

## ارائه توابع انتقالی جهت پیش بینی هدایت هیدرولیکی اشباع خاک‌های گراولی با استفاده از رگرسیون حداقل مربعات جزئی

سجاد زرین فر<sup>۱</sup> - بیژن قهرمان<sup>۲\*</sup> - کامران داوری<sup>۳</sup>

تاریخ دریافت: ۸۹/۷/۱۱

تاریخ پذیرش: ۹۰/۳/۱

### چکیده

هدایت هیدرولیکی اشباع ( $K_s$ ) یکی از مهمترین پارامترهای فیزیکی خاک بوده که اندازه‌گیری مستقیم آن پرهزینه و وقت‌گیر می‌باشد. از این رو روش‌های غیر مستقیم پیش‌بینی  $K_s$ ، مانند توابع انتقالی، گسترش یافته‌اند. مطالعات انجام شده نشان داد که توابع انتقالی متداول در مراجع، در مورد خاک‌های گراولی منجر به پیش‌بینی‌های مناسبی از  $K_s$  نمی‌شوند. از این رو، این پژوهش با هدف ارائه توابع انتقالی جدید صورت گرفت. در این پژوهش برخی ویژگی‌های فیزیکی مربوط به ۴۹ نمونه خاک گراولی با درصد گراول بین ۶/۵ تا ۴۰ در محدوده پردیس دانشگاه فردوسی مشهد، شامل  $K_s$ ، چگالی ظاهری و منحنی توزیع اندازه ذرات اندازه‌گیری شد. اندازه‌گیری‌ها در یک شبکه مربعی منظم با فواصل ۴ متر صورت گرفت. برای اندازه‌گیری  $K_s$  از روش چاهک معکوس استفاده شد. جهت تعیین مؤثرترین پارامترها برای پیش‌بینی  $K_s$ ، ابتدا ترکیب‌های مختلفی از متغیرهای مستقل انتخاب گردید. سپس برای هر کدام از ترکیب‌ها با استفاده از روش رگرسیون بهترین زیرمجموعه از متغیرها جهت رگرسیون مشخص شد. با استفاده از رگرسیون حداقل مربعات جزئی و استفاده از داده‌های اندازه‌گیری شده، برای هر حالت مقدار  $K_s$  پیش‌بینی شد. به منظور ارزیابی اعتبار توابع بدست آمده نیز از روش اعتبارسنجی متقابل استفاده گردید. نتایج نشان داد که مؤثرترین متغیرهای مستقل جهت پیش‌بینی  $K_s$ ، مجذور پارامترهای انحراف معیار هندسی، میانگین هندسی و میانه قطر کل ذرات می‌باشد. شاخص‌های  $R^2$ ، RMSE، MAE و  $R^2_{pred}$  در مورد تابعی که از این پارامترها استفاده می‌کند به ترتیب برابر ۰/۴۰، ۰/۲۴۵، ۰/۲۰۸ و ۰/۳۰ می‌باشد.

واژه‌های کلیدی: توابع انتقالی، هدایت هیدرولیکی اشباع، خاک‌های گراولی، چاهک معکوس

### مقدمه

انتقالی می‌باشد. توابع انتقالی توابعی هستند که ویژگی‌های زود یافت خاک، مانند پارامترهای مربوط به بافت خاک و چگالی ظاهری را به ویژگی‌های دیر یافت خاک، مانند  $K_s$  و منحنی مشخصه آب خاک مربوط می‌کنند. در سال‌های اخیر توابع انتقالی زیادی جهت برآورد  $K_s$  ارائه شده‌اند. در جدول ۱ برخی از این توابع و متغیرهای مستقل مورد استفاده در آن‌ها به اختصار ارائه شده است.

زرین فر (۴) نشان داد که توابع انتقالی متداول در مراجع، در مورد خاک‌های گراولی منجر به پیش‌بینی‌های مناسبی از  $K_s$  نمی‌شوند. با توجه به جدول ۱، مشاهده می‌شود که در توابع انتقالی متداول در مراجع، برای پیش‌بینی  $K_s$ ، نقش ذرات با قطر بیشتر از ۲ میلی‌متر در نظر گرفته نمی‌شود. این در حالیست که در شرایط واقعی مزرعه نقش گراول در مقدار  $K_s$  غیر قابل انکار بوده و تأثیر این ذرات به دلیل ایجاد منافذ درشت بسیار زیاد می‌باشد. از این رو، این پژوهش با هدف عمده ارائه توابع انتقالی جدید به منظور پیش‌بینی مناسب  $K_s$  در خاک‌های گراولی صورت گرفت.

هدایت هیدرولیکی اشباع ( $K_s$ ) یکی از مهمترین ویژگی‌های فیزیکی خاک می‌باشد که در مطالعات علوم مرتبط با خاک مانند آبیاری، زهکشی، هیدرولوژی و منابع آب، آگاهی از آن ضروری می‌باشد. مقدار  $K_s$  با روش‌های مختلف صحرایی یا آزمایشگاهی، به صورت مستقیم قابل تعیین است. اما این روش‌ها غالباً پرهزینه و وقت‌گیر می‌باشند و به علاوه، به علت تغییرات زیاد مکانی  $K_s$ ، تعیین این پارامتر به‌ویژه در مورد مطالعه در مقیاس وسیع، مانند یک حوضه آبریز، بسیار مشکل می‌باشد (۱۴ و ۲۳). این مساله محققان را برآن داشته است که روش‌های غیر مستقیم تعیین این پارامتر را گسترش دهند (۲۰). یکی از روش‌های غیرمستقیم تعیین  $K_s$  استفاده از توابع

۱-۳ به ترتیب دانش آموخته کارشناسی ارشد، استاد و دانشیار گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه فردوسی مشهد

(Email: bijangh@um.ac.ir)

\* نویسنده مسئول:

جدول ۱- متغیرهای مستقل ورودی در توابع انتقالی ارائه شده جهت پیش بینی هدایت هیدرولیکی اشباع

متغیرهای مستقل ورودی	تابع انتقالی
D, clay, silt, dg<2, sd<2	کمپیل (۸)
Clay, sand	کاسبی و همکاران (۹)
D, clay, sand, om,	وریکن و همکاران (۲۱)
θ <sub>s</sub> , clay, sand	پراکنسیک و همکاران (۷)
D, om, silt, clay	وستن (۲۲)
D, clay, silt	جبرو (۱۲)
Clay	پوکت و همکاران (۱۶)
Clay	دین و پوکت (۱۰)
θ <sub>s</sub> , clay, sand	ساکستون و همکاران (۱۷)

clay و silt sand: به ترتیب درصد شن، سیلت و رس خاک؛ dg<2 و sd<2 به ترتیب میانگین و انحراف معیار هندسی خاک زیر الک ۲ میلی متری؛ D: چگالی ظاهری؛ om: درصد مواد آلی و θ<sub>s</sub>: رطوبت اشباع

### پس زمینه نظری

مارشال (۱۳) نشان داد که K<sub>s</sub> را می توان با استفاده از رابطه زیر بدست آورد:

$$K_s = \left( \frac{g\rho}{8v} \right) \left( \frac{\phi^x}{n^2} \right) \sum_{i=1}^m (2i-1)r_i^2 \quad (1)$$

که در آن g شتاب گرانش، v لزجت، ρ چگالی سیال، Γ<sub>i</sub> شعاع متوسط منافذ در I امین کلاس، ϕ تخلخل خاک، X توان عکس-العمل منافذ، n تعداد کلاس های اندازه منافذ و m تعداد کلاس های اندازه منافذ مؤثر در جریان اشباع می باشد. طبق رابطه (۱)، K<sub>s</sub> با اندازه شعاع منافذ خاک متناسب می باشد.

آریا و پاریس (۶) نشان دادند که شعاع منافذ خاک با شعاع ذرات خاک رابطه مستقیم دارد:

$$r_i = R_i \left[ \frac{2}{3} e N_i^{(1-\alpha)} \right]^{1/2} \quad (2)$$

که در این رابطه R<sub>i</sub> شعاع ذرات در I امین کلاس، e نسبت پوکی، N<sub>i</sub> تعداد ذرات کروی با شعاع R<sub>i</sub> و α یک ثابت تجربی می باشد. از ترکیب روابط ۱ و ۲ می توان دریافت که K<sub>s</sub> با اندازه قطر ذرات خاک متناسب می باشد. این نکته به عنوان اساس انجام این تحقیق مدنظر قرار گرفت.

### مواد و روش ها

در این تحقیق، برای اندازه گیری K<sub>s</sub> از روش چاهک معکوس استفاده شد (۱). بدین منظور، ۴۹ چاهک با عمق ۵۰ و شعاع ۸ سانتی متر در محدوده پردیس دانشگاه فردوسی مشهد در یک شبکه مربعی منظم به فاصله ۴ متر از یکدیگر حفر شد. مقادیر درصد شن،

سیلت، رس و منحنی توزیع اندازه ذرات با استفاده از الک تر و روش هیدرومتری تعیین شدند. چگالی ظاهری نیز با استفاده از روش کلوخه پارافینی تعیین گردید. مقادیر میانگین و انحراف معیار هندسی قطر ذرات خاک، به عنوان نمایه هایی از توزیع اندازه ذرات خاک، با استفاده از روابط زیر محاسبه شدند (۱۸):

$$d_g = \exp(a) \quad (3)$$

$$sd = \exp(t) \quad (4)$$

$$a = 0.01 [f_y \ln(M_y) + f_c \ln(M_c) + f_d \ln(M_d)] \quad (5)$$

$$b^2 = 0.01 [f_y \ln^2(M_y) + f_c \ln^2(M_c) + f_d \ln^2(M_d)] - a^2 \quad (6)$$

که در این روابط d<sub>g</sub> و sd به ترتیب میانگین هندسی و انحراف معیار هندسی قطر ذرات بر حسب میلی متر؛ f<sub>y</sub>، f<sub>c</sub>، f<sub>d</sub> به ترتیب درصد رس، سیلت و شن و M<sub>y</sub>، M<sub>c</sub>، M<sub>d</sub> نیز به ترتیب قطر متوسط ذرات رس، سیلت و شن بوده که مقادیر آنها به ترتیب ۰/۰۲۶، ۰/۰۲۵ و ۱/۰۲۵ میلی متر می باشد.

در این رابطه تنها ذرات کوچکتر از ۲ میلی متر لحاظ شده اند. برای یافتن میانگین و انحراف معیار هندسی کل خاک، اعم از ذرات ریزتر و درشت تر از ۲ میلی متر، روابط شیرازی و بورسما (۱۸) به کل خاک تعمیم داده شد. مقادیر a و b<sup>2</sup> با استفاده از روابط ۷ و ۸ و میانگین و انحراف معیار با استفاده از روابط ۳ و ۴ محاسبه گردید.

$$a = 0.01 (\sum f_i \ln(d_i)) \quad (7)$$

$$b^2 = 0.01 (\sum f_i \ln^2(d_i)) - a^2 \quad (8)$$

که در این روابط f<sub>i</sub> درصد بخش I و d<sub>i</sub> قطر متوسط بخش I می باشد. برای این منظور منحنی توزیع اندازه ذرات به بخش هایی تقسیم شد. هر بخش، حفاصل بین دو قطر مجاور که در آزمایش دانه بندی به دست آمده بود، می باشد. میانگین دو قطر مجاور به عنوان

چندگانه معمولی به ایجاد برآوردهای ناپایداری از ضرایب رگرسیون می‌انجامد. رگرسیون حداقل مربعات جزئی یکی از روش‌های چند متغیره است که در هنگام بروز هم‌خطی بین متغیرهای مستقل استفاده می‌شود (۵). در این روش برای تشکیل رابطه بین متغیر وابسته و متغیرهای مستقل، متغیرهای جدیدی ساخته می‌شود که آنها را مؤلفه یا فاکتور می‌نامند. هر یک از این مؤلفه‌ها یک ترکیب خطی از متغیرهای مستقل اولیه می‌باشد. سپس از روش‌های رگرسیونی استاندارد برای تعیین معادلاتی که این مؤلفه‌ها را به متغیر وابسته ارتباط دهند استفاده می‌شود. شایان ذکر است که تعداد این مؤلفه‌ها از تعداد متغیرهای مستقل اولیه کمتر بوده و همچنین بین آنها رابطه خطی وجود ندارد. در واقع، روش حداقل مربعات جزئی با بکار بردن مؤلفه‌هایی با قدرت پیش بینی بالا که تعداد آنها از متغیرهای اولیه کمتر است، بعد مسأله را نیز کاهش می‌دهد. یکی از مزایای این روش نسبت به روش رگرسیون خطی چندگانه این است که می‌توان از متغیرهایی که از توزیع نرمال تبعیت نمی‌کند نیز استفاده کرد (۵).

جهت ارزیابی صحت توابع انتقالی بدست آمده از شاخص‌های ضریب تعیین چندگانه<sup>۳</sup>، ضریب تعیین چندگانه اصلاح شده<sup>۴</sup>، ریشه میانگین مربع خطا<sup>۵</sup>، میانگین خطای مطلق<sup>۶</sup>، نسبت خطای متوسط هندسی<sup>۷</sup> و نسبت خطای انحراف معیار هندسی<sup>۸</sup> استفاده گردید. مقادیر این شاخص‌ها به ترتیب با استفاده از روابط زیر محاسبه گردید:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2} \quad (13)$$

$$R^2_{adj} = 1 - (1 - R^2) \left( \frac{N-1}{N-M-1} \right) \quad (14)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}{N}} \quad (15)$$

$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^N |y_i - \hat{y}_i|}{N} \quad (16)$$

$$GMER = \exp \left[ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln(\varepsilon_i) \right] \quad (17)$$

$$GSDER = \exp \left[ \left[ \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \ln(\varepsilon_i) - \ln(GMER) \right]^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (18)$$

در این روابط  $y_i$  مقادیر اندازه‌گیری شده،  $\hat{y}_i$  مقادیر پیش‌بینی شده،  $\bar{y}$  میانگین مقادیر اندازه‌گیری شده،  $M$  تعداد متغیرهای مستقل در

قطر آن بخش و درصد ذرات بین این دو قطر برابر درصد آن بخش فرض گردید.

بر هر منحنی توزیع اندازه ذرات بدست آمده، یک توزیع گاما برازش داده شد و میانگین و انحراف معیار این توزیع برای هر نمونه خاک برآورد شد. برای انجام این برازش از نرم‌افزار SPSS استفاده گردید. میانگین و انحراف معیار توزیع گاما به ترتیب از روابط ۹ و ۱۰ محاسبه شد (۲):

$$\mu = k \cdot T \quad (9)$$

$$\sigma = \sqrt{k} \cdot T \quad (10)$$

که  $k$  و  $T$  به ترتیب پارامترهای شکل و مقیاس توزیع گاما می‌باشند. میانگین و انحراف معیار حسابی منحنی دانه‌بندی نیز به ترتیب از روابط زیر محاسبه گردید:

$$\bar{d} = 0.01 \sum (f_i \cdot d_i) \quad (11)$$

$$s = 0.1 \sqrt{\sum (d_i - \bar{d}) \cdot f_i} \quad (12)$$

که در آن  $\bar{d}$  و  $s$  به ترتیب میانگین و انحراف معیار حسابی می‌باشند.

جهت مشخص کردن پارامترهایی که بیشترین تأثیر را در پیش‌بینی  $K_s$  دارند از روش رگرسیون بهترین زیرمجموعه<sup>۱</sup> استفاده گردید. رگرسیون بهترین زیرمجموعه یک روش کارآمد برای تعیین مدل‌هایی است که با کمترین متغیرهای مستقل ممکن هدف را برآورده می‌کنند. مدل‌هایی که از زیرمجموعه‌ای از متغیرهای مستقل استفاده می‌کنند ممکن است ضرایب رگرسیون و متغیرهای وابسته را با واریانس کمتر از مدلی که از تمام متغیرهای انتخاب شده استفاده می‌کند تخمین بزنند (۱۱). برای این منظور ابتدا تعدادی از متغیرها و ترکیبات آنها انتخاب و سپس با استفاده از روش رگرسیون بهترین زیرمجموعه و استفاده از نرم‌افزار Minitab از میان این متغیرها، بهترین زیرمجموعه جهت رگرسیون انتخاب شد. نرم‌افزار Minitab دارای این قابلیت است که تمام زیرمجموعه‌های ممکن را امتحان کرده و بهترین زیرمجموعه از متغیرهای مستقل ورودی جهت ساخت مدل رگرسیونی را تعیین می‌کند.

به منظور اشتقاق یک تابع انتقالی بر اساس متغیرهای مستقل و وابسته مورد نظر، از روش رگرسیون حداقل مربعات جزئی<sup>۲</sup> استفاده گردید. در روش رگرسیون خطی چندگانه متغیرها باید از توزیع نرمال پیروی کرده و مستقل از یکدیگر باشند و تا حد ممکن از متغیرهایی که هم‌خطی چندگانه دارند در معادلات استفاده نمی‌شود (۳). هنگامی که تعداد متغیرهای مستقل بسیار زیاد یا حجم نمونه کم است، مسأله هم‌خطی چندگانه پیش می‌آید؛ در نتیجه رگرسیون خطی

3- Multiple determination coefficient  
4- Adjusted multiple determination coefficient  
5- Root Mean Square Error  
6- Mean Absolute Error  
7- Geometric Mean Error Ratio  
8- Geometric Standard Deviation Error Ratio

1- Best Subset Regression method  
2- Partial Least Square method

$$PRESS = \sum_{i=1}^N [y_i - \hat{y}_i]^2 \quad (19)$$

که در آن  $\hat{y}_i$  مقدار پیش‌بینی شده داده  $i$  ام در اعتبارسنجی متقابل می‌باشد. بین شاخص‌های PRESS و  $R^2_{pred}$  رابطه ۲۰ برقرار است (۱۵).

$$R^2_{pred} = 1 - \frac{PRESS}{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2} \quad (20)$$

زیاد بودن شاخص  $R^2_{pred}$  و کم بودن شاخص PRESS نشان‌دهنده اعتبار یک تابع انتقالی است.

## نتایج و بحث

جدول ۲ نشان‌دهنده پارامترهای اندازه‌گیری شده و مقادیر میانگین، انحراف معیار، حداقل و حداکثر این پارامترها می‌باشد.  $K_s$  هدایت هیدرولیکی اشباع برحسب متر در روز؛  $\mu$  و  $\sigma$  به ترتیب میانگین و انحراف معیار توزیع گامای برازش داده شده بر منحنی دانه-بندی برحسب میلی‌متر؛  $d_g$  و  $sd$  به ترتیب میانگین و انحراف معیار هندسی کل خاک برحسب میلی‌متر؛  $d_{50}$  قطری که ۵۰ درصد ذرات خاک از آن کوچکترند برحسب میلی‌متر؛  $\bar{d}$  و  $S$  به ترتیب میانگین و انحراف معیار حسابی نمونه برحسب میلی‌متر؛  $G$  درصد گراول نسبت به کل خاک و  $f$  تخلخل نمونه با توجه به داده‌های برداشت‌شده، ۸ حالت مختلف از ترکیب متغیرها وارد نرم‌افزار Minitab شده و بهترین زیرمجموعه از هر ترکیب جهت پیش‌بینی هدایت هیدرولیکی اشباع انتخاب گردید. متغیرهای مستقل ورودی به نرم‌افزار و بهترین زیرمجموعه انتخاب شده از آن، در جدول ۳ نمایش داده شده‌است.

تابع،  $N$  تعداد کل مشاهدات و  $E_i$  برابر نسبت مقادیر پیش‌بینی شده به مقادیر اندازه‌گیری شده می‌باشد. افزایش خطا در پیش‌بینی باعث افزایش RMSE و MAE می‌شود. هنگامی که مقادیر پیش‌بینی شده دقیقاً برابر مقادیر اندازه‌گرفته شده باشد، GMER و GSDER برابر با یک بوده و چنانچه مقادیر پیش‌بینی شده کمتر از مقادیر اندازه‌گیری شده باشد، GMER کمتر از یک خواهد بود. مقدار GSDER نیز با انحراف مقادیر پیش‌بینی شده از مقادیر اندازه‌گیری شده، افزایش خواهد یافت.

جهت ارزیابی اعتبار تابع انتقالی به‌دست آمده، از روش اعتبارسنجی متقابل استفاده گردید. به این ترتیب که یک داده از مجموعه داده‌ها بیرون گذاشته شده و مدل‌سازی انجام شد. آنگاه داده بیرون گذاشته شده، با توجه به مدل به‌دست آمده از سایر داده‌ها، پیش‌بینی شد. این فرایند به تعداد مشاهدات تکرار شد. به منظور انجام رگرسیون به شیوه حداقل مربعات جزئی و همچنین انجام اعتبارسنجی متقابل، از نرم‌افزار Minitab استفاده گردید. معادله متغیر وابسته در برابر متغیرهای مستقل ورودی و شاخص‌های  $R^2$ ،  $R^2_{pred}$  و مجموع مربعات خطای پیش‌بینی<sup>۱</sup> جزء خروجی‌های این نرم‌افزار در این مرحله می‌باشند. شاخص  $R^2$  ضریب‌تعیین چندگانه تابع انتقالی به‌دست آمده از رگرسیون حداقل مربعات جزئی می‌باشد. شاخص  $R^2_{pred}$  برابر ضریب‌تعیین بین مقادیر اندازه‌گیری شده و مقادیر پیش‌بینی شده هدایت هیدرولیکی اشباع، در مرحله اعتبارسنجی متقابل است. مجموع مربعات خطای پیش‌بینی در مرحله اعتبارسنجی متقابل با توجه به رابطه ۱۹ محاسبه می‌شود (۱۵).

جدول ۲- پارامترهای اندازه‌گیری شده

پارامتر	$K_s$	sand	silt	clay	D	$\mu$	$\sigma$	sd<2	dg<2	dg	sd	$d_{50}$	$\bar{d}$	S	G	f
میانگین	۰/۵۶	۵۰/۶	۴۱/۱	۸/۳	۱/۷۰	۱/۶۰	۳/۰۶	۹/۵۱	۰/۱۴	۰/۲۳	۱۴/۱۵	۰/۲۷	۱/۸۳	۲/۹۸	۲۴/۴۳	۰/۳۵
انحراف معیار	۰/۳۲	۸/۸	۸/۱	۳/۸	۰/۱۱	۱/۰۰	۱/۹۴	۱/۵۰	۰/۰۶	۰/۱۴	۲/۵۴	۰/۲۴	۰/۵۸	۰/۵۸	۷/۷۶	۰/۰۴
حداقل	۰/۰۸	۳۳	۲۰	۲	۱/۵۱	۰/۰۷	۰/۱۰	۶/۶۶	۰/۰۳	۰/۰۳	۸/۷۲	۰/۰۳	۰/۴۸	۱/۵۱	۶/۴۷	۰/۲۸
حداکثر	۱/۱۹	۷۶	۵۷	۲۲	۱/۹۰	۳/۶۴	۷/۴۴	۱۴/۵۵	۰/۳۷	۰/۸۱	۲۱/۷۷	۱/۲۰	۲/۹۵	۴/۰۳	۴۰/۰۷	۰/۴۳

جدول ۳- متغیرهای مستقل ورودی انتخاب شده در مرحله انتخاب بهترین زیرمجموعه‌ها

تابع انتقالی	متغیر مستقل ورودی	متغیر مستقل انتخاب شده
A	$\mu, \sigma, D$	$\mu, \sigma$
B	dg<2, sd<2, D	dg<2, sd<2
C	G, sd, dg, D, sand, silt, 1/f	sd, dg
D	$\bar{d}, S, D$	$\bar{d}$
E	D, sand, silt, 1/f	silt, sand
F	D, sand, silt, dg<2, sd<2	silt, dg<2

$d_{50}, sd, dg$ $dg^{0.5}, sd^{0.5}, d_{50}^{0.5}$	$G, sand^2, silt^2, d_{50}, sd, dg, f$ $sand^{0.5}, silt^{0.5}, dg^{0.5}, sd^{0.5}, G, d_{50}^{0.5}$	G H
--	---	--------

هندسی کل خاک متغیرهای مستقل مناسب‌تری از درصد گراول کل خاک هستند؛ چراکه درصد گراول کل خاک نقش ذرات ریزتر از ۲ میلی‌متر را در نظر نمی‌گیرد، درحالی‌که میانگین و انحراف معیار هندسی کل ذرات خاک نقش ذرات ریزتر و درشت‌تر از ۲ میلی‌متر را توأمأ در نظر می‌گیرد.

$$K_g = 0.447321 + 0.9534\mu - 0.4621\sigma \quad (A)$$

$$K_g = 0.8134 + 1.8487(dg < 2) - 0.0531(sd < 2) \quad (B)$$

$$K_g = 0.87 + 0.9396 dg - 0.0373 sd \quad (C)$$

$$K_g = 0.2401 + 0.1502 \bar{d} \quad (D)$$

$$K_g = -1.8173 + 0.0306 sand + 0.0202 silt \quad (E)$$

$$K_g = -0.4038 + 0.0106 silt + 3.866 (dg < 2) \quad (F)$$

$$K_g = 0.7443 + 2.4186 dg - 0.0349 sd - 0.9528 (d_{50} > 0.075) \quad (G)$$

$$K_g = 1.109 + 2.5177\sqrt{dg} - 0.3226\sqrt{sd} - 1.0727\sqrt{d_{50}} \quad (H)$$

PRESS را دارد؛ لذا این تابع بیشترین اعتبار را نیز در بین توابع انتقالی ذکر شده دارا می‌باشد. از آنجایی‌که میانگین و انحراف معیار هندسی و میانه قطر کل ذرات خاک شاخص‌هایی از کل منحنی دانه‌بندی خاک بوده که نقش تمامی ذرات خاک با قطرهای مختلف در مقدار این پارامترها ظاهر می‌شود؛ لذا ترکیب‌هایی از این پارامترها می‌توانند بهترین متغیرهای مستقل ورودی برای پیش‌بینی هدایت هیدرولیکی اشباع باشند. برای استفاده از تابع H به منحنی دانه‌بندی خاک نیاز خواهد بود.

سپس با استفاده از رگرسیون حداقل مربعات جزئی، برای هر دسته از متغیرهای مستقل انتخاب شده یک تابع انتقالی ارائه شد. توابع B, E و F تنها شامل پارامترهای خاک زیر الک ۲ میلی‌متر و سایر توابع دربرگیرنده پارامترهای کل خاک می‌باشد. با توجه به رابطه C می‌توان نتیجه گرفت که در پیش‌بینی هدایت هیدرولیکی اشباع خاک‌های گراولی، میانگین و انحراف معیار

$$(21)$$

$$(22)$$

$$(23)$$

$$(24)$$

$$(25)$$

$$(26)$$

$$(27)$$

$$(28)$$

مقادیر شاخص‌های آماری توابع انتقالی به‌دست آمده در جدول ۴ ارائه شده است. با توجه به جدول ۴ مشاهده می‌شود که تابع انتقالی H بیشترین مقدار ضریب تعیین و ضریب تعیین اصلاح شده و همچنین کمترین مقدار ریشه میانگین مربع خطا، میانگین خطای مطلق، نسبت خطای متوسط هندسی و نسبت خطای انحراف معیار هندسی را دارد؛ لذا می‌توان نتیجه گرفت که گرچه ضریب تعیین این تابع پایین است ولی این تابع بیشترین صحت را دارد. همچنین این تابع بالاترین مقدار شاخص  $R^2_{pred}$  و کمترین مقدار شاخص

جدول ۴- شاخص‌های آماری توابع

تابع انتقالی	$R^2$	$R^2_{adj}$	RMSE	MAE	GSDER	GMER	$R^2_{pred}$	PRESS
A	۰/۲۳	۰/۲۱	۰/۲۷۶	۰/۲۳۶	۱/۹۰	۱/۱۸	۰/۱۲	۳/۹۹
B	۰/۲۵	۰/۲۳	۰/۲۷۲	۰/۲۳۳	۱/۸۹	۱/۱۶	۰/۱۷	۳/۷۶
C	۰/۲۸	۰/۲۶	۰/۲۶۶	۰/۲۲۸	۱/۸۴	۱/۱۷	۰/۱۹	۳/۶۸
D	۰/۱۳	۰/۱۱	۰/۲۹۳	۰/۲۵۸	۱/۹۳	۱/۱۹	۰/۰۵	۴/۲۹
E	۰/۲۰	۰/۱۸	۰/۲۸۱	۰/۲۴۴	۱/۹۳	۱/۱۷	۰/۰۹	۴/۱۱
F	۰/۲۶	۰/۲۴	۰/۲۷۱	۰/۲۳۳	۱/۸۷	۱/۱۷	۰/۱۷	۳/۷۶
G	۰/۳۸	۰/۳۷	۰/۲۴۹	۰/۲۱۳	۱/۷۸	۱/۱۶	۰/۲۶	۳/۳۷
H	۰/۴۰	۰/۳۸	۰/۲۴۵	۰/۲۰۸	۱/۷۸	۱/۱۵	۰/۳۰	۳/۲۳

پراکنندگی اندازه ذرات زیاد شده و ذرات با قطر کوچکتر منافذ بین ذرات با قطر بزرگتر را مسدود نموده و باعث کاهش هدایت هیدرولیکی می‌شود.

در عمل برای تعیین هدایت هیدرولیکی اشباع در یک طرح زهکشی، به طور معمول مقدار به‌دست آمده از هر چاهک به حداقل ۵

روابط ارائه شده مبین این نکته است که هدایت هیدرولیکی اشباع با میانگین قطر ذرات نسبت مستقیم و با انحراف معیار آن نسبت عکس دارد. بر اساس رابطه ۲ ذرات با قطر بزرگتر متناظر با منافذ بزرگتر بوده و طبق رابطه ۱ منافذ بزرگتر باعث افزایش هدایت هیدرولیکی اشباع می‌شود. با افزایش انحراف معیار قطر ذرات

نتایج نشان داد که هدایت هیدرولیکی اشباع تغییرات شدید مکانی دارد و تعمیم مقدار بدست آمده از یک چاهک به یک سطح وسیع باعث بروز خطای زیادی می‌شود. از این رو با وجود اینکه ضریب تعیین تابع انتقالی  $H$  نسبتاً پایین است، استفاده از آن برای پیش‌بینی هدایت هیدرولیکی اشباع یک سطح وسیع مناسب‌تر از اندازه‌گیری مستقیم این پارامتر در یک نقطه و تعمیم آن به یک سطح وسیع خواهد بود. در پیش‌بینی هدایت هیدرولیکی اشباع خاک‌های گراولی با استفاده از توابع انتقالی، استفاده از میانگین و انحراف معیار هندسی کل ذرات خاک مناسب‌تر است؛ چرا که میانگین و انحراف معیار خاک زیر الک ۲ میلی‌متر نقش گراول را که یک عامل مهم در تشکیل منافذ درشت خاک است، نادیده می‌گیرد. توصیه می‌شود از نتایج پژوهش تنها در مورد خاک‌هایی با درصد گراول بالا استفاده شود.

هکتار از اراضی تعمیم داده می‌شود (۱۹). صرف نظر از خطاهای ذاتی آزمایش، در زمین مورد آزمایش که مربعی به مساحت ۵۷۶ مترمربع می‌باشد، مقدار هدایت هیدرولیکی اشباع اندازه‌گیری شده از ۰/۰۸ تا ۱/۱۹ متر در روز، یعنی حدود ۱۵ برابر تغییر کرده است. با توجه به نتایج حاصله، استفاده از یک تابع انتقالی، دقیق‌تر از تعیین مقدار هدایت هیدرولیکی اشباع با استفاده از تنها یک آزمایش و تعمیم آن به مساحت ذکر شده است؛ چرا که می‌توان از تمامی نقاط مزرعه مورد نظر به صورت تصادفی نمونه خاک تهیه کرده و با ترکیب آنها، نمونه خاک نهایی را مورد آزمایش قرار داده و با تعیین منحنی دانه‌بندی، مقدار هدایت هیدرولیکی اشباع را با استفاده از توابع ذکر شده پیش‌بینی کرد.

## نتیجه‌گیری

### منابع

- ۱- بای‌بوردی م. ۱۳۸۴. اصول مهندسی زهکشی و بهسازی خاک. چاپ نهم مؤسسه چاپ و انتشارات دانشگاه تهران، تهران.
- ۲- پارسیان ا. ۱۳۸۰. مبانی آمار ریاضی. چاپ دوم مرکز نشر دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان.
- ۳- رضایی ع. و سلطانی ا. ۱۳۷۷. مقدمه‌ای بر تحلیل رگرسیون کاربردی. مرکز نشر دانشگاه اصفهان، اصفهان.
- ۴- زرین فر س. ۱۳۸۸. ارزیابی توابع انتقالی ارائه شده برای تعیین هدایت هیدرولیکی اشباع خاک با استفاده از مقادیر اندازه‌گیری شده در مزرعه. پایان‌نامه دوره کارشناسی ارشد آبیاری و زهکشی. دانشگاه فردوسی مشهد.
- ۵- شاهینی ا. و سرمد م. ۱۳۸۸. رگرسیون کمترین توانهای دوم. مجله گزیده مطالب آماری ۷۵: ۲۸۹-۲۹۹.
- 6- Arya L.M., and Paris J.F. 1981. A physicoempirical model to predict the soil moisture characteristic from particle-size distribution and bulk density data. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 45: 1023-1030.
- 7- Brakensiek D.L., Rawls W.J., and Stephenson G.R. 1984. Modifying SCS hydrologic soil groups and curve numbers for rangeland soils. ASAE paper no. PNR- 84203, St. Joseph, Mi.
- 8- Campbell G.S. 1985. *Soil Physics with Basic*. Elsevier. New York.
- 9- Casby B.J., Hornberger G.M., Clapp R.B., and Ginn T.R. 1984. A statistical exploration of the relationships of soil moisture characteristics to the physical properties of soils. *Water Resour. Res.*, 20(6): 682-690.
- 10- Dane J.H., and Puckett W. 1994. Field soil hydraulic properties based on physical and mineralogical information. In: van Genuchten, M. th., et al. (Eds). *Proceeding of the International Workshop on Indirect Methods for Estimating the Hydraulic Properties of Unsaturated Soils*. University of California, Riverside.
- 11- Hocking R.R. 1976. A Biometrics Invited Paper: The Analysis and Selection of Variables in Linear Regression. *Biometrics*, 32: 1-49.
- 12- Jabro J.D. 1992. Estimation of saturated hydraulic conductivity of soils from particle size distribution and bulk density data. *Trans. ASAE*, 35 (2): 557-560.
- 13- Marshall T.J. 1958. A relationship between permeability and size distribution of pores, *J. Soil sci.*, 9: 1-8.
- 14- Mermoud A., and Xu D. 2006. Comparative analysis of three methods to generate soil hydraulic functions. *Soil & Tillage Research*, 87: 89-100.
- 15- Montgomery D.C., Peck E.A., and Vining G.G. 1992. *Introduction to Linear Regression Analysis*. 2<sup>nd</sup> ed. Wiley. New York.
- 16- Puckett, W.E., Dane, J. H., and Hajek, B. F. 1985. Physical and mineralogical data to determine soil hydraulic properties. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 49: 831-836.
- 17- Saxton, K. E., Rawls, W. J., Romberger, J. S., and Pependick, R. I. 1986. Estimating generalized soil-water characteristics from texture. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 50: 1031-1036.
- 18- Shirazi, M. A., and Boersma, L. 1984. A unifying quantitative analysis of soil texture. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 48: 142-147.
- 19- Smedema, L. K., Vlotman, W. F., and Rycroft, D. 2004. *Modern Land Drainage: Planning Design and Management of Agricultural Drainage Systems*. Balkema publishers Taylor & Francis the Netherlands, Leiden.

- 20- Sobieraj, J. A., Elsenbeer, H., and Vertessy, R. A. 2001. Pedotransfer functions for estimating saturated hydraulic conductivity. *Journal of Hydrology* , 251: 202-220.
- 21- Vereecken, H., Maes, J., and Feyen, J. 1990. Estimating unsaturated hydraulic conductivity from easily measured soil properties. *Soil Science*, 149:1-12.
- 22- Wösten, J. H. M. 1997. Pedotransfer functions to evaluate soil quality. In: Gregorich, E. G., Carter, M. R. (Eds). *Soil Quality for Crop Production and Ecosystem Health. Developments in Soil Science*, 25: 221-225.
- 23- Wösten, J. H. M., Pachepsky, Ya. A., and Rawls, W. J. 2001. Pedotransfer functions: bridging gap between available basic soil data and missing soil hydraulic characteristics. *Journal of Hydrology*, 251: 123-150.



## Development of Some Pedotransfer Functions to Predict the Saturated Hydraulic Conductivity of Gravel Soils Using Partial Least Square Regression Method

S. Zarinfar<sup>1</sup>- B. Ghahraman<sup>2\*</sup>- K. Davary<sup>3</sup>

Received:3-10-2010

Accepted:22-5-2011

### Abstract

Saturated hydraulic conductivity ( $K_s$ ) is one of the most important physical properties of soils which is expensive and time-consuming to directly measure. Hence, indirect methods, such as pedotransfer functions (PTFs), were developed to predict the  $K_s$ . Previous studies showed that most of the PTFs common in the literature can not suitably predict the  $K_s$ . Hence, this study was conducted to develop some new PTFs. In this study, some physical properties of 49 gravel soils, including  $K_s$ , bulk density and particle size distribution, were measured in a land in the campus of Ferdowsi University of Mashhad. The measurements were performed in a regular quadrangular grid with 4 meters distances. To measure the  $K_s$ , inverse hole method was used. To derive some PTFs, 8 arbitrary sets of independent variables were selected. For each set, the best subset of independent variables was selected using best subset regression method. Then, this PTF was found using partial least square regression method. To evaluate the validity of the derived PTFs, we used cross-validation method. The results showed that the PTF that used  $d_{50}$ , geometric mean and standard deviation of the particle size distribution as independent variables could more precisely predict the  $K_s$ . For this PTF,  $R^2$ , RMSE, MAE and  $R^2_{pred}$  are 0.4, 0.245, 0.208 and 0.3 respectively.

**Keywords:** Pedotransfer function, Saturated hydraulic conductivity, Gravel soils, Inverse hole

---

1,2,3- Farmer MSc Student, Professor and Associate Professor, Department of Water Engineering, College of Agriculture, Ferdowsi University of Mashhad, Respectively  
(\*-Corresponding Author Email: [bijangh@um.ac.ir](mailto:bijangh@um.ac.ir))