ۰/۵ بیش‌تر بود. کارایی روش‌ها کاملاً متفاوت بود. روش پراش (۴) تقریباً برای تمامی سری‌ها از رابطه‌ی مقیاس‌سازی برخوردار نبود به‌طوری‌که الگوی پراکنش در آن‌ها به‌جای خط مستقیم، به‌طرف پایین مقرر بود. اغتشاش و نامنظمی در توابع خودهمبستگی شدید بود به‌گونه‌ای که مانع از امکان تعریف مقداری واحد برای H برای هر سری زمانی به منظور پوشش دادن چنین تابعی می‌گردید. از این‌رو، روش‌هایی که بر مبنای این مفهوم تعریف شده بودند کارایی لازم را نداشتند. نتایج به‌دست آمده از دو نگرش پیشنهادی توسط کوتسویانیس (۱۵) برای برآورد توام H و انحراف معیار در سری‌هایی با فرآیند LTP به‌گونه‌ای بزرگ بود که به‌طور غیردقیق این‌گونه به‌نظر می‌رسد که از کارایی

منابع

- 1- Alvarez-Ramirez J., Echeverria J.C., and Rodriguez E. 2011. Is the North Atlantic Oscillation modulated by solar and lunar cycles? Some evidences from Hurst autocorrelation analysis. *Advances in Space Research* 47, 748–756.
- 2- Asmari M., Abbasi F., and Arabshahi H. 2011. Preliminary Time Series Analysis of Mashhad Air Temperatures (1961-2005). *International Journal of Science and Advanced Technology* 1(6), 73-78.
- 3- Benmehdi S., Makarava N., Benhamidouche N., and Holschneider M. 2011. Bayesian estimation of the self-similarity exponent of the Nile River fluctuation. *Nonlinear Processes in Geophysics* 18, 441–446.
- 4- Beran J. 1994. *Statistics for Long-Memory Processes*, vol. 61 of *Monographs on Statistics and Applied Probability*, Chapman and Hall, New York, USA.
- 5- Biondi F, Gershunov A., and Cayan D.R. 2001. North Pacific decadal climate variability since AD1661. *J. Clim.* 14:5 –10
- 6- Collette C. and Ausloos M. 2004. Scaling analysis and evolution analysis of the North Atlantic Oscillation Index fluctuations. *International Journal of Modern Physics C* 15(10), 1353-1366.
- 7- Fernandez I., Hernandez C.N. and Pacheco J.M. 2003. Is the North Atlantic Oscillation just a pink noise? *Physica A* 323, 705 – 714.
- 8- Ghahraman B. 2006. Time trend in the mean annual temperature of Iran. *Turkish Journal of Agriculture and Forestry* 30, 439-448.
- 9- Hurst H.E. 1951. Long term storage capacities of reservoirs. *Transactions of ASCE*, 116, 776-808.
- 10- Karner O. 2001. Comment on Hurst exponent. *Geophysical Research Letters* 28(19), 3825-3826.
- 11- Keeling R.F. 2008. Recording Earth's Vital Signs. *Science* 319:1771-1772.
- 12- Keeling C.D., Piper S.C., Bacastow R.B., Wahlen M., Whorf T.P., Heimann M., and Meijer H.A. 2005. Atmospheric CO₂ and 13CO₂ exchange with the terrestrial biosphere and oceans from 1978 to 2000: Observations and carbon cycle implications, pages 83-113, in: "A History of Atmospheric CO₂ and its effects on Plants, Animals, and Ecosystems", editors, Ehleringer, J.R., T. E. Cerling, M. D. Dearing, Springer Verlag, New York.
- 13- Khaliq M.N. and Gachon P. 2010. Pacific Decadal Oscillation Climate Variability and Temporal Pattern of Winter Flows in Northwestern North America. *Journal of Hydrometeorology* 11, 917-933.
- 14- Koutsoyiannis D. 2002. The Hurst phenomenon and fractional Gaussian noise made easy. *Hydrological Sciences-Journal*, 47(4), 573-595.
- 15- Koutsoyiannis D. 2003. Climate change, the Hurst phenomenon, and hydrological statistics. *Hydrological Sciences-Journal*, 48(1), 3-24.
- 16- Liu Y., Liu Y., Wang K., Yang L., and Jiang T. 2009. Modified periodogram method for estimating the Hurst exponent of fractional Gaussian noise, *Physical Review E*, 80(6), 066207–0662014.

- 17- Mandelbrot B.B. 1965. Une classe de processus stochastiques homoteiques a soi: application a la loi climatologique de H. E. Hurst. C. R. Acad. Sci. Paris 260, 3274-3277.
- 18- Mandelbrot B.B. 1976. Note on the definition and stationarity of Fractional Gaussian noise. Journal of Hydrology 30, 407-409.
- 19- Mandelbrot B.B. and Wallis J.R. 1969. Robustness of the rescaled range R/S in the measurement of non-cyclic long run statistical dependence. Water Resources Research 5, 967-988.
- 20- Martinez M.D., Lana X., Burgueno A., and Serra C. 2010. predictability of the monthly North Atlantic Oscillation index based on fractal analysis and dynamic system theory. Nonlinear Processes in Geophysics 17, 93-101.
- 21- Yao Y., Liang Sh., Qin Q., Wang K., Liu Sh., and Zhao Sh. 2012. Satellite detection of increases in global land surface evapotranspiration during 1984-2007. International Journal of Digital Earth 5(4), 299-318.



Performance of some Different Methods of Computing Hurst Exponent for Climatological Time Series

B. Ghahraman¹

Received:09-04-2013

Accepted:26-08-2013

Abstract

Fractional Gaussian noise (fGn) is an important and widely used self-similar process, which is mainly parametrized by its Hurst exponent (H) to specify its long-term persistence (LTP). Many researchers have proposed methods for estimating the Hurst exponent of fGn. But there is only a few researches that has compared different methods for different time series covering different length of records. In this paper, we have compared the performance of 7 different methods covering rescaled range (R/S), 3 different approaches of aggregated standard deviation method ($ASD^{[0]}$, $ASD^{[rec]}$, $ASD^{[opt]}$), variance method (VAR), and 2 approaches of autocorrelation method ($\rho^{[1]}$ and $\rho^{[2]}$). Seven different time series including Mashhad annual temperature (127 and 66 years), yearly minimal water levels at the Nile River (660 years), two global phenomena of North Atlantic Oscillation (NAO) (62 years) and two Pacific Decadal Oscillation (PDO) series (112 and 331 years), and concentration of atmospheric CO_2 measured at Mauna Loa, Hawaii (55 years) were considered. The results showed that NAO and CO_2 series do not have LTP ($H < 0.5$). The VAR method failed to satisfy the scaling relationship, $\rho^{[1]}$ and $\rho^{[2]}$ failed to have good correlation, $ASD^{[rec]}$ failed to work under T66 and CO_2 series, both $ASD^{[rec]}$ and $ASD^{[opt]}$ yielded inconsistently high H and standard deviation. R/S and aggregated standard deviation showed to be suitable methods for computing H . It was shown that H decreases as record length increases where includes historic data.

Keywords: Atmospheric CO_2 concentration, Autocorrelation, NAO, PDO, Persistence, Trend

1- Professor, Department of Water Engineering, Faculty of Agriculture, Ferdowsi University of Mashhad
Email: bijangh@um.ac.ir