نشریه آب و خاک (علوم و صنایع کشاورزی)
جلد ۲۵، شماره ۳، مرداد – شهریور ۱۳۹۰، ص. ۴۷۱-۴۵۹

Journal of Water and Soil
Vol. 25, No.3, Jul-Aug 2011, p. 459-471

ارزیابی کارایی روش‌های مقیاس‌سازی معادله ریچاردز در مدل‌سازی نفوذ در حوضه آبریز

(مطالعه موردی: حوضه مرغملک)

بیژن قهرمان[1*]- مرتضی صادقی[2]- جهانگرد محمدی[3]

تاریخ دریافت:۸۹/۲/۵
تاریخ پذیرش:۹۰/۲/۱۱

چکیده

تغییرپذیری مکانی خاک‌ها تحلیل مسایل مربوط به جریان آب در خاک را به‌ویژه در سطوح بزرگ مانند یک حوضه آبریز، مشکل می‌سازد. یک راه حل در برخورد با مسائل تغییرپذیری، استفاده از روش‌های مقیاس‌سازی می‌باشد. این تحقیق با هدف بررسی اثر تغییرپذیری‌های غیرخطی در سطوح بزرگ مانند یک حوضه آبریز بر کارایی روش‌های مقیاس‌سازی معادله ریچاردز در مدل‌سازی نفوذ انجام گرفت. در این مطالعه، روش واریک و همکاران با انتخاب توابع هیدرولیکی ون‌گنوختن برای مقیاس‌سازی معادله ریچاردز به کار گرفته شد و تغییرپذیری مقادیر n (توان توابع هیدرولیکی ون‌گنوختن) به عنوان تغییرپذیری غیرخطی مدنظر قرار گرفت. حوضه آبریز مرغملک از زیرحوضه‌های زاینده‌رود با مساحتی حدود ۹۷ کیلومتر مربع مورد مطالعه قرار گرفت. به علاوه، ۱۰ حوضه مجازی با درجه‌های مختلف از تغییرپذیری n که با روش تصادفی مونت کارلو ایجاد شدند، مورد ارزیابی قرار گرفتند. معادلات اصلی و مقیاس‌شده ریچاردز با استفاده از مدل HYDRUS-1D برای شرایط نفوذ با بار آبی ثابت و رطوبت اولیه یکنواخت حل شدند. نتایج نشان دادند که به طور کلی ضریب تغییرات مقادیر n در حوضه آبریز مرغملک (برابر با ۲/۵۷ درصد) به اندازه‌ای نیست که کارایی روش مقیاس‌سازی را برای مدل‌سازی جریان نفوذ زیر سوال ببرد. بر این اساس، در این حوضه، می‌توان به جای حل‌های منفرد در تک تک نقاط حوضه، با دقت مطلوبی از یک حل عمومی معادله ریچاردز استفاده کرد. نتایج ارزیابی‌ها در حوضه‌های مجازی نشان دادند که تغییرپذیری مقادیر n تاثیری قابل ملاحظه بر خطای بین حل‌های عمومی و منفرد دارد. بر اساس نتایج این تحقیق، می‌توان نتیجه گرفت که در حوضه‌هایی که در آن‌ها ضریب تغییرات مقادیر n از ۳ درصد تجاوز نمی‌کند، روش‌های مقیاس‌سازی معادله ریچاردز می‌توانند با دقت مطلوبی به‌کار روند.

واژه های کلیدی: مقیاس‌سازی، معادله ریچاردز، نفوذ، تغییرپذیری غیرخطی، حوضه آبریز مرغملک

مقدمه

یک مشکل اساسی پیش روی دانشمندان علوم مرتبط با خاک نحوه برخورد با تغییرپذیری مکانی خاک‌ها است. تغییرپذیری مکانی خاک‌ها تحلیل مسایل مربوط به جریان آب در خاک را به‌ویژه در سطوح بزرگ مانند یک حوضه آبریز، مشکل می‌سازد. یک راه حل در برخورد با مسائل تغییرپذیری استفاده از روش‌های مقیاس‌سازی می‌باشد. این روش‌ها بر اساس نظریه محیط‌های متشابه که توسط میلر و میلر (۸) مطرح گردید، توسعه یافته‌اند. یکی از کاربردهای روش‌های مقیاس‌سازی ارایه حل‌های عمومی برای معادله جریان غیراشباع (معادله ریچاردز) می‌باشد به نحوی که این حل عمومی بتواند برای خاک‌ها و شرایط مختلفی به‌کار رود. بدیهی است که در رابطه با معادله به شدت غیرخطی ریچاردز که نیازمند روش‌های عددی پیچیده برای حل می‌باشد، چنین روش‌هایی می‌توانند بسیار کارامد باشند و از پیچیدگی و حجم محاسبات به‌ویژه در سطوح تغییرپذیر تا حدّ زیادی بکاهند.

تاکنون روش‌های متعدّدی برای مقیاس‌سازی معادله ریچاردز ارائه شده‌اند که هر کدام شرایط خاصی از جریان غیراشباع را مورد مطالعه قرار داده‌اند. روش‌های ریچارت و همکاران (۹)، واریک و آموزگارفرد (۱۷)، واریک و همکاران (۱۸)، اسپوزیتو و جوری (۱۳)،

۱و۲- استاد و دانشجوی دکتری گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه فردوسی مشهد
(*- نویسنده مسئول: (Email: bijangh@um.ac.ir
۳- دانشیار گروه خاکشناسی، دانشکده کشاورزی، دانشگاه شهرکرد

ووگل و همکاران (۱۶)، کوتیلک و همکاران (۷)، واریک و حسین (۱۹) و صادقی و همکاران (۱) از این دست می‌باشند. اما اغلب این روش‌ها دارای این محدودیت می‌باشند که تنها برای خاک‌های موسوم به متشابه ارایه شده‌اند. این تشابه می‌تواند بر اساس هندسه ذرات و منافذ خاک در مقیاس میکروسکپی (۶،۴ و ۸)، شباهت در شکل توابع هیدرولیکی خاک‌ها مانند منحنی رطوبتی و تابع هدایت هیدرولیکی (۱۱)، یا بر اساس مفهوم تغییرپذیری خطی (۱۶) تعریف شود.

دو تعریف اخیر برای شباهت خاک‌ها که به منظور کاربردی ساختن نظریه محیط‌های متشابه ارایه شده‌اند، ماهیتاً تفاوتی ندارند. به عنوان مثال، با درنظر گرفتن مدل‌های رایج توابع هیدرولیکی خاک مانند بروکس و کوری (۳)، ون‌گنوختن (۱۴) و کوزوگی (۵) که دارای یک پارامتر مقیاس و یک پارامتر شکل می‌باشند، برابری در پارامتر شکل در یک سری خاک متضمّن وجود شباهت در شکل توابع هیدرولیکی آن خاک‌ها می‌باشد، ولو این‌که پارامتر مقیاس در هر خاک مختلف باشد. از طرفی، طبق مفهوم تغییرپذیری خطی، خاک‌هایی متشابه می‌باشند که توابع هیدرولیکی آن‌ها با یک تغییر خطی در مقیاس بتوانند بر روی هم واقع شوند که این مطلوب نیز نیازمند برابری پارامتر شکل توابع هیدرولیکی می‌باشد.

بنابراین، روش‌های مقیاس‌سازی معادله ریچاردز در خاک‌های واقعی که طبیعتاً دارای تغییرپذیری غیرخطی (تغییرپذیری در پارامتر شکل توابع هیدرولیکی) می‌باشند، با خطا همراه خواهند بود. اما این سوال باقی است که حد مجاز تغییرپذیری غیرخطی در کاربردهای عملی چه اندازه است؟ این در حالی‌است که مطالعات زیادی به منظور پاسخگویی به این سوال در مراجع به چشم نمی‌خورد. تنها داس و همکاران (۴) ضریب تغییرات ۱۰درصد را برای پارامتر شکل توابع هیدرولیکی کوزوگی (۵) به عنوان حدّی مجاز از تغییرپذیری غیرخطی در کاربردهای عملی پیشنهاد نمودند. هرچند که معیار آن‌ها برای این پیشنهاد تنها عملکرد مقیاس‌سازی منحنی‌های رطوبتی خاک‌ها از کلاس‌های بافتی مختلف بود و آن‌ها اثر این تغییرپذیری غیرخطی را بر روی کارایی روش‌های مقیاس‌سازی معادله ریچاردز به منظور شبیه‌سازی جریان در سطوح تغییرپذیر مطالعه ننمودند.

هدف از این تحقیق، مطالعه اثر تغییرپذیری غیرخطی بر کارایی روش‌های مقیاس‌سازی معادله ریچاردز در شرایط واقعی و در سطوح بزرگ مانند یک حوضه آبریز می‌باشد. در این مطالعه، بررسی می‌شود که تغییرپذیری غیرخطی تا چه حدّ می‌تواند کارایی روش‌های مقیاس‌سازی معادله ریچاردز را زیر سوال ببرد. در این مطالعه، روش واریک و همکاران (۱۸) با انتخاب توابع هیدرولیکی ون‌گنوختن (۱۴) برای مقیاس‌سازی معادله ریچاردز به‌کار گرفته شد.

پیش‌زمینه نظری

معادله عمومی جریان غیراشباع به معادله ریچاردز موسوم می‌باشد که از ترکیب معادلات دارسی و پیوستگی حاصل می‌شود. در حالت جریان یک‌بعدی، این معادله به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z}\left(K\frac{\partial h}{\partial z} + K \right) \qquad (۱)$$

که در آن θ درصد رطوبت حجمی خاک، h مکش آب خاک، K هدایت هیدرولیکی غیراشباع خاک، t زمان و z عمق خاک می‌باشد.

معادله ریچاردز به طور کلّی با تغییر متغیرهای زیر مقیاس می‌شود (۱۳):

$$\theta^* = \mu\theta + \delta\ ,\ h^* = \gamma h\ ,\ K^* = \kappa K\ ,$$
$$z^* = \gamma z\ ,\ t^* = \beta t \qquad (۲)$$

که علامت ستاره بالای هر متغیر نشان‌دهنده آن متغیر در حالت مقیاس‌شده است و پارامترهای μ، δ، κ، γ و β ثابت‌هایی موسوم به فاکتور مقیاس هستند که برای خاکی با بافت مشخص و نیز برای شرایط مرزی و یا اولیه معین، به‌گونه‌ای تعیین می‌شوند که بتوانند برای یک سری از خاک‌ها و یا شرایط مرزی و اولیه به حل‌های مقیاس‌شده یکتا و منحصر به‌فرد (مستقل از خاک و یا شرایط مرزی و اولیه) منجر شوند.

واریک و همکاران (۱۸) فاکتورهای مقیاس معادله ۲ را به‌صورت زیر تعریف کردند:

$$\mu = \left(\theta_s - \theta_r\right)^{-1}\ ,\ \delta = \theta_r\left(\theta_s - \theta_r\right)^{-1}\ ,$$
$$\kappa = {K_s}^{-1}\ ,\ \beta = \alpha K_s\left(\theta_s - \theta_r\right)^{-1} \qquad (۳)$$

که در آن θ_s و θ_r به ترتیب درصد رطوبت حجمی اشباع و باقی‌مانده، K_s هدایت هیدرولیکی اشباع می‌باشد. پارامتر γ نیز به عنوان فاکتور مقیاس مکش، به مدل مورد استفاده برای توابع هیدرولیکی بستگی دارد. به عنوان مثال، با به کارگیری توابع ون‌گنوختن (۱۴)،

$$\theta = \theta_r + \frac{(\theta_s - \theta_r)}{[1+(\alpha h)^n]^{(1-1/n)}} \qquad (۴)$$

$$K = K_s\frac{\{1-(\alpha h)^{n-1}[1+(\alpha h)^n]^{(1/n-1)}\}^2}{[1+(\alpha h)^n]^{(0.5-0.5/n)}} \qquad (۵)$$

خواهیم داشت:

$$\gamma = \alpha \qquad (۶)$$

که α و n پارامترهای‌های تجربی مدل ون‌گنوختن و به‌ترتیب موسوم به پارامترهای مقیاس و شکل می‌باشند.

از ترکیب معادلات ۱ تا ۶، شکل مقیاس شده معادله ریچاردز به صورت زیر به دست خواهد آمد:

$$\frac{\partial \theta^*}{\partial t^*} = -\frac{\partial}{\partial z^*}\left(K^* \frac{\partial h^*}{\partial z^*} + K^* \right) \quad (۷)$$

که در آن θ^*، h^* و k^* از طریق توابع هیدرولیکی مقیاس‌شده زیر به هم مرتبط خواهند بود:

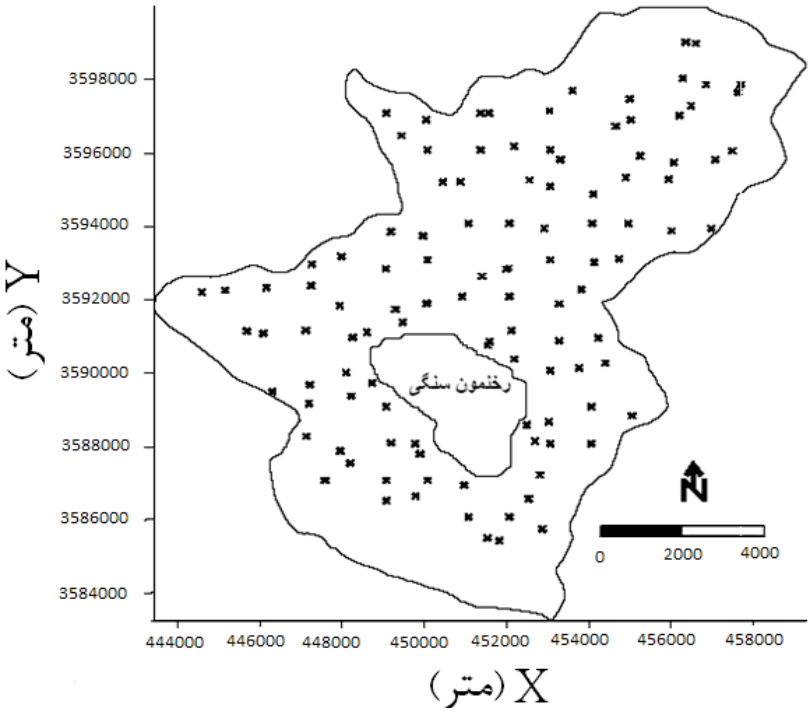
$$\theta^* = \frac{1}{[1+h^{*n}]^{(1-1/n)}} \quad (۸)$$

$$K^* = \frac{\{1-h^{*n-1}[1+h^{*n}]^{(1/n-1)}\}^2}{[1+h^{*n}]^{(0.5-0.5/n)}} \quad (۹)$$

حل معادله مقیاس‌شده ریچاردز (معادله ۷) با کاربرد توابع هیدرولیکی مقیاس‌شده (معادلات ۸ و ۹) نسبت به θ_s، θ_r، K_s و α نامتغیر می‌باشد و تنها پارامتر خاک که بر حل اثرگذار است، n می‌باشد. بنابراین، حل معادله مقیاس‌شده ریچاردز برای خاک‌های متشابه (دارای مقادیر برابر از n) نامتغیر خواهد بود. بر این اساس، طبق تعاریف محیط‌های متشابه، تغییرپذیری در پارامترهای θ_s، θ_r، K_s و α را می‌توان تغییرپذیری خطی و تغییرپذیری در پارامتر n را می‌توان تغییرپذیری غیرخطی دانست. در شرایطی که تغییرپذیری غیرخطی خاک‌ها در یک محدوده مکانی ناچیز باشد، ولو این‌که تغییرپذیری خطی زیاد باشد، حل معادله ۷ تنها برای یک خاک به‌عنوان «خاک مرجع» برای کلّ آن محدوده مکانی معتبر خواهد بود و برای هر نقطه از آن کافی است با استفاده فاکتورهای مقیاس همان نقطه، این حل از مقیاس خارج شود (به مقیاس واقعی تبدیل شود). در ادامه از حل معادله ریچاردز با این روش به «حل عمومی» ارجاع داده می‌شود و حل معادله اصلی ریچاردز (معادله ۱) به صورت جداگانه برای هر نقطه از حوضه «حل منفرد» نامیده می‌شود.

مواد و روش‌ها

در این تحقیق، حوضه آبریز مرغملک از زیرحوضه‌های زاینده‌رود با مساحتی حدود ۹۷ کیلومتر مربع (با حذف کوه‌ها)، مورد مطالعه قرار گرفت. بافت خاک (درصد شن، سیلت و رس)، جرم مخصوص ظاهری و K_s در ۱۱۱ نمونه از خاک سطحی حوضه و در شبکه‌ای تقریباً منظم با فواصل حدوداً یک کیلومتری از هم تعیین گردید. بر اساس جرم مخصوص ظاهری با استفاده از سیلندرهای فلزی به قطر ۶ سانتی‌متر و ارتفاع ۵ سانتی‌متر و هدایت هیدرولیکی اشباع به روش بار افتان اندازه‌گیری شد. موقعیت نمونه‌ها در شکل ۱ نشان داده شده است (۲). پراکنش آماری ویژگی‌های فیزیکی خاک‌ها در سطح حوضه در جدول ۱ آورده شده است. بر اساس مثلث بافت خاک، نمونه‌های تهیه شده در دو کلاس لوم رسی و لوم رسی سیلتی طبقه‌بندی می‌شوند.



شکل ۱- الگوی نمونه‌برداری و موقعیت نمونه‌ها در منطقه مورد مطالعه (۲). X عرض جغرافیایی و Y طول جغرافیایی می‌باشد.

جدول ۱- پراکنش آماری ویژگی‌های فیزیکی خاک‌ها در سطح حوضه مرغملک

پارامتر	درصد شن	درصد سیلت	درصد رس	جرم مخصوص ظاهری ($g\ cm^{-3}$)
حداکثر	۳۶/۰	۵۵/۶	۵۱/۱	۱/۴۱
حداقل	۱/۹	۲۸/۱	۲۴/۵	۰/۹۹
میانگین	۱۸/۹	۴۴/۰	۳۷/۰	۱/۱۸
انحراف معیار	۸/۰	۶/۳	۵/۱	۱/۰
ضریب تغییرات (٪)	۴۲/۱۱	۱۴/۳۶	۱۳/۶۸	۸/۴۷

پارامترهای θ_s، θ_r، n و α برای هر خاک با استفاده از نرم‌افزار RETC (۱۵) تخمین زده شدند. لازم به ذکر است که این نرم‌افزار از مدل شبکه عصبی ROSETTA (۱۰) برای تخمین پارامترهای توابع هیدرولیکی از روی پارامترهای سهل‌الوصول خاک مانند درصد اندازه ذرات و جرم مخصوص ظاهری خاک استفاده می‌کند.

به منظور تعیین یک خاک به عنوان مرجع برای کلّ حوضه، با استفاده از معادلات ۸ و ۹، برای هر ۱۱۱ نمونه خاک موجود، مقادیر h^* و k^* در فواصل ۰/۱ از θ^* محاسبه شدند. آنگاه، معادلات ۸ و ۹ یک بار بر روی همه مقادیر به دست آمده از این طریق برازش داده شدند تا توابع هیدرولیکی برای خاک مرجع (با یک n معین) به‌دست آید. برازش مذکور با استفاده از نرم‌افزار SPSS (نسخه ۱۶) انجام شد.

به منظور بررسی اثر تغییرپذیری‌های غیرخطی بر کارایی حل‌های عمومی معادله ریچاردز، شرایط نفوذ با بار آبی ثابت و مقدار رطوبت اولیه یکنواخت در حل‌ها در نظر گرفته شد. برای حل معادلات اصلی (معادله ۱) و مقیاس‌شده ریچاردز (معادله ۷)، مدل HYDRUS-1D (۱۲) به‌کار گرفته شد. به منظور حل معادله مقیاس‌شده ریچاردز، در همه حل‌ها مقادیر θ_s، θ_r، K_s و α به‌ترتیب برابر با ۱، صفر، ۱ و ۱ قرار داده شدند. در هر ارزیابی شش ترکیب از شرایط مرزی و اولیه مورد مطالعه قرار گرفتند که به‌طور خلاصه در جدول ۲ نشان داده شده‌اند. برای درک بیش‌تر از این شرایط، شایان ذکر است که در یک خاک متوسط لومی (α=0.036 cm^{-1})، هر واحد بار ابی یا مکش مقیاس شده با حدود ۲۸ سانتی‌متر آب معادل می‌باشد. به طور مثال، مکش اولیه مقیاس‌شده ۱۰ برابر با ۲۸۰ سانتی‌متر آب در خاک مذکور می‌باشد که نشان‌دهنده حد رطوبتی ظرفیت زراعی در این خاک می‌باشد.

همان‌گونه که قبلاً ذکر گردید، تنها پارامتر خاک که بر روی حل معادله مقیاس‌شده ریچاردز اثرگذار است، n می‌باشد. بنابراین، حداکثر خطای استفاده از حل عمومی معادله ریچاردز به‌جای حل‌های منفرد در خاک‌هایی رخ می‌دهد که دارای n حداکثر و یا حداقل هستند. بر این اساس، در این تحقیق، معادله مقیاس‌شده ریچاردز نخست برای خاک مرجع حل شد. منحنی‌های نرخ نفوذ مقیاس‌شده از خروجی‌های مدل HYDRUS به‌دست آمدند و یک‌بار با فاکتورهای مقیاس خاک دارای n حداکثر و بار دیگر با فاکتورهای مقیاس خاک دارای n حداقل به مقیاس واقعی تبدیل شدند. لازم به ذکر است که نرخ نفوذ مقیاس‌شده با ضرب شدن در مقادیر K_s به نرخ نفوذ در مقیاس واقعی تبدیل گردید (۱۸). به علاوه، معادله اصلی ریچاردز به صورت جداگانه نیز برای خاک‌های دارای n حداکثر و حداقل حل شد. برای حذف نوسانات ناشی از خطاهای عددی مدل HYDRUS، مدل کوستیاکوف- لوئیس ($i=at^b+c$؛ i نرخ نفوذ، t زمان نفوذ و a، b و c پارامترهای تجربی حاصل از برازش) با استفاده از نرم‌افزار SPSS بر روی منحنی‌های نفوذ به‌دست آمده برازش داده شد. آنگاه منحنی‌های نفوذ حاصل از دو روش (حل عمومی و حل‌های منفرد) با استفاده از دو پارامتر میانگین خطای نسبی (MRE) و ریشه میانگین مربعات خطا ($RMSE$) با تعاریف زیر، در N نقطه از شروع تا زمانی که تقریباً نرخ نفوذ تقریباً ثابت شود، مورد مقایسه قرار گرفتند:

$$MRE = 1/N \sum_{i=1}^{N} \frac{\left| i_{ref_i} - i_{ext_i} \right|}{i_{ref_i}} \qquad (۱۰)$$

$$RMSE = \sqrt{1/N \sum_{i=1}^{N} \left(i_{ref_i} - i_{ext_i} \right)^2} \qquad (۱۱)$$

که در این معادلات i_{ref_i} و i_{ext_i} مقادیر نرخ نفوذ به ترتیب برای n مرجع و n اکسترمم (حداکثر یا حداقل) می‌باشند.

همچنین، در این تحقیق بررسی گردید که طبقه‌بندی مکانی خاک‌ها (کوچک کردن محدوده مطالعاتی به منظور کاهش تغییرپذیری‌های مکانی) تا چه اندازه می‌تواند بر کارایی روش مقیاس‌سازی بیفزاید. بدین منظور، حوضه آبریز با شبکه‌های مستطیلی منظم با تقسیمات مختلف ۲×۲ (یعنی مستطیل دربرگیرنده حوضه در جهت‌های طولی و عرضی به دو قسمت و در نتیجه حوضه به چهار زیرحوضه تقسیم شد)، ۳×۳، ۴×۴، ۵×۵ و ۶×۶ به زیرحوضه‌هایی تقسیم‌بندی شد.

جدول ۲- شرایط مرزی و اولیه استفاده شده در حل معادله مقیاس‌شده ریچاردز

شماره	بار آبی ثابت در سطح خاک (مقیاس شده)	مکش اولیه یکنواخت (مقیاس شده)
۱	۰	۱۰
۲	۰	۱۰۰
۳	۰	۱۰۰۰
۴	۱	۱۰
۵	۱	۱۰۰
۶	۱	۱۰۰۰

در هر مورد، به منظور تعیین حداکثر خطای استفاده از حل عمومی به جای حل‌های منفرد، زیرحوضه‌ای که دارای بیش‌ترین ضریب تغییرات n بود، مدّ نظر قرار گرفت. به روشی که پیش‌تر شرح داده شد، منحنی مرجع در آن زیرحوضه تعیین و حل معادله مقیاس‌شده ریچاردز برای آن صورت گرفت. این حل در نقاطی از آن زیرحوضه که دارای n حداکثر و حداقل بودند، از مقیاس خارج و با حل‌های منفرد آن‌ها مقایسه شد.

در بخش قبل نشان داده شد که تنها پارامتر خاک که بر روی حل معادله مقیاس‌شده ریچاردز اثرگذار است، n می‌باشد. بنابراین، به منظور مطالعه بیشتر بر روی اثر تغییرپذیری غیرخطی (تغییرپذیری n در این مطالعه) بر خطای استفاده از حل عمومی معادله ریچاردز، ۱۰ حوضه مجازی نیز با مقادیر مختلف از تغییرپذیری n ایجاد شد. بدین منظور، روش شبیه‌سازی تصادفی مونت‌کارلو به کار گرفته شد. به این ترتیب که نخست با استفاده از دیاگرام فرکتایل توزیع مقادیر n در حوضه واقعی بررسی و مشخص گردید که مقادیر n دارای توزیع نرمال با میانگین ۱/۴۴۳ و انحراف معیار ۰/۰۳۷ می‌باشند (در بخش نتایج و بحث نشان داده خواهد شد). بر این اساس، ۱۰ توزیع نرمال با همان میانگین ۱/۴۴۳ ولی با انحراف معیارهای متفاوت ۰/۰۱، ۰/۰۲، ۰/۰۳، ۰/۰۴، ۰/۰۵، ۰/۰۶، ۰/۰۷، ۰/۰۸، ۰/۰۹ و ۰/۱ برای توزیع n در حوضه‌های مجازی درنظر گرفته شد. با هر یک از این توزیع‌ها و با استفاده از روش مونت‌کارلو، ۱۰ حوضه مجازی هر کدام با ۱۱۱ n تصادفی ایجاد شد. خاک مرجع در هر حوضه تعیین شد. معادله مقیاس‌شده ریچاردز برای nهای مرجع، حداکثر و حداقل حل شد و منحنی‌های نفوذ مقیاس‌شده با استفاده از پارامتر MRE با هم مقایسه شدند.

نتایج و بحث

حوضه مرغملک

در جدول ۳ پراکنش آماری پارامترهای ون‌گنوختن به‌دست آمده از مدل RETC (به‌جز K_s که از اندازه‌گیری به‌دست آمد) در سطح حوضه مرغملک نشان داده شده است. مطابق با این جدول، بیش‌ترین و کم‌ترین تغییرپذیری مربوط پارامترهای K_s و n می‌باشد. مطابق با بحث‌های ارایه شده در بخش پیش‌زمینه نظری، تغییرپذیری کم n در مقایسه با سایر پارامترهای ون‌گنوختن نشان می‌دهد که در حوضه مرغملک تغییرپذیری خطی بر تغییرپذیری غیرخطی ویژگی‌های هیدرولیکی خاک‌ها غلبه دارد. این نکته می‌تواند نویدبخش کارایی بالای روش‌های مقیاس‌سازی معادله ریچاردز در این حوضه باشد.

جدول ۳- پراکنش آماری پارامترهای ون‌گنوختن در سطح حوضه مرغملک

پارامتر	θ_s	θ_r	n	α (cm^{-1})	K_s ($cm\ h^{-1}$)
حداکثر	۰/۵۹۵	۰/۱۰۸	۱/۵۷۰	۰/۱۸۲	۲/۳۴۵
حداقل	۰/۴۳۴	۰/۰۷۵	۱/۳۲۲	۰/۰۷۱	۰/۱۱۶
میانگین	۰/۵۱۵	۰/۰۹۴	۱/۴۴۳	۰/۱۱۸	۰/۷۲۰
انحراف معیار	۰/۰۴۰	۰/۰۰۷	۰/۰۳۷	۰/۰۲۳	۰/۴۸۲
ضریب تغییرات (٪)	۷/۷۶	۷/۴۵	۲/۵۷	۱۹/۴۹	۶۶/۹۱

دیاگرام فرکتایل مقادیر n در حوضه مرغملک در شکل ۲ نشان داده شده است. در این شکل n_{snd} مقدار متناظر (دارای احتمال برابر) با n از توزیع نرمال استاندارد می‌باشد. روند تقریباً خطی مقادیر n در برابر مقادیر n_{snd} در این دیاگرام بیانگر این مساله است که مقادیر n در حوضه مرغملک تقریباً از توزیع نرمال با میانگین ۱/۴۴۳ و انحراف معیار ۰/۰۳۷ پیروی می‌کنند.

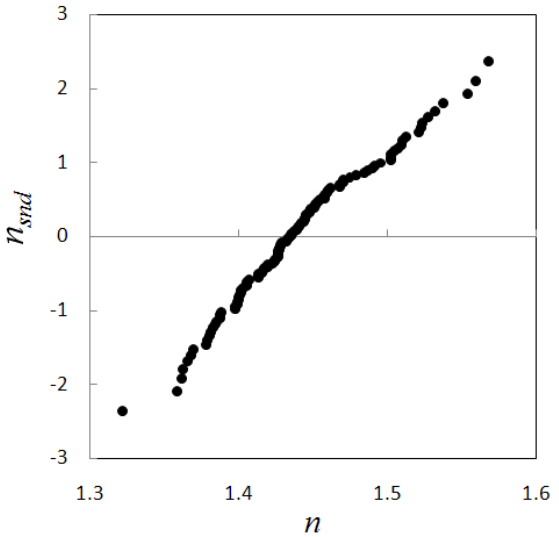
منحنی‌های نفوذ به‌دست آمده از حل‌های عمومی و منفرد معادله ریچاردز برای خاک دارای n حداکثر (برابر با ۱/۵۷۰) در حوضه مرغملک در شکل ۳ نشان داده شده است. در این شکل، منظور از حل عمومی معادله ریچاردز حل معادله ۷ برای خاک مرجع (که مقدار n آن برابر با ۱/۴۳۹ به دست آمد) می‌باشد که با کاربرد فاکتورهای مقیاس (θ_s، θ_r، K_s و α) مربوط به خاک دارای n حداکثر و استفاده از معادله ۲ از مقیاس خارج گردید (به مقیاس واقعی تبدیل شد). شکل‌های ۳-الف تا ۳-ج به ترتیب مربوط به شرایط مرزی و اولیه شماره ۱ تا ۶ از جدول ۲ می‌باشند. به‌طور کلی، شکل ۳ نشان می‌دهد که اختلاف زیادی بین حل عمومی و حل منفرد برای خاک دارای n حداکثر وجود ندارد، به‌نحوی‌که حداکثر مقادیر MRE و $RMSE$ به‌ترتیب برابر با ۰/۰۶۴ و ۰/۰۹۲ (سانتی‌متر بر ساعت) به دست آمده‌اند. از مقایسه شکل‌های ۳-الف تا ۳-پ و همچنین شکل‌های

۳-ت تا ۳-ج استنباط می‌شود که به‌طور کلی هرچه رطوبت اولیه خاک بیش‌تر باشد، خطا بین حل‌های عمومی و منفرد بیش‌تر خواهد بود. نتیجه مذکور مبنی بر اثر رطوبت اولیه خاک بر حل‌های عمومی معادله ریچاردز، در مطالعه صادقی و همکاران (۱) نیز گزارش گردید. در روش آن‌ها که به‌منظور ارایه حل‌های عمومی معادله ریچاردز برای شرایط توزیع مجدد ارایه شد، نیز نشان داده شد که با افزایش رطوبت خاک پیش از مرحله نفوذ، عملکرد مقیاس‌سازی کاهش می‌یابد. همچنین از مقایسه شکل‌های ۳-الف تا ۳- پ (که در آن‌ها بار آبی ثابت مقیاس شده در سطح خاک برابر با صفر است) با شکل‌های ۳- ت تا ۳-ج (که در آن‌ها بار آبی ثابت مقیاس شده در سطح خاک برابر با ۱ است) می‌توان دریافت که با افزایش بار آبی در سطح خاک *RMSE* افزایش اما *MRE* کاهش می‌یابد.

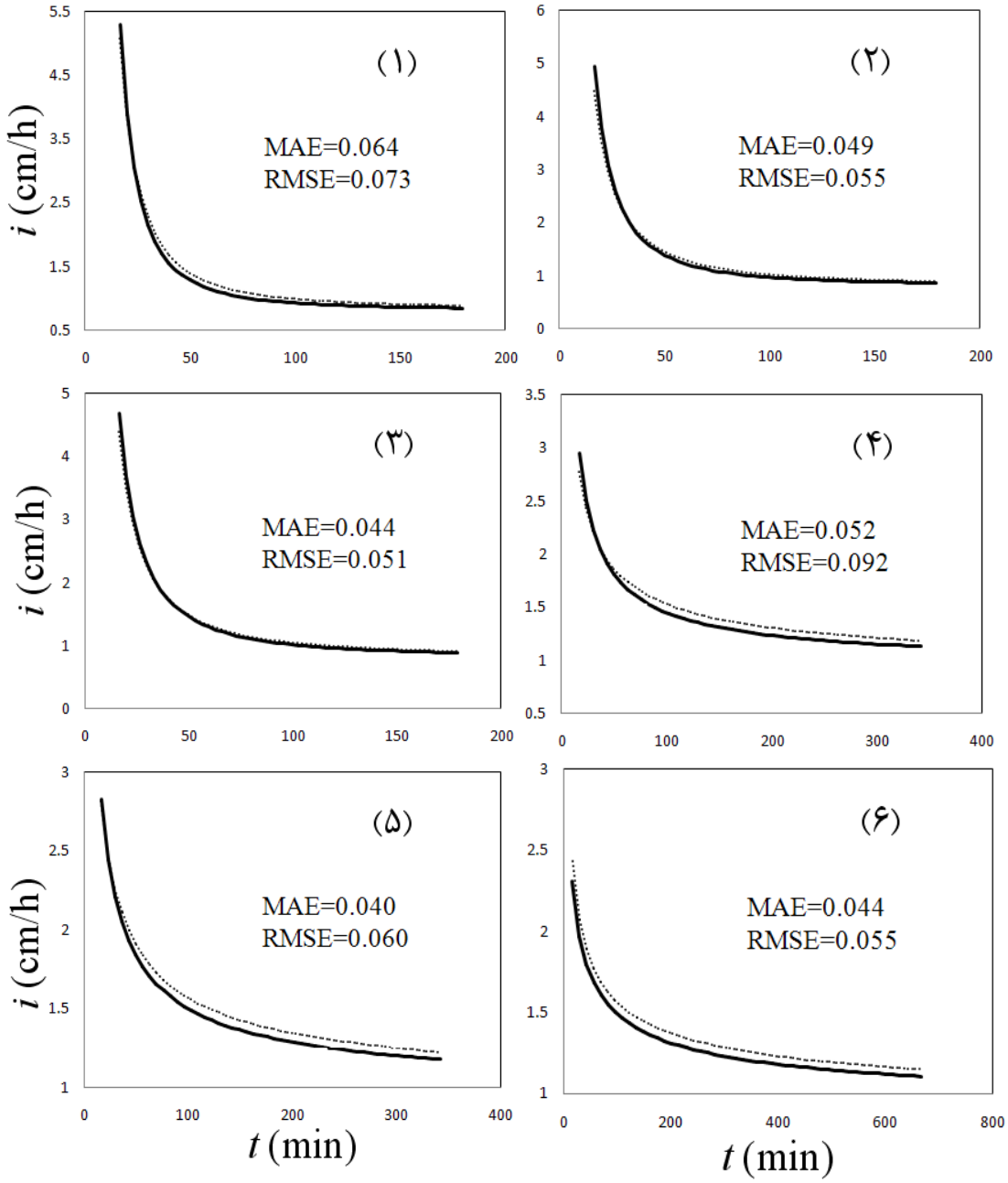
در شکل ۴ نیز منحنی‌های نفوذ به دست آمده از حل‌های عمومی و منفرد معادله ریچاردز برای خاک دارای n حداقل (برابر با ۱/۳۲۲) در حوضه مرغملک نشان داده شده است. در این شکل، حل عمومی حل معادله ۷ برای خاک مرجع (با n برابر با ۱/۴۳۹) می‌باشد که با کاربرد فاکتورهای مقیاس (θ_s، θ_r، K_s و α) مربوط به خاک دارای n حداقل و استفاده از معادله ۲ از مقیاس خارج گردید. به طور کلی، مقادیر *MRE* در این خاک نسبت به خاک دارای n حداکثر بیش‌تر است و بنابراین در کلّ حوضه، بیش‌ترین اختلاف بین منحنی‌های نفوذ حاصل از حل‌های عمومی و منفرد در این خاک رخ می‌دهد. این در حالی‌است که مقادیر *RMSE* در این خاک نسبت به خاک دارای n حداکثر کم‌تر است. به بیان دیگر، اگرچه خطای نسبی در این خاک نسبت به خاک دارای n حداکثر زیادتر است، ولی خطای مطلق در آن کم‌تر است. دلیل این مساله سنگین‌تر بودن بافت این خاک و کم‌بودن مقادیر نرخ نفوذ در این خاک نسبت به خاک دارای n حداکثر می‌باشد. شکل ۵ همبستگی قوی بین بافت خاک (درصد رس) و مقادیر n را نشان می‌دهد. در خصوص تاثیر شرایط مرزی و اولیه، در شکل ۴ نیز تحلیلی مشابه با شکل ۳ صادق است.

به‌طور کلی، از شکل‌های ۳ و ۴ این‌گونه استنباط می‌شود که ضریب تغییرات مقادیر n در حوضه مرغملک (برابر با ۲/۵۷ درصد) به اندازه‌ای نیست که کارایی روش مقیاس‌سازی را برای مدل‌سازی جریان نفوذ با استفاده از حل معادله ریچاردز زیر سوال ببرد. این بدین معناست که در سطح این حوضه با خطای قابل قبولی می‌توان به‌جای حل‌های منفرد در تک‌تک نقاط حوضه، از یک حل عمومی معادله ریچاردز برای خاک مرجع استفاده کرد که این روش کمک چشمگیری به سهولت و کم شدن حجم محاسبات در شبیه‌سازی فرایند نفوذ می‌کند. در ضمن باید مدّ نظر داشت که شکل‌های ۳ و ۴ مربوط به بدترین شرایط می‌باشند و اختلاف بین منحنی‌های نفوذ حاصل از حل‌های عمومی و منفرد در سایر نقاط حوضه کم‌تر است.

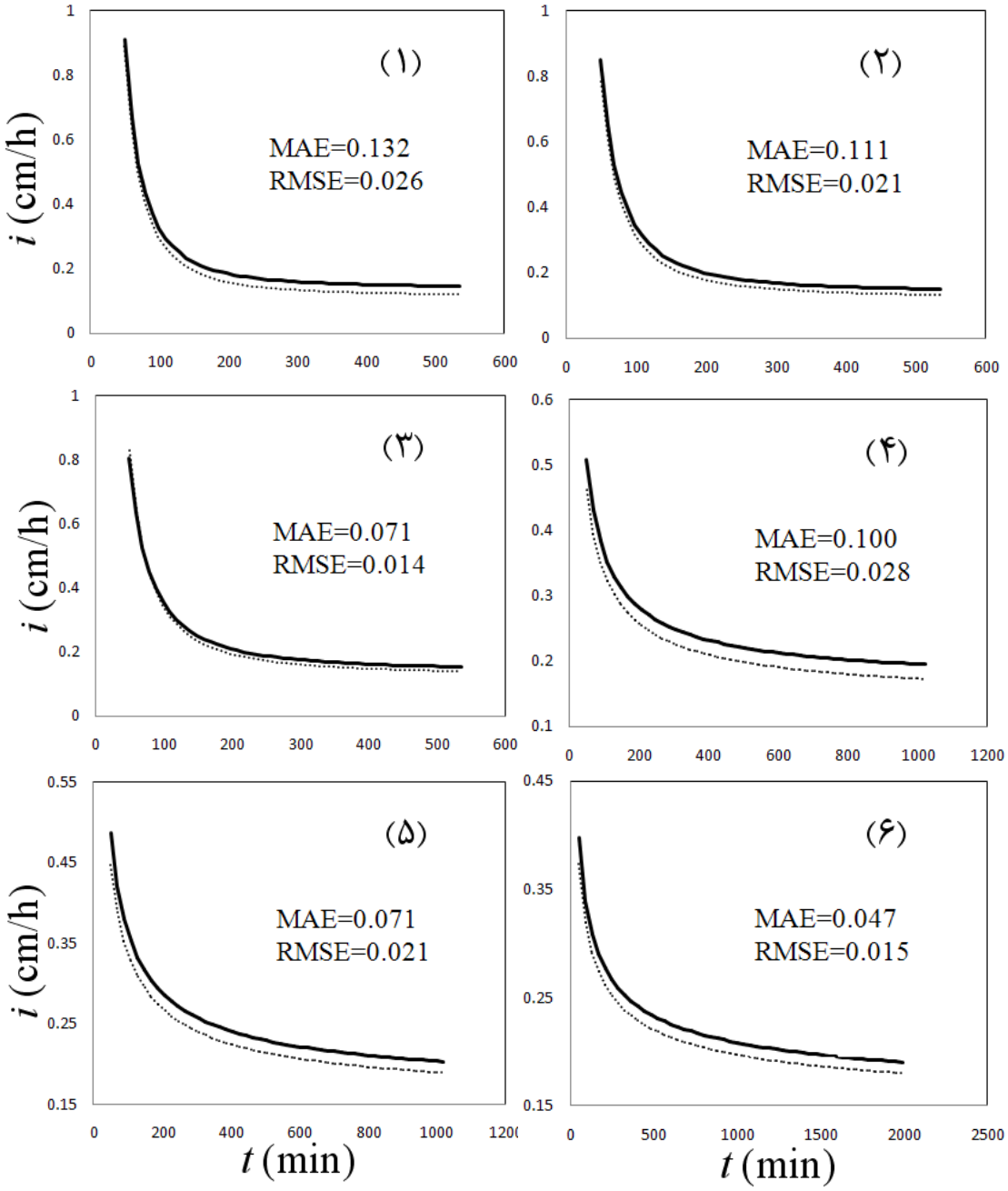
همان‌طور که در بخش قبل شرح داده شد، در این تحقیق به منظور مطالعه اثر طبقه‌بندی مکانی خاک‌ها بر کاهش تغییرپذیری غیرخطی (مقادیر n)، حوضه مرغملک با شبکه‌های مستطیلی منظم با ابعاد مختلف به زیرحوضه‌هایی تقسیم شد و تغییرپذیری غیرخطی در هر زیرحوضه به‌طور جداگانه بررسی گردید. در جدول ۴ مقادیر n حداکثر و حداقل مربوط به زیرحوضه دارای بیش‌ترین ضریب تغییرات n ارایه شده است.



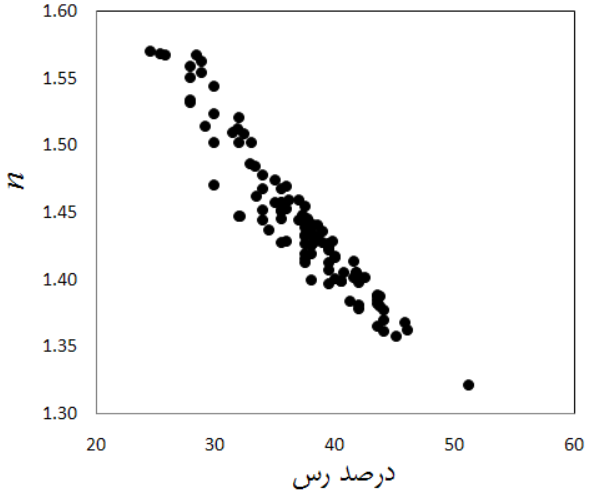
شکل ۲ - دیاگرام فرکتایل مقادیر n در حوضه مرغملک. n_{snd} مقدار متناظر (دارای احتمال برابر) با n از توزیع نرمال استاندارد می‌باشد.



شکل ۳- منحنی‌های نفوذ به‌دست آمده از حل‌های عمومی (خط ممتد) و منفرد (خط چین) معادله ریچاردز برای خاک دارای *n* حداکثر در حوضه مرغملک با شرایط مرزی و اولیه شماره ۱ تا ٦ از جدول ۲



شکل ٤- منحنی‌های نفوذ به‌دست آمده از حل‌های عمومی (خط ممتد) و منفرد (خط چین) معادله ریچاردز برای خاک دارای *n* حداقل در حوضه مرغملک با شرایط مرزی و اولیه شماره ۱ تا ٦ از جدول ۲



شکل ۵- همبستگی بین بافت خاک (درصد رس) و مقادیر *n* در حوضه مرغملک

این جدول نشان می‌دهد که تنها در اولین مرحله از این طبقه‌بندی (تقسیم حوضه به چهار زیرحوضه) اختلاف بین n حداکثر و حداقل در زیرحوضه دارای بیش‌ترین ضریب تغییرات n، به‌عنوان یک شاخص از تغییرپذیری غیرخطی، کاهش می‌یابد. اما با تقسیمات حوضه به زیرحوضه‌های کوچک‌تر، شاخص مذکور دارای روند نوسانی می‌باشد. این مساله بر توزیع تقریباً یکنواخت مقادیر n در کلّ سطح حوضه دلالت دارد و به همین دلیل طبقه‌بندی مکانی خاک‌ها نمی‌تواند کاهش چشمگیری در تغییرپذیری غیرخطی بدهد. در شکل ۶ اثر طبقه‌بندی مکانی خاک‌ها بر میزان افزایش کارایی روش مقیاس‌سازی نشان داده شده است. در این شکل *MRE* و *RMSE* مربوط به خطای بین منحنی‌های نفوذ حاصل از حل عمومی و حل منفرد برای خاک دارای n حداکثر در زیرحوضه دارای بیش‌ترین ضریب تغییرات n، می‌باشند. شکل ۶-الف نشان می‌دهد که کاهش سطح هر زیرحوضه، منجر به تغییر معنی‌داری در مقدار *MRE* نمی‌شود. همان‌طور که قبلاً نیز ذکر شد، این مساله به‌دلیل توزیع مکانی تقریباً یکنواخت مقادیر n در سطح حوضه و عدم کاهش موثر تغییرپذیری غیرخطی با طبقه‌بندی مکانی خاک‌ها می‌باشد. شکل ۶-ب نشان می‌دهد که روند تغییرات *RMSE* با کاهش سطح هر زیرحوضه قابل پیش‌بینی نمی‌باشد. این مساله به‌طور عمده به نوسانات زیاد مقادیر K_s در خاک دارای n حداکثر در زیرحوضه دارای بیش‌ترین ضریب تغییرات n (که در هر تقسیم‌بندی عوض می‌شود) برمی‌گردد که بر روی مقادیر نفوذ تأثیر معنی‌داری دارد. این نوسانات زیاد هم بر تغییرپذیری زیاد مقادیر K_s دلالت می‌کند (مطابق با جدول ۳) و هم نشان از همبستگی پایین مقادیر K_s و n دارد که در شکل ۷ نشان داده شده است.

در شکل ۸ نیز مقادیر *MRE* و *RMSE* مربوط به خطای بین منحنی‌های نفوذ حاصل از حل عمومی و حل منفرد برای خاک دارای n حداقل در زیرحوضه دارای بیش‌ترین ضریب تغییرات n، نشان داده شده است. در شکل ۸-الف مشاهده می‌شود که کاهش سطح زیرحوضه‌ها تا آستانه مشخص (با تقسیم حوضه به چهار زیرحوضه) می‌تواند *MRE* را کاهش دهد و از آن به بعد باز هم به‌دلیل توزیع تقریباً یکنواخت مقادیر n، طبقه‌بندی مکانی خاک‌ها نمی‌تواند *MRE* را کاهش دهد. البته مشاهده می‌شود که در مورد شرایطی که رطوبت اولیه پیش از نفوذ کم است، تغییرات *MRE* با کاهش سطح زیرحوضه‌های مورد مطالعه خیلی محسوس نیست. شکل ۸-ب نیز نشان می‌دهد که روند تغییرات *RMSE* در این مورد نیز قابل پیش‌بینی نمی‌باشد که به‌طور مشابه این مساله نیز به مقدار K_s در خاک دارای n حداقل در هر زیرحوضه برمی‌گردد.

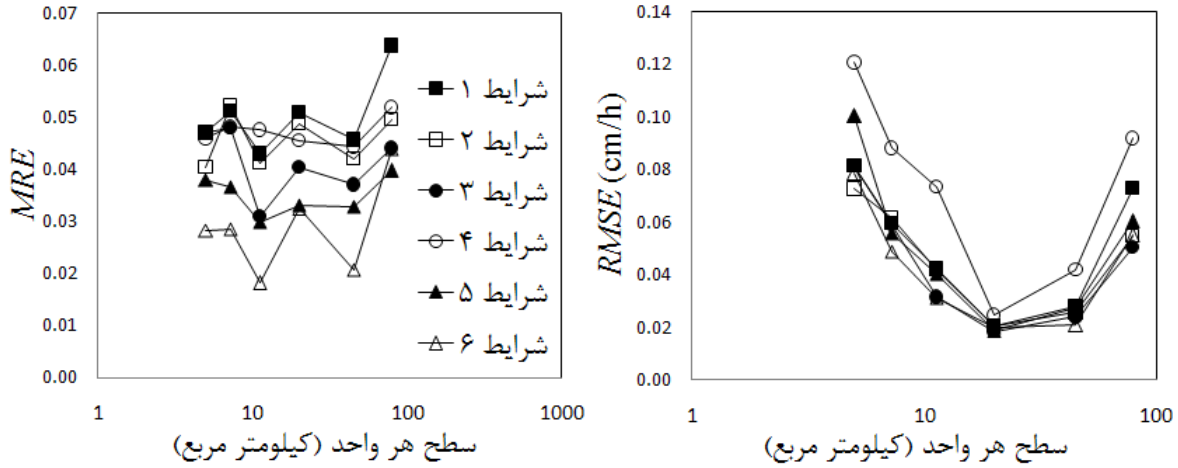
حوضه‌های مجازی

همان‌طور که پیش‌تر نیز ذکر شد، روش مقیاس‌سازی معادله ریچاردز علاوه بر حوضه مرغملک، در ۱۰ حوضه مجازی ایجاد شده با درجه‌های مختلف از تغییرپذیری n نیز مورد ارزیابی قرار گرفت. در شکل ۹، حداکثر مقدار *MRE* بین حل‌های عمومی و منفرد در هر حوضه مجازی در برابر ضریب تغییرات مقادیر n در آن حوضه (به عنوان شاخصی از تغییرپذیری غیرخطی) نشان داده شده است. این شکل تأثیر معنی‌دار تغییرپذیری n را بر *MRE* نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که زمانی‌که ضریب تغییرات مقادیر n از ۳ درصد تجاوز می‌کند، نرخ رشد *MRE* به شدت افزایش می‌یابد.

جدول ٤- اثر طبقه‌بندی مکانی خاک‌ها بر کاهش تغییرپذیری غیرخطی (مقادیر *n*) در حوضه مرغملک

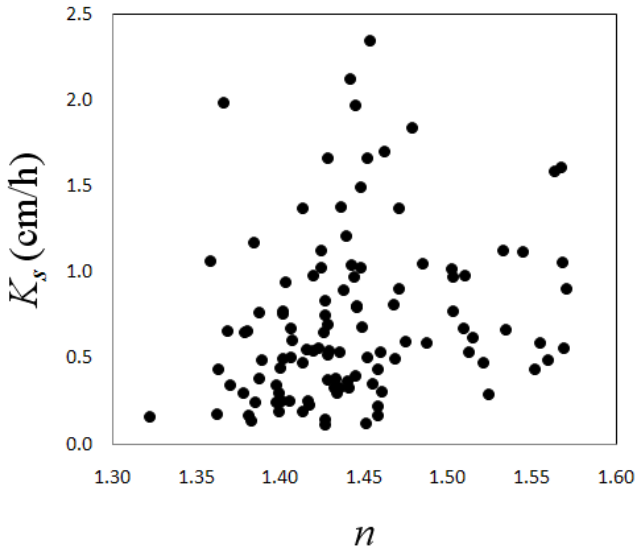
مقادیر *n* حداکثر و حداقل مربوط به زیرحوضه دارای بیش‌ترین ضریب تغییرات *n* می‌باشند.

تقسیمات حوضه	مساحت هر زیرحوضه (کیلومتر مربع)	*n* حداکثر	*n* حداقل	اختلاف بین *n* حداکثر و حداقل
۱×۱	۹۷	۱/۵۷۰	۱/۳۲۲	۰/۲۴۸
۲×۲	۴۴/۸۹	۱/۵۷۰	۱/۳۶۲	۰/۲۰۸
۳×۳	۱۹/۹۵	۱/۵۰۲	۱/۳۶۳	۰/۱۳۹
۴×۴	۱۱/۲۲	۱/۵۶۹	۱/۳۶۶	۰/۲۰۳
۵×۵	۷/۱۸	۱/۴۵۹	۱/۳۲۲	۰/۱۳۷
۶×۶	۴/۹۹	۱/۵۶۳	۱/۳۸۱	۰/۱۸۲

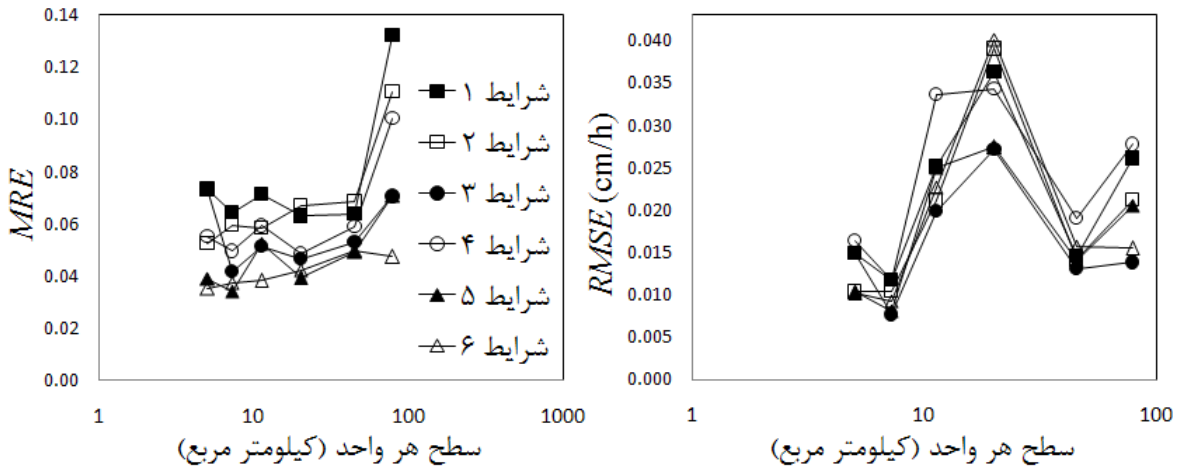


شکل ٦- اثر طبقه‌بندی مکانی خاک‌ها بر افزایش کارایی روش مقیاس‌سازی با توجه به معیارهای خطای *MRE* و *RMSE* بین منحنی‌های نفوذ حاصل از حل عمومی و حل منفرد برای خاک دارای *n* حداکثر در زیرحوضه دارای بیش‌ترین ضریب تغییرات *n*.

شرایط ۱ تا ۶ مربوط به شرایط مرزی و اولیه استفاده شده در حل معادله مقیاس‌شده ریچاردز مطابق با جدول ۲ می‌باشند.

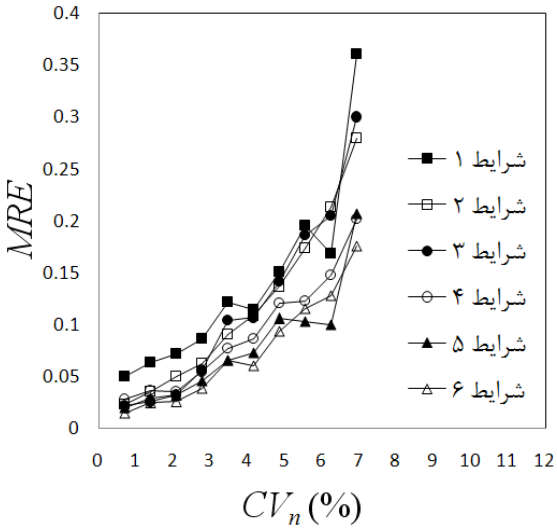


شکل ۷- همبستگی بین مقادیر K_s و *n* در حوضه مرغملک



شکل ۸- اثر طبقه‌بندی مکانی خاک‌ها بر افزایش کارایی روش مقیاس‌سازی با توجه به معیارهای خطای *MRE* و *RMSE* بین منحنی‌های نفوذ حاصل از حل عمومی و حل منفرد برای خاک دارای *n* حداقل در زیرحوضه دارای بیش‌ترین ضریب تغییرات *n*.

شرایط ۱ تا ۶ مربوط به شرایط مرزی و اولیه استفاده شده در حل معادله مقیاس‌شده ریچاردز مطابق با جدول ۲ می‌باشند.



شکل ۹ -اثر ضریب تغییرات مقادیر *n* (CV_n) بر حداکثر مقدار *MRE* در حوضه‌های مجازی شرایط ۱ تا ٦ مربوط به شرایط مرزی و اولیه استفاده شده در حل معادله مقیاس‌شده ریچاردز مطابق با جدول ۲ می‌باشند.

تاثیر شرایط مرزی و اولیه نیز مشابه با نتایج به‌دست آمده برای حوضه مرغملک می‌باشد. چنانچه با کاهش رطوبت اولیه و یا افزایش بار آبی در سطح خاک *MRE* کاهش می‌یابد.

شکل ۹ می‌تواند به عنوان راهنمایی برای استفاده از روش مقیاس‌سازی معادله ریچاردز در مدل‌سازی نفوذ در حوضه‌های دارای تغییرپذیری غیرخطی باشد به‌نحوی‌که برای تعیین حد مجاز تغییرپذیری *n* به‌کار رود. بدیهی است که این حد مجاز به دقت مورد نیاز بستگی دارد. اما با فرض کفایت مقدار ۱۰ درصد برای حداکثر خطای نسبی مجاز بین حل عمومی و حل‌های منفرد، مقدار ۳ درصد برای ضریب تغییرات مقادیر *n* می‌تواند به‌عنوان حدّ مجاز عملی از تغییرپذیری غیرخطی مدنظر قرار گیرد.

نتیجه‌گیری

در این تحقیق، اثر تغییرپذیری‌های غیرخطی بر کارایی روش‌های مقیاس‌سازی معادله ریچاردز در مدل‌سازی نفوذ در حوضه آبریز مورد ارزیابی قرار گرفت. روش واریک و همکاران (۱۸) با انتخاب توابع هیدرولیکی ون‌گنوختن (۱۴) برای مقیاس‌سازی معادله ریچاردز به‌کار گرفته شد و تغییرپذیری مقادیر *n* (توان توابع هیدرولیکی ون‌گنوختن)

به‌عنوان تغییرپذیری غیرخطی مدنظر قرار گرفت. در این مطالعه، حوضه آبریز مرغملک و همچنین چند حوضه مجازی با درجه‌های مختلف از تغییرپذیری n مورد ارزیابی قرار گرفتند.

نتایج نشان داد که به‌طور کلی ضریب تغییرات مقادیر n در حوضه آبریز مرغملک (برابر با ۲/۵۷ درصد) به اندازه‌ای نیست که کارایی روش مقیاس‌سازی معادله ریچاردز را زیر سوال ببرد. بر این اساس، می‌توان با استفاده از روش مقیاس‌سازی، با دقت مطلوبی از یک حل عمومی معادله ریچاردز برای کلّ حوضه، به‌جای حل‌های منفرد در تک تک نقاط حوضه، استفاده کرد. این روش کمک چشمگیری به سهولت و کم شدن حجم محاسبات در مدل‌سازی نفوذ با استفاده از معادله ریچاردز می‌نماید. نشان داده شد که به‌دلیل توزیع تقریباً یکنواخت مقادیر n در سطح حوضه مرغملک، طبقه‌بندی مکانی خاک‌ها (تقسیم حوضه به زیرحوضه‌های کوچکتر) کمک چشمگیری به کم شدن تغییرپذیری غیرخطی و افزایش کارایی روش مقیاس‌سازی نمی‌کند.

نتایج ارزیابی‌ها در حوضه‌های مجازی نشان داد که تغییرپذیری n تاثیر معنی‌داری بر خطای استفاده از حل عمومی به‌جای حل‌های منفرد دارد. به‌نحوی‌که با افزایش تغییرپذیری n، نرخ رشد خطا به شدت افزایش می‌یابد. بر اساس نتایج به‌دست آمده در حوضه‌های مجازی، می‌توان نتیجه گرفت که در حوضه‌هایی که در آن‌ها ضریب تغییرات مقادیر n از ۳ درصد تجاوز نمی‌کند، روش‌های مقیاس‌سازی معادله ریچاردز می‌توانند با دقت مطلوبی به کار روند.

منابع

۱- صادقی م.، قهرمان ب. و داوری ک. ۱۳۸۷. مقیاس‌سازی و پیش‌بینی نیمرخ رطوبت خاک در فاز توزیع مجدد. مجله آب و خاک (علوم و صنایع کشاورزی)، ۲۲ (۲): ۴۱۷-۴۳۱.

۲- متقیان ح.ر.، کریمی ا. و محمّدی ج. ۱۳۸۷. تجزیه و تحلیل تغییرات مکانی برخی از ویژگی‌های فیزیکی و هیدرولیکی خاک در مقیاس حوضه آبریز. مجله آب و خاک (علوم و صنایع کشاورزی)، ۲۲ (۲): ۴۴۶-۴۳۲.

3- Brooks R.H., and Corey A.T. 1964. Hydraulic properties of porous media. Hydrological Paper no. 3. Colorado State University, Fort Collins.

4- Das B.S., Haws W.N., and Rao P.S.C. 2005. Defining geometric similarity in soils. Vadose Zone J. 4:264-270.

5- Kosugi K. 1996. Lognormal distribution model for unsaturated soil hydraulic properties. Water Resour. Res. 32(121): 2697-2703.

6- Kosugi K., and Hopmans J.W. 1998. Scaling water retention curves for soils with lognormal pore-size distribution. Soil Sci. Soc. Am. J. 62:1496-1504.

7- Kutilek M., Zayani K., Havercamp R., Parlange J.Y., and Vachaud G. 1991. Scaling of Richards' equation under invariant flux boundary conditions. Water Resour. Res. 27:2181-2185.

8- Miller E.E., and Miller R.D. 1956. Physical theory for capillary flow phenomena. J. Appl. Phys. 27:324-332.

9- Reichardt K., Nielsen D.R., and Biggar J.W. 1972. Scaling of horizontal infiltration into homogeneous soils. Soil Sci. Soc. Am. Proc. 36:241-245.

10- Schaap M.G., Leij F.J., and Van Genuchten M.Th. 2001. ROSETTA: a computer program for estimating soil hydraulic parameters with hierarchical pedotransfer functions. J. Hydrol. 251:163-176.

11- Simmons C.S., Nielsen D.R., and Biggar J.W. 1979. Scaling of field-measured soil-water properties. Hilgardia. 47:77-173.

12- Simunek J., Sejna M., Saito H., Sakai M., and Van Genuchten M.Th. 2008. The HYDRUS-1D software package for simulating the one-dimensional movement of water, heat, and multiple solutes in variably-saturated media, Version 4.0. Department of Environmental Sciences, University of California Riverside, Riverside, California.

13- Sposito G., and Jury W.A. 1985. Inspectional analysis in the theory of water flow through unsaturated soils. Soil Sci. Soc. Am. J. 49:791-798.

14- Van Genuchten M.Th. 1980. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. Soil Sci. Soc. Am. J. 44:892-898.

15- Van Genuchten M.Th., Leij F.J., and Yates S.R. 1991. The RETC code for quantifying the hydraulic functions of unsaturated soils. Version 1.0. EPA Report 600/2-91/065. U.S. Salinity Laboratory, USDA, ARS, Riverside, CA.

16- Vogel T., Cislerova M., and Hopmans J.W. 1991. Porous media with linearly hydraulic properties. Water Resour. Res. 27:2735-2741.

17- Warrick A.W., and Amoozegar-Fard A. 1979. Infiltration and drainage calculations using spatially scaled hydraulic properties. Water Resour. Res. 15:1116-1120.

18- Warrick A.W., Lemon D.O., and Yates S.R. 1985. A generalized solution to infiltration. Soil Sci. Soc. Am. J. 49:34-38.

19- Warrick A.W., and Hussen A.A. 1993. Scaling of Richards' equation for infiltration and drainage. Soil Sci. Soc. Am. J. 57:15-18.

Journal of Water and Soil
Vol. 25, No.3, Jul-Aug 2011, p. 459-471

نشریه آب و خاک (علوم و صنایع کشاورزی)
جلد ۲۵، شماره ۳، مرداد – شهریور ۱۳۹۰، ص. ۴۷۱-۴۵۹

Performance Evaluation of Scaling Methods of Richards' Equation in Infiltration Modeling in a Watershed

(Case Study: Marghmalek Watershed)

B. Ghahraman[1*]- M. Sadeghi[2]- J. Mohammadi[3]

Received: 25-4-2010
Accepted: 1-5-2011

Abstract

Spatial variability of soils makes difficult analysis of soil water flow phenomena especially in a large area such as a watershed. Using scaling methods is a solution in variability problems. The objective of this study was to investigate the effect of the non-linear variability on performance of the scaling methods of Richards' equation for modeling infiltration in a watershed. The method of Warrick et al. by adopting van Genuchten hydraulic functions was used and variability of *n* values (power of van Genuchten hydraulic functions) was considered as the nonlinear variability. Marghmalek watershed, a sub watershed of Zayanderoud, with 97 Sq. kilometers was studied. In addition, ten virtual watersheds with various degrees of variability of *n* were evaluated which were generated by stochastic method of Monte Carlo. Using HYDRUS-1D model, original and scaled Richards' equations were solved for infiltration condition with constant hydraulic head and uniform initial soil water content. The results indicated that coefficient of variations of *n* values in the Marghmalek watershed (equal to 2.57%) is small enough that the scaling method can be used efficiently in modeling infiltration. Therefore, in this watershed, generalized solutions of Richards' equation can be adequately used instead of individual solutions for every points of the watershed. Evaluations in the virtual watersheds indicated that variability of *n* values considerably affect the error between the generalized and individual solutions. Based on the result of this study, it can be concluded that scaling methods of Richards' equation can be adequately applied in the watersheds in which coefficient of variations of *n* values does not exceed 3%.

Keywords: Scaling, Richards' equation, Infiltration, Nonlinear variability, Marghmalek watershed

1,2- Professor and PhD Student, Department of Water Engineering, College of Agriculture, Ferdowsi University of Mashhad
(*- Corresponding Author Email: bijangh@um.ac.ir)
3- Associate Professor of Soil Science Department, College of Agriculture, Shahrkord University