

تأثیر گروه‌های بافتی مختلف بر قابلیت برآزش مدل‌های متفاوت منحنی توزیع اندازه ذرات خاک

مصطفی راستگو^۱ - حسین بیات^{۲*} - عبدالله راستگو^۳ - عیسی ابراهیمی^۴

تاریخ دریافت: ۱۳۹۲/۲/۸

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۲/۱۰/۱۶

چکیده

گام مهم در استفاده از توزیع اندازه ذرات (PSD) خاک برای پیش‌بینی منحنی مشخصه رطوبتی خاک تعیین یک منحنی پیوسته صحیح برای آن است. مدل‌های بسیاری برای توصیف منحنی PSD و برآزش بر داده‌های تجربی آن ارائه شده است، اما به ندرت توانایی برآزش تعداد زیادی از آن‌ها در خاک‌های مختلف و گروه‌های بافتی متفاوت مورد بررسی و مقایسه قرار گرفته است. هدف از این پژوهش، بررسی قابلیت برآزش ۱۵ مدل PSD بر داده‌های تجربی و انتخاب بهترین مدل از بین آن‌ها برای کل نمونه‌های خاک و برای هر کدام از گروه‌های بافتی می‌باشد. در این پژوهش ۱۶۰ نمونه خاک رویین و زیرین از استان‌های گیلان، همدان و کرمانشاه برداشت و بعد از تعیین PSD و بافت خاک، به گروه‌های بافتی خاک‌های شنی، لومی و رسی تفکیک شدند. پانزده مدل PSD بر داده‌های تجربی همه نمونه‌ها برآزش شد. دقیق‌ترین مدل یک بار برای کل داده‌ها و یک بار برای هر گروه به تفکیک بر اساس معیارهای ارزیابی خطا انتخاب شدند. نتایج نشان داد که مدل ویبول در کل نمونه خاک‌های بررسی شده و همچنین در گروه‌های بافتی لومی و رسی، بالاترین دقت برآزش را داشت. بعد از مدل ویبول، مدل‌های روسین راملر، ون گنوختن و فردلاندر قرار گرفتند، اما تفاوت معنی داری در سطح ۵ درصد با هم نداشتند. در گروه درشت بافت مدل S شکل^۵، برآزش بهتری نسبت به سایر مدل‌ها داشت. با توجه به نتایج به دست آمده، مشخص می‌گردد که در گروه‌های بافتی مختلف، دقت برآزش مدل‌های متفاوت با هم فرق داشتند.

واژه‌های کلیدی: قابلیت برآزش، گروه‌های بافتی خاک، مدل‌های توزیع اندازه ذرات خاک، مدل ویبول

مقدمه

به مدل‌سازی آن برای پیش‌بینی کل منحنی PSD در خاک توجه کمتری شده است.

مدل‌سازی و بیان ریاضی توزیع اندازه ذرات علاوه بر استفاده برای پیش‌بینی منحنی مشخصه رطوبتی خاک، دارای چندین مزیت دیگر نیز می‌باشد، از جمله: (الف) امکان طبقه بندی خاک‌ها با استفاده از بهترین پارامترهای برآزشی، (ب) تسهیل در جستجوی خاک‌هایی با ویژگی مشابه در بانک‌های اطلاعاتی (۱۲)، (ج) استفاده برای طراحی فیلترهای زهکشی و (د) به دست آوردن پارامترهای مفید خاک از جمله اندازه‌ی مؤثر (d_{10}) و ضریب یکنواختی (۳۷). همچنین PSD دارای همبستگی با بعضی از ویژگی‌های خاک مانند مقاومت و نفوذپذیری می‌باشد (۳۷).

معمولاً، تجزیه‌ی مکانیکی اندازه ذرات خاک شامل اندازه‌گیری جرم سه بخش رس، سیلت و شن و تعیین کلاس بافت با استفاده از مثلث بافت خاک است (۲۲، ۲۵ و ۲۹). ولی نمونه‌هایی که در یک کلاس معین بافت قرار می‌گیرند، ممکن است توزیع اندازه ذرات متفاوتی داشته باشند. برای مثال، کلاس بافتی رس در سیستم طبقه‌بندی USDA در برگیرنده‌ی همه‌ی نمونه‌های خاک با میزان رس

توزیع اندازه ذرات (PSD) خاک یکی از مهم‌ترین ویژگی‌های فیزیکی خاک‌های معدنی است (۵ و ۳۳). توزیع اندازه ذرات خاک حاصل چندین فرایند پیچیده از جمله فرایندهای زمین‌شناسی، فیزیکی، شیمیایی و زیستی می‌باشد (۱۱ و ۲۰). از این ویژگی می‌توان برای پیش‌بینی و تخمین خواص هیدرولیکی خاک‌ها مانند منحنی مشخصه رطوبتی خاک و توابع هدایت هیدرولیکی اشباع و غیر اشباع استفاده نمود (۴، ۱۲، ۱۳، ۱۷ و ۱۹). گام اساسی در استفاده از PSD برای پیش‌بینی منحنی مشخصه رطوبتی خاک تعیین یک منحنی پیوسته صحیح برای آن است. با وجود اهمیت زیاد PSD در خاک‌ها،

۱، ۲ و ۴- به ترتیب دانشجوی کارشناسی ارشد، استادیار و دانشجوی کارشناسی ارشد گروه خاکشناسی، دانشگاه بوعلی سینا، همدان
(*) نویسنده مسئول: (Email: h.bayat@basu.ac.ir)

۳- دانشجوی کارشناسی ارشد گروه برق، دانشگاه کردستان

آن‌ها گزارش کردند که مدل ONL^5 در بین مدل‌های لوگ نرمال (ONL , ORL و SLM)، برازش بهتری در بیشتر کلاس‌های بافتی به جز کلاس شنی داشت. در بررسی هوانگ و همکاران (۲۱)، مدل چهار پارامتری گمپرتز در مقایسه با مدل تک پارامتری جکی در کلاس‌های بافت لوم، لومی رسی و رسی برازش ضعیف‌تری را داشت. این یافته، نشان داد که همیشه افزایش تعداد پارامتر یک مدل نمی‌تواند باعث برازش بهتر آن شود. همچنین آن‌ها گزارش کردند که در بین همه‌ی کلاس‌ها، مدل‌های لوگ نرمال (ONL , ORL و SLM) برای کلاس‌های بافتی رس سیلتی، لوم رسی سیلتی و لوم سیلتی بهترین برازش و برای لوم رسی شنی بدترین برازش را داشتند. نتایج آن‌ها مشابه نتایج بوچان (۷) بود.

هوانگ (۲۲) برازش نه مدل توزیع اندازه ذرات را روی خاک‌های کشور کره مورد بررسی قرار داد. نتایج او نشان داد که مدل چهار پارامتری فردلاند و همکاران (۱۲) بهترین برازش را بر داده‌های تجربی PSD داشت. مدل‌های لگاریتمی، نمایی و لگاریتمی-نمایی برازش‌های مشابه ولی ضعیفی داشتند. مدل ون‌گنوختن (۱۹) نیز در خاک‌های دارای رس زیاد برازش ضعیفی داشت. بنابراین نباید از آن برای توصیف PSD خاک‌های دارای رس بیشتر از ۵۰ درصد استفاده کرد.

ویبولاناندن و همکاران (۳۷) با بررسی دو مدل تانزانیت هایپرپولیک و S شکل و مقایسه ضریب تعیین (R^2) این دو مدل با مدل چهار پارامتری فردلاند و همکاران (۱۲) مشاهده کردند که متوسط ضریب تعیین برای مدل تانزانیت هایپرپولیک و S شکل، ۰/۹۹۶ بود، در حالی که برای مدل فردلاند ۰/۹۹۸ به دست آمد.

تا به حال پژوهش‌های محدودی از مقایسه قابلیت برازش مدل‌های PSD به‌ویژه در گروه‌های بافتی صورت گرفته است. به طوری که قابلیت برازش و مقایسه پانزده مدل به صورت همزمان و منسجم برای گروه‌های بافتی گزارش نشده است. بنابراین هدف این پژوهش بررسی قابلیت برازش ۱۵ مدل PSD بر داده‌های تجربی توزیع اندازه ذرات و انتخاب بهترین مدل برای کل نمونه‌های خاک و برای هر کدام از گروه‌های بافتی خاک‌های شنی، لومی و رسی بود.

مواد و روش‌ها

نمونه‌برداری و تجزیه خاک‌ها

برای انجام این پژوهش تعداد ۱۶۰ نمونه که شامل ۲۹ نمونه از استان کرمانشاه ($35^{\circ}17'N$ - $48^{\circ}24'N$ ، $33^{\circ}41'E$ - $49^{\circ}36'E$)، ۶۹ نمونه از استان همدان ($35^{\circ}48'N$ - $35^{\circ}59'N$ ، $34^{\circ}34'E$ - $34^{\circ}50'E$) و ۶۲ نمونه از استان گیلان (33°

بین ۴۰ تا ۱۰۰ درصد خواهد بود. حال آن‌که حتی تعیین درصد یا نسبت سه جزء اصلی خاک (شن، سیلت و رس) اطلاعات کاملی در مورد توزیع اندازه ذرات خاک در اختیار قرار نمی‌دهد. به همین دلیل از مدل‌های ریاضی PSD استفاده می‌شود (۵، ۱۴ و ۲۹).

یک مدل ریاضی مناسب باید PSD را آن قدر دقیق توصیف کند که تفاوت بین داده‌های مشاهده‌ای و تخمینی را به حداقل برساند (۳۷). لازم به ذکر است که در حالت کلی هر چه تعداد پارامترهای مدل بیشتر باشد، مدل دقت بالاتری خواهد داشت. با وجود این که مدل‌های زیادی برای توزیع اندازه ذرات به کار رفته است، اما کاربرد عملی بسیاری از این معادلات به دلیل پیچیدگی آن‌ها، محدود شده‌اند (۳۷).

توزیع اندازه ذرات خاک، اغلب لوگ نرمال فرض می‌شود (۹) و (۳۴)، اما بوچان (۷) نشان داد که در نیمی از مثلث بافت خاک فرضیه‌ی لوگ نرمال بودن توزیع اندازه ذرات خاک معتبر نیست. زیرا کلاس‌های بافتی دامنه اندازه ذرات وسیعی، از کمتر از ۰/۰۲ میلی‌متر تا نزدیک به ۲ میلی‌متر را شامل می‌شوند. صادقی و همکاران (۲) نیز در تحقیقات خود نشان دادند که مدل توزیع لوگ نرمال نمی‌تواند نمایش دقیقی برای PSD همه کلاس‌های بافتی خاک داشته باشد. فردلاند و همکاران (۱۲) گزارش کردند که محدودیت عمده مدل توزیع لوگ نرمال در استفاده برای نمایش PSD، تقارن آن (در مقیاس لگاریتمی) می‌باشد، در حالی که PSD بسیاری از خاک‌ها این تقارن را نشان نمی‌دهند. بوچان و همکاران (۶) با مقایسه برازش پنج مدل بر ۷۱ نمونه خاک نشان دادند که مدل‌های شیوزوا و کمپل (۳۳) و لوگ نرمال ORL^1 در تعداد عمده‌ای از خاک‌های مورد بررسی بهترین کارایی را داشتند. همچنین مدل تک پارامتری جکی در اکثر خاک‌ها، برازش بهتری نسبت به مدل لوگ نرمال ساده SLM^2 داشت. فردلاند و همکاران (۱۲) دو مدل پارامتریک برای خاک‌های با توزیع اندازه ذرات یک نمایی^۳ و دو نمایی^۴ معرفی و نشان دادند که مدل پیشنهادی آن‌ها برای خاک‌های با دانه‌بندی خوب (خاکی با دانه‌بندی غیر یکنواخت) و خاک‌های با دانه‌بندی ضعیف (خاکی با دانه‌بندی یکنواخت)، اما با مقدار رس بیشتر، مناسب است. هوانگ و همکاران (۲۱) توانایی برازش هفت مدل را در ۱۳۸۷ نمونه خاک برگرفته از بانک اطلاعاتی کشور کره ارزیابی نمودند و گزارش کردند که مدل فردلاند و همکاران (۱۲) با چهار پارامتر از بیشترین کارایی در بخش عمده‌ای از خاک‌های مورد بررسی برخوردار بود و مدل جکی بدترین برازش را داشت. همچنین

1- Offset-Renormalized Lognormal

2- Simple lognormal

3- Unimodal

4- Bimodal

5- Offset-Nonrenormalized Lognormal

$$S = \exp \left\{ -\frac{1}{p^2} \left[\ln \left(\frac{D}{d_0} \right) \right]^2 \right\} \quad (2)$$

در این معادله S جرم تجمعی ذرات با قطر کوچکتر از D و P شاخص توزیع اندازه ذرات که مشخصه آن کشیده نمودن منحنی است. همچنین d_0 بزرگ‌ترین قطر ذرات که برابر ۲۰۰۰ میکرومتر می‌باشد. ۳- مدل ون گنوختن

هاورکمپ و پارلانگ (۱۹) مدل ون گنوختن را برای پیش‌بینی PSD استفاده نمودند.

$$F(d_p) = \left[1 + \left(\frac{k_1}{d_p} \right)^{k_2} \right]^{-k_3} \quad k_3 = 1 - \frac{1}{k_2} \quad (3)$$

در این معادله $F(d_p)$ جرم تجمعی ذرات با قطر کوچکتر از d_p (mm) و k_1 ، k_2 و k_3 پارامترهای معادله می‌باشند. ۴- مدل لوگ نرمال ساده (SLM)

بوچان و همکاران (۶) از شکل تجمعی تابع گوسی برای پیش‌بینی PSD بر پایه روابط زیر استفاده نمودند:

$$F(x) = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \operatorname{erf} \left(\frac{x - \mu}{\sigma \sqrt{2}} \right) \right\} \quad x > \mu$$

$$F(x) = \frac{1}{2} \left\{ 1 - \operatorname{erf} \left(\frac{x - \mu}{\sigma \sqrt{2}} \right) \right\} \quad x \leq \mu \quad (4)$$

$x = \ln(d)$
 $F(x)$ جرم تجمعی، μ میانگین x ، σ انحراف استاندارد x ، x برابر با $\ln d$ است که d قطر ذرات و $\operatorname{erf} []$ تابع خطا می‌باشد که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt \quad (5)$$

۵- مدل لوگ نرمال ORL

شیوزاوا و کمپل (۳۳) شکل تغییر یافته‌ای از مدل لوگ نرمال را با معرفی یک اریب یا پارامتر جابجایی پیشنهاد نمودند:

$$G(x) = (1 - \varepsilon) \times F(x) + \varepsilon \quad (6)$$

$G(x)$ جرم تجمعی اصلاح شده و $F(x)$ جرم تجمعی معادله SLM است. همچنین ε پارامتر معادله می‌باشد.

۶- مدل لوگ نرمال ONL

بوچان و همکاران (۶) شکل تغییر یافته‌ای از مدل لوگ نرمال را با معرفی یک پارامتر تنظیم شده پیشنهاد نمودند:

$$G(x) = F(x) + c \quad (7)$$

$G(x)$ جرم تجمعی اصلاح شده و $F(x)$ جرم تجمعی در مدل SLM و c پارامتر این معادله می‌باشد که هدف از اضافه شدن این پارامتر،

$38^\circ - 34^\circ - 36^\circ$ جمع‌آوری گردید. نمونه‌برداری در لایه سطحی از عمق ۳۵-۱۰ سانتی‌متری و در لایه زیر سطحی از عمق ۴۵-۲۰ سانتی‌متری از سری‌های مشخص خاک‌ها انجام گرفت. چون عمق لایه سطحی و زیر سطحی در نقاط مختلف متفاوت بود و با توجه به این که نمونه‌برداری در هر محل از مرکز هر لایه انجام شد، بنابراین عمق نمونه‌برداری نیز در نقاط مختلف متفاوت بود. سپس نمونه‌ها به آزمایشگاه منتقل شدند. برای به‌دست آوردن منحنی توزیع اندازه ذرات (PSD)، خاک را هوا خشک کرده و پس از کوبیدن، از الک ۲ mm گذرانده شد. برای به‌دست آوردن اجزای ذرات شن از الک خشک و برای به‌دست آوردن اجزای دانه‌های سیلت و رس از روش هیدرومتری بهره‌گیری شد (۱۴). برای به‌دست آوردن ۱۲ نقطه از منحنی PSD در دامنه قطری کوچک‌تر از ۰/۰۵ mm قرائت هیدرومتر در زمان‌های ۳۰ ثانیه، ۱، ۳، ۱۰، ۳۰، ۶۰، ۹۰، ۱۲۰، ۳۰۰، ۶۰۰ و ۱۴۴۰ و ۲۸۸۰ دقیقه انجام گرفت. پس از انجام قرائت‌های هیدرومتر برای جداسازی دانه‌های شن از رس و سیلت آنچه درون سیلندر بود روی الک ۵۳ μm ریخته شد. سپس دانه‌های شن باقی مانده در دامنه‌های قطری شن خیلی ریز (۰/۰۵ تا ۰/۱ mm)، شن ریز (۰/۱ تا ۰/۲۵ mm)، شن میانه (۰/۲۵ تا ۰/۵ mm)، شن درشت (۰/۵ تا ۱ mm) و شن خیلی درشت (۱ تا ۲ mm) از طریق الک خشک به مدت ۳ دقیقه جداسازی شدند (۱۴).

پانزده مدل PSD بر داده‌های تجربی توزیع اندازه ذرات برآزش داده شدند. کل نمونه‌ها به سه گروه بافتی خاک‌های رسی (رسی و رس سیلتی)، خاک‌های لومی (لوم سیلتی، لوم رسی، لوم شنی، لوم رسی سیلتی و لوم) و خاک‌های شنی (شن لومی) بر اساس سیستم طبقه‌بندی وزارت کشاورزی آمریکا (USDA) تقسیم شدند. ارزیابی دقت مدل‌ها یک بار برای کل نمونه‌ها و یک بار هم برای هر کدام از گروه‌های بافتی انجام شد.

مدل‌های توزیع اندازه ذرات

۱- مدل روسین و راملر^۱

این مدل توسط روسین و راملر (۳۰) به صورت زیر بیان شد:

$$F(d) = 1 - \exp(-k_1 \times d_p^{k_2}) \quad (1)$$

در این معادله $F(d)$ جرم تجمعی ذرات با قطر کوچکتر از d_p و k_1 و k_2 پارامترهای معادله می‌باشند. همچنین d_p قطر ذرات بر حسب میلی‌متر است.

۲- مدل جکی^۲

جکی (۲۳) یک مدل ساده لگاریتمی برای توزیع اندازه ذرات رسوبات ارائه نمود:

1- Rosin and Rammler

2- Jaky

پارامتر مشخص کننده نقطه عطف منحنی و مرتبط با اولین نقطه شکست منحنی است، d_{gr} ، پارامتر مرتبط با تندترین شیب منحنی است (به عبارت دیگر نشان دهنده یکنواختی توزیع اندازه ذرات است)، d_{gr} ، مرتبط با شکل منحنی در دامنه ذرات ریز منحنی، پارامتر مرتبط با مقدار ذرات ریز خاک، d ، قطر ذرات خاک و d_m قطر حداقل اندازه مجاز ذره در مدل است.

۱۱- مدل نمایی^۶

گیمنز و همکاران (۱۵) در پژوهش خود از این مدل برای پیش بینی PSD استفاده نمودند.

$$F(d) = c \times d^{-\beta} \quad (۱۲)$$

در این معادله نیز $F(d)$ جرم تجمعی ذرات با قطر کوچکتر از d (mm) و c و β پارامترهای معادله می باشند.

۱۲- مدل لگاریتمی^۷

ژانگ و همکاران (۳۹) در پژوهش خود از این مدل برای پیش بینی PSD استفاده نمودند:

$$F(d) = a \times (\ln d) + b \quad (۱۳)$$

در این معادله $F(d)$ ، جرم تجمعی ذرات با قطر کوچکتر از d (mm) و a ، b پارامترهای معادله می باشند.

۱۳- مدل سه پارامتری ویبول^۸

بر پایه تابع توزیع احتمالات ویبول، احتمال وجود ذره ای با اندازه d_i در جامعه ذرات خاک با رابطه زیر مشخص می شود (۲۴ و ۲۶):

$$M(d \leq d_i) = A - \exp \left[- \left(\frac{d_i}{\beta} \right)^\alpha \right] \quad (۱۴)$$

که در آن $M(d \leq d_i)$ جرم تجمعی ذرات خاک با قطر کوچکتر یا مساوی d_i ؛ پارامتر برازش، α و β به ترتیب پارامترهای شکل و مقیاس بوده و منطبق با گشتاورهای توزیع ویبول هستند.

۱۴- مدل تانژانت هایپربولیک^۹

ویبولانندن و همکاران (۳۷) مدل زیر را برای پیش بینی PSD معرفی نمودند:

$$\frac{P}{100} = (0.5) \times \left[1 + \tan h \left(\frac{d-A}{C} \right) \right] \quad (۱۵)$$

در این معادله P درصد وزنی ذرات، d (mm) اندازه ذرات و A و C پارامترهای معادله هستند. $\tan h(x)$ به صورت زیر تعریف می شود:

$$\tan h(x) = \frac{\sin h(x)}{\cos h(x)} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \quad (۱۶)$$

- 6- Exponential
- 7- Logarithm
- 8- Weibull
- 9- Hyperbolic

برازش بهتر بر روی داده ها است.

یوچان و همکاران (۶) دلایل زیر را برای معرفی این مدل ارائه کردند: الف) این مدل توانایی برازش در کل اندازه ذرات را دارد، و ب) با تنظیم پارامتر c در حد بالایی ذرات رس (۲ میکرومتر) توزیع اندازه ذرات رس که ممکن است در خاک های با مقدار زیاد رس مهم باشند؛ در شبیه سازی در نظر گرفته می شوند.

۷- مدل گمپرتز^۱

نمس و همکاران (۲۷) از این مدل برای پیش بینی PSD در مطالعه خود استفاده نمودند:

$$p = a + b \times \exp \{ - \exp [- c(D - d)] \} \quad (۸)$$

در این معادله P جرم تجمعی اندازه ذرات با قطر کوچکتر از D (mm) و a ، b ، c و d پارامترهای معادله می باشند.

۸- مدل توانی - نمایی^۲

پاسیکاتان و همکاران (۲۸) در پژوهش خود از این مدل برای پیش بینی PSD استفاده نمودند:

$$F(d_p) = \exp(-\beta_1 \times d_p^{\beta_2}) \quad (۹)$$

در این معادله $F(d_p)$ جرم تجمعی ذرات با قطر کوچکتر از d_p (mm) و β_1 ، β_2 پارامترهای معادله هستند.

۹- مدل شامن^۳

پاسیکاتان و همکاران (۲۸) از مدل دیگری نیز برای پیش بینی PSD در مطالعات خود استفاده نمودند:

$$F(d) = \left(\frac{d_p}{d_{pMax}} \right)^\beta \quad (۱۰)$$

که در این معادله $F(d)$ جرم تجمعی ذرات با قطر کوچکتر از d_p (mm) و β پارامتر معادله می باشد.

۱۰- مدل چهار پارامتری فردلانند^۴

فردلانند و همکاران (۱۲) از یک تابع ریاضی چهار پارامتری تک نمایی^۵ برای پیش بینی PSD خاک هایی با دانه بندی خوب (خاک هایی با دانه بندی غیر یکنواخت که دامنه وسیعی از اندازه ذرات در آن وجود دارد) استفاده کردند:

$$P = \left\{ \frac{1}{\left[\ln \left[\exp(1) + \left(\frac{a_{gr}}{d} \right)^{n_{gr}} \right] \right]^{m_{gr}}} \right\} \times \left\{ 1 - \left(\frac{\ln(1 + \frac{d_{gr}}{d})}{\ln(1 + \frac{d_{gr}}{d_m})} \right)^7 \right\} \quad (۱۱)$$

در معادله فوق P جرم تجمعی ذرات خاک با قطر کوچکتر از d ، a_{gr} ،

- 1- Gompertz
- 2- Exponential power
- 3- Schumann
- 4- Fredlund
- 5- Unimodal

ویبولانندن و همکاران، (۳۷) مدل دیگری نیز معرفی نمودند:

$$\frac{P}{100} = e^{-nx} \quad (17)$$

$$x = \left[k \times \ln\left(\frac{d}{d_{\min}}\right) \right]^{\frac{d}{d_a}}$$

در این معادله P درصد وزنی ذرات و d اندازه ذرات و k و n و d_a پارامترهای معادله هستند و $d_{\min}=0.001\text{mm}$ می‌باشد.

چگونگی بهینه‌سازی پارامترها برای برازش مدل‌ها

از روش رگرسیون غیر خطی تکرارپذیر^۱ برای یافتن مقدار پارامترها به گونه‌ای که بهترین برازش بین مدل‌های PSD و داده‌های تجربی به دست آید، استفاده شد (۲۱). برای این روش از عملگر SOLVER در نرم‌افزار اکسل که چگونگی استفاده از آن در مدل‌سازی توسط رایت و آر (۳۸) شرح داده شده است، استفاده گردید. بر اساس روش میلان و همکاران (۲۴) مقایسه مدل‌ها از طریق مقایسه میانگین بین آماره‌های ارزیابی دقت مدل‌ها انجام شد که بدین منظور از نرم افزار SAS 9.1 با آزمون دانکن استفاده شد. در واقع برای این مقایسه میانگین هر کدام از آماره‌ها به عنوان یک متغیر در نظر گرفته شد که برای هر خاک و هر مدل مقدار مشخصی به دست آمده بود. به عنوان مثال آماره ضریب تعیین نمونه‌های مختلف به عنوان یک متغیر برای مدل‌های متفاوت مقایسه شد.

مقایسه دقت مدل‌ها

پانزده مدل مختلف PSD، بر داده‌های توزیع اندازه ذرات خاک برازش داده شدند. در این پژوهش دقت برازش مدل‌ها به داده‌ها، با سه معیار ضریب تعیین تصحیح شده (Ra^2) (۳۱)، ریشه میانگین مربعات خطا $(RMSE)$ (۳۱) و معیار اطلاعات آکایک اصلاح شده (AIC_c) (۸) مورد ارزیابی قرار گرفت.

معیار آکایک از رابطه زیر قابل محاسبه می‌باشد:

$$AIC_c = N \times \ln(MSE) + 2 \times K + \frac{2K(K+1)}{N-K-1} \quad (18)$$

که در آن AIC_c معیار اطلاعات آکایک اصلاح شده، MSE میانگین مربعات خطا، N، تعداد داده‌های اندازه‌گیری شده برای هر خاک و K، تعداد ضرایب مدل PSD است، که به دلیل برآورد کردن واریانس، به جای آن K+1 مورد استفاده قرار گرفت. میانگین مربعات خطا به

صورت زیر تعیین شد:

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^N (Y_i - Y_p)^2}{N} \quad (19)$$

که در آن Y_i و Y_p به ترتیب جرم تجمعی ذرات اندازه‌گیری شده و برآورد شده می‌باشند.

ریشه میانگین مربعات خطا (RMSE):

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (Y_i - Y_p)^2}{N}} \quad (20)$$

ضریب تعیین تصحیح شده (Ra^2) :

ارزش ضریب تعیین (R^2) معمولاً (اما نه همیشه) با افزایش تعداد پارامترها (K) زیاد می‌گردد. بنابراین لازم است مشخص گردد که آیا توانایی یک مدل در برازش بهتر بر داده‌های اندازه‌گیری شده به ذات مدل بستگی دارد و یا آن که فقط ناشی از افزایش تعداد پارامترها است. به این علت از ضریب تعیین تصحیح شده، Ra^2 ، برای حذف اثر تعداد پارامترها استفاده شد و برای مقایسه مدل‌های دارای تعداد متفاوت پارامترها یا مشاهده‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد (۳۰).

$$Ra^2 = 1 - \left(\frac{N-1}{N-K} \right) \frac{SSE}{SST} \quad (21)$$

SSE مجموع مربعات خطا و SST مجموع مربعات کل مقادیر اندازه‌گیری شده می‌باشد. آماره RMSE، ترکیبی از هر دو اثر آریب و صحت است. هر مدلی که دارای کمترین RMSE باشد در مقایسه با دیگر مدل‌ها از دقت بیشتری برخوردار است. در معیار اطلاعات آکایک، مدلی که دارای کوچک‌ترین ارزش AIC_c باشد به عنوان بهترین مدل انتخاب خواهد شد.

تجزیه کلاستر

کلارک و همکاران (۱۰) بیان کردند که هیچ نوع آزمون آماری برای تعیین تعداد مناسب کلاسترها وجود ندارد و کلاسترها بر اساس یک فاصله نسبی پدید خواهند آمد. برای رسم این نمودارها از آماره RMSE استفاده شد. برای کلاس‌بندی بین مدل‌ها در نمودار ایجاد شده بایستی یک سطح برش را در نظر گرفته و مدل‌هایی که در یک شاخه قرار می‌گیرند در یک کلاس خواهند بود. به هر اندازه که این سطح برش را بالاتر ببریم مدل‌ها در تعداد کلاس‌های کمتری قرار می‌گیرند و نهایتاً در یک سطح مشخص تمام مدل‌ها در یک کلاس قرار خواهند گرفت که در این حالت تفاوتی بین مدل‌ها دیده نمی‌شود. هر چه قدر سطح مبنای سنجش پایین‌تر در نظر گرفته شود به تعداد کلاس‌ها افزوده و از تعداد مدل‌های هر کلاس کاسته و تفاوت در بین

1- Iterative nonlinear regression

2- Adjusted Coefficient of determination

3- Root Mean Square Error

4- Akaike Information Criteria

مقایسه با سایر مدل‌ها نشان دادند. حتی تفاوت بین مدل‌های SLM و گمپرتز با مدل ONL در سطح ۵ درصد معنی‌دار بود و در نمودار تجزیه کلاستر مدل ONL به تنهایی در یک کلاس قرار گرفت و مدل‌های SLM و گمپرتز نیز در یک کلاس قرار گرفتند.

آماره AIC_c

نتایج AIC_c طبق جدول ۲ نشان داد که مدل ویبول در کل نمونه خاک‌های بررسی شده دارای کمترین مقدار AIC_c بود، که نشان‌دهنده مطلوبیت (دقت بیشتر و تعداد مناسب پارامتر) این مدل نسبت به دیگر مدل‌ها می‌باشد. این تفاوت با تمامی مدل‌ها به جز مدل‌های روسین راملر و ون گنوختن در سطح ۵ درصد معنی‌دار بود. در ادامه مدل فردلاندر قرار داشت، اما تفاوت معنی‌داری در سطح ۵ درصد با مدل‌های ون گنوختن و توانی نمی‌داشت. این نتیجه با نتایج هوانگ (۲۲) که مدل فردلاندر را نسبت به مدل ون گنوختن دقیق‌تر معرفی نموده بود همخوانی نداشت. با این وجود هوانگ (۲۲) بیان کرد که مدل‌های ویبول و ون گنوختن دقت برازش خوبی داشتند و در نتایج ما نیز از دقت قابل قبولی برخوردار بودند. تفاوت معنی‌دار در سطح ۵ درصد بین مدل‌های S، ORL، شکل و هایپربولیک مشاهده نشد. مدل ORL دقت پیش‌بینی بالاتری (معنی‌داری در سطح ۵ درصد) نسبت به دو مدل SLM و ONL داشت. همچنین مدل ONL ضعیف‌ترین (معنی‌دار در سطح ۵ درصد) دقت پیش‌بینی را در بین سایر مدل‌ها داشت. هاگن و همکاران (۱۸) نشان دادند که مدل‌های توزیع لوگ نرمال در برازش کامل بر داده‌های اندازه‌گیری شده توزیع اندازه ذرات در دو انتهای منحنی PSD شکست می‌خورند. از دلایل این محدودیت‌ها می‌توان به توزیع اغلب نامتقارن و یا دو نمایی اندازه ذرات (۱۲) و همچنین نبودن تعداد داده کافی در دامنه اندازه ذرات رس خاک (۶)، اشاره کرد.

آماره Ra²

نتایج Ra² در جدول ۲ نشان داد که مدل‌های ویبول، روسین راملر، ون گنوختن، فردلاندر و همچنین مدل‌های توانی-نمایی و جکی در یک گروه قرار گرفتند و تفاوت معنی‌داری در سطح ۵ درصد با هم نداشتند. این گروه‌بندی با گروه‌بندی بر اساس دو آماره قبلی منطبق نیست. بنابراین بر اساس Ra² این مدل‌ها از دقت یکسانی برخوردار هستند. شاید علت نتیجه بدست آمده این باشد که آماره Ra² ابزار قدرتمندی برای تمایز مدل‌های غیرخطی نیست (۶). بنابراین لازم است از آماره‌های دیگری که از قدرت بالاتری در تمایز آماری بین مدل‌ها برخوردار هستند، استفاده نمود. مدل فردلاندر دارای Ra² بالاتری (معنی‌دار در سطح ۵ درصد) نسبت به مدل S شکل و هایپربولیک بود، که با نتایج ویبولانانیدن و همکاران (۳۷) مطابقت

مدل‌ها به سمت حدکثر میل خواهد کرد. رسم این نمودارها به کمک نرم افزار SPSS 18 با روش وارد^۱ صورت گرفته است. همچنین برای تعیین فاصله بین گروه‌ها از روش اوقلیدسی^۲ استفاده شد.

نتایج و بحث

در جدول ۱ آماره‌های توصیفی اجزای رس، سیلت و شن به ترتیب برای کل نمونه‌های خاک و تمام گروه‌های بافتی آورده شده است. در شکل ۱ نیز توزیع نمونه خاک‌های مطالعه شده در مثلث بافت خاک نمایش داده شده است. بر اساس جدول ۱ اجزای بافتی دارای دامنه‌ی وسیعی بودند. این دامنه وسیع، پراکندگی نمونه‌ها در داخل کلاس‌ها را نشان می‌دهد. بر اساس شکل ۱، نمونه‌های مورد بررسی توزیع خوبی داشته و از ۱۲ کلاس بافتی به جز کلاس‌های، رس شنی، لوم رسی شنی، سیلت و شن بقیه کلاس‌ها را پوشش دادند.

مقایسه کارایی مدل‌ها برای کل نمونه‌های خاک

مقایسه میانگین آماره‌های ارزیابی دقت مدل‌ها در برازش منحنی توزیع اندازه ذرات خاک برای کل نمونه‌های خاک در جدول ۲ نشان داده شده است. مدل‌ها به ترتیب کمتر بودن RMSE مرتب شده‌اند. همچنین نمودار تجزیه کلاستر در شکل ۲ نمایش داده شده است.

آماره RMSE

نتایج RMSE در جدول ۲ نشان داد که مدل ویبول در کل نمونه خاک‌های مطالعه شده دارای بالاترین دقت بود. این مدل از نظر دیگر آماره‌های مورد بررسی نیز در سطح بالایی از دقت قرار گرفت. بعد از مدل ویبول مدل‌های روسین راملر، ون گنوختن و فردلاندر قرار گرفتند. این سه مدل به همراه مدل ویبول در نمودار تجزیه کلاستر در یک کلاس قرار گرفتند و تفاوت معنی‌داری در سطح ۵ درصد با هم نداشتند. مدل جکی دقت برازش بهتری نسبت به مدل‌های ORL، SLM و ONL از خود نشان داد. به طوری که این تفاوت با هر سه مدل در سطح ۵ درصد معنی‌دار بود. این نتیجه با نتیجه بوچان و همکاران (۶) مطابقت داشت. در نمودار تجزیه کلاستر مدل جکی به همراه مدل توانی-نمایی در یک کلاس قرار گرفتند. مدل روسین راملر دقت بالاتری (معنی‌دار در سطح ۵ درصد) نسبت به مدل‌های توزیع لوگ نرمال (ORL، SLM و ONL) داشت. نتیجه مشابهی نیز توسط گرکزا (۱۶) گزارش شده است. مدل‌های SLM، گمپرتز و ONL ضعیف‌ترین دقت پیش‌بینی (معنی‌دار در سطح ۵ درصد) را در

1- Ward's Method
2- Euclidean distance

جدول ۱- ویژگی‌های آماری اجزای بافتی برای گروه‌های بافتی مختلف و برای کل نمونه‌های خاک

گروه بافتی	رس (%)			سیلیت (%)			شن (%)		
	پیشینه	انحراف استاندارد	میانگین	پیشینه	انحراف استاندارد	میانگین	پیشینه	انحراف استاندارد	میانگین
رسی	۶۷/۲	۴۰/۴	۵۲/۱	۲۶	۱۶	۳۳/۶	۳۳/۵	۷/۲	۱۳/۲
لومی	۳۹	۰/۴	۱۸/۹	۱۳/۲	۱۵/۵	۴۸/۳	۳۴/۴	۷/۹	۳۲/۷
شتی	۶/۶	۶/۱	۶/۳	۱۳/۴	۱۲/۵	۱۲/۹	۸۱/۳	۷۹/۸	۸۰/۶
کل نمونه خاک	۶۷/۲	۰/۴۵	۲۰/۸	۱۳/۲	۱۲/۵	۴۶/۹	۸۱/۳	۷/۲	۳۲/۱

دارد. مدل‌های SLM، گمپرتز و ONL برآزش ضعیفی (معنی‌دار در سطح ۵ درصد) در مقایسه با سایر مدل‌ها داشتند. حتی تفاوت بین مدل‌های ONL و گمپرتز با مدل SLM در سطح ۵ درصد معنی‌دار بود.

مقایسه کارایی مدل‌ها در گروه‌های بافتی خاک

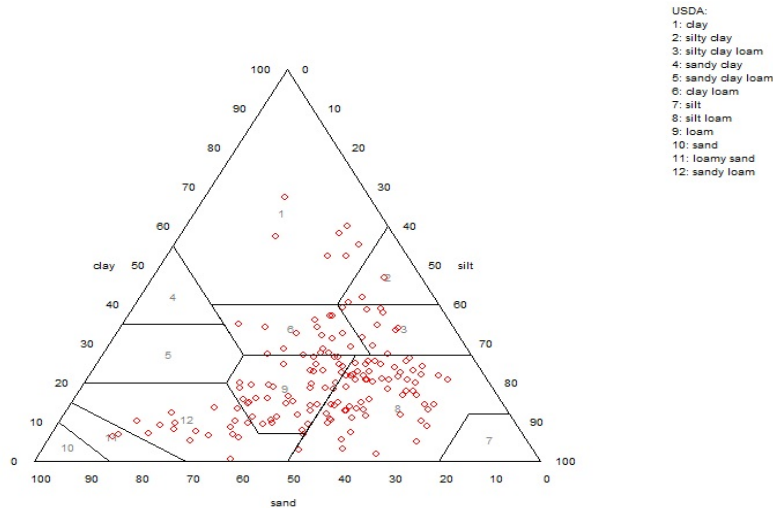
جدول ۳ مقایسه دقت مدل‌ها برای پیش‌بینی PSD در گروه بافتی رسی را نشان می‌دهد. همچنین نمودار تجزیه کلاستر نیز در شکل ۳ نشان داده شده است. نتایج نشان داد که مدل ویبول از نظر هر سه آماره‌ی ارزیابی در بالاترین سطح دقت قرار داشت و از نظر آماره RMSE به جز مدل‌های روسین راملر، ون‌گنوختن، جکی، توانی-نمایی و ORL تفاوت آن با سایر مدل‌ها در سطح ۵ درصد معنی‌دار بود. در نمودار تجزیه کلاستر نیز مدل‌های ویبول، روسین راملر و ون‌گنوختن در یک کلاس و مدل‌های جکی، توانی-نمایی و ORL نیز در یک کلاس قرار گرفتند. مدل‌های ONL و گمپرتز دقت پیش‌بینی ضعیف‌تری (معنی‌دار در سطح ۵ درصد) نسبت به مدل‌های دیگر به لحاظ هر سه آماره AIC_c ، RMSE و Ra^2 داشتند و در نمودار تجزیه کلاستر هر کدام در یک کلاس مجزا قرار گرفتند. این دو مدل از نظر آماره AIC_c تفاوت معنی‌داری در سطح ۵ درصد با هم نداشتند. در این گروه بافتی مدل جکی تک پارامتری از نظر هر سه آماره ارزیابی نتایج قابل قبول‌تری (معنی‌دار در سطح ۵ درصد) نسبت به مدل‌های با پارامترهای بیشتر مانند مدل گمپرتز با چهار پارامتر و مدل ONL با سه پارامتر داشت. پس می‌توان نتیجه گرفت که همیشه با افزایش تعداد پارامترهای یک مدل دقت آن افزایش نمی‌یابد. این نتایج با نتایج بررسی هوانگ (۲۲) که مدل ون‌گنوختن را برای خاک‌های دارای رس زیاد مناسب نمی‌دانست، متفاوت بود. در این خاک‌ها آماره AIC_c به بهترین نحو تفاوت بین مدل‌ها را نشان داد، در حالی که آماره‌ی Ra^2 قابلیت تفکیک خوبی را نشان نداد.

جدول ۴ مقایسه دقت پیش‌بینی مدل‌ها برای گروه بافتی خاک‌های لومی را نشان می‌دهد. همچنین نمودار تجزیه کلاستر در شکل ۴ نشان داده شده است. نتایج نشان داد که مدل ویبول از نظر هر سه آماره ارزیابی بالاترین دقت برآزش را داشت و از نظر آماره RMSE به جز مدل‌های فردلاندر، روسین راملر، ون‌گنوختن و توانی-نمایی تفاوت آن با سایر مدل‌ها در سطح ۵ درصد معنی‌دار بود و این مدل‌ها در نمودار تجزیه کلاستر نیز در یک کلاس قرار گرفتند. مدل ONL دقت برآزش ضعیف‌تری (معنی‌دار در سطح ۵ درصد) نسبت به سایر مدل‌ها از نظر آماره‌های RMSE و AIC_c داشت و در نمودار تجزیه کلاستر در یک کلاس قرار گرفت.

دو مدل گمپرتز و ONL از نظر آماره Ra^2 نیز ضعیف‌ترین نتایج را نشان دادند که تفاوت آن‌ها با سایر مدل‌ها در سطح ۵ درصد معنی‌دار بود. در این گروه بافتی باز هم مدل تک پارامتری جکی دقت

فردلاند دارای Ra^2 بالاتری (معنی‌دار در سطح ۵ درصد) نسبت به مدل S شکل و تانژانت هایپربولیک بود که با نتایج ویولاناندن و همکاران (۳۷) مطابقت دارد.

برآزش بالاتری (معنی‌دار در سطح ۵ درصد) نسبت به مدل‌های با پارامترهای بیشتر مانند مدل گمپرتز با چهار پارامتر (از نظر هر سه آماره ارزیابی) و مدل‌های ONL (از نظر هر سه آماره ارزیابی) و ORL (از نظر آماره‌های RMSE و AIC_c) با سه پارامتر داشت. مدل



شکل ۱ - توزیع نمونه خاک‌های مطالعه شده در مثلث بافت خاک

جدول ۲ - مقایسه دقت مدل‌ها برای پیش‌بینی PSD برای کل نمونه‌های خاک

مدل	Ra^2		AIC_c		RMSE	
	میانگین	انحراف استاندارد	میانگین	انحراف استاندارد	میانگین*	انحراف استاندارد
ویول	۰/۹۷۲ ^a	۰/۰۷۸	-۱۰/۵ ^a	۱۷/۵	۰/۰۳۹ ^a	۰/۰۲۶
روسین‌راملر	۰/۹۷۰ ^{ab}	۰/۰۶۳	-۱۰/۴ ^a	۱۷/۱	۰/۰۴۳ ^{ab}	۰/۰۲۴
ون گنوختن	۰/۹۶۷ ^{ab}	۰/۰۶۸	-۱۰/۲ ^{ab}	۱۶/۲	۰/۰۴۴ ^{ab}	۰/۰۲۵
فردلاند	۰/۹۴۳ ^{abc}	۰/۱۷۸	-۹۸/۹ ^b	۱۷/۲	۰/۰۴۵ ^{ab}	۰/۰۳۳
توان-نمایی	۰/۹۳۳ ^{abcd}	۰/۳۲۴	-۹۹/۱ ^b	۱۷/۶	۰/۰۵۲ ^b	۰/۰۴۷
جکی	۰/۹۴۲ ^{abc}	۰/۰۶۹	-۹۳/۴ ^c	۱۹/۷	۰/۰۶۳ ^c	۰/۰۳۰
لگاریتم	۰/۹۱۸ ^{bcde}	۰/۰۷۶	-۸۴/۸ ^d	۱۸/۳	۰/۰۷۵ ^d	۰/۰۳۳
ORL	۰/۹۱۳ ^{cde}	۰/۰۹۷	-۷۹/۸ ^e	۱۲/۴	۰/۰۷۶ ^d	۰/۰۲۹
S شکل	۰/۸۷۸ ^{ef}	۰/۱۵۸	-۷۸/۹ ^e	۲۰/۹	۰/۰۸۴ ^{de}	۰/۰۵۱
هایپربولیک	۰/۸۸۲ ^{def}	۰/۰۹۹	-۷۶/۲ ^e	۱۰/۳	۰/۰۹۰ ^e	۰/۰۲۷
نمایی	۰/۸۴۰ ^{fg}	۰/۰۹۳	-۷۰/۹ ^f	۱۴/۶	۰/۱۱۰ ^f	۰/۰۳۸
شامن	۰/۸۰۳ ^g	۰/۱۰۲	-۶۸/۸ ^{fg}	۱۳/۸	۰/۱۲۳ ^g	۰/۰۴۰
SLM	۰/۷۲۸ ^h	۰/۲۱۰	-۶۲/۵ ^h	۹/۹	۰/۱۳۳ ^h	۰/۰۴۲
گمپرتز	۰/۵۵۰ ⁱ	۰/۵۴۹	-۶۶/۲ ^{gh}	۲۷/۲	۰/۱۳۷ ^h	۰/۱۰۴
ONL	۰/۵۵۱ ⁱ	۰/۳۱۷	-۵۴/۶ ⁱ	۱۶/۲	۰/۱۶۶ ⁱ	۰/۰۶۴

*-حروف کوچک انگلیسی در جدول، نتایج مقایسه میانگین را نشان می‌دهند. در هر ستون حداقل یک حرف مشابه نشان دهنده عدم تفاوت معنی‌دار بین مدل‌ها است.

شکل از نظر آماره‌های RMSE و AIC_c دقت پیش‌بینی بالاتری (معنی‌دار در سطح ۵ درصد) نسبت به مدل‌های دیگر داشت و در نمودار تجزیه کلاستر در یک کلاس قرار گرفت.

جدول ۵ مقایسه دقت مدل‌ها برای پیش‌بینی PSD در گروه بافتی شنی را نشان می‌دهد. همچنین نمودار تجزیه کلاستر نیز در شکل ۵ نشان داده شده است. نتایج این گروه بافتی نسبت به دو گروه بافتی قبل متفاوت است. به طوری که در این گروه بافتی مدل S

جدول ۳- مقایسه دقت مدل‌ها برای پیش‌بینی PSD در گروه بافتی رسی

RMSE		AIC _c		Ra ²		مدل
میانگین*	انحراف استاندارد	میانگین	انحراف استاندارد	میانگین	انحراف استاندارد	
۰/۰۲۸ ^a	۰/۰۱۰	-۱۱۷/۱ ^a	۲۱/۳	۰/۹۷۳ ^a	۰/۰۲۳	ویبول
۰/۰۲۹ ^a	۰/۰۱۰	-۱۱۷/۷ ^a	۲۰/۴	۰/۹۷۳ ^a	۰/۰۲۳	روسین‌راملر
۰/۰۳۳ ^a	۰/۰۱۰	-۱۱۴/۳ ^a	۱۸/۸	۰/۹۶۷ ^a	۰/۰۲۵	ون‌گنوختن
۰/۰۴۵ ^{ab}	۰/۰۱۹	-۱۰۶/۶ ^a	۲۳/۵	۰/۹۳۶ ^{ab}	۰/۰۵۰	جکی
۰/۰۵۱ ^{abc}	۰/۰۷۶	-۱۰۹/۹ ^a	۲۵/۹	۰/۷۳۰ ^{abc}	۰/۷۸۷	توان-نمایی
۰/۰۵۹ ^{abc}	۰/۰۰۹	-۸۹/۰ ^b	۱۱/۵	۰/۹۰۱ ^{ab}	۰/۰۲۸	ORL
۰/۰۶۶ ^{bcd}	۰/۰۲۰	-۸۹/۹ ^b	۱۷/۹	۰/۸۷۳ ^{ab}	۰/۰۷۲	لگاریتم
۰/۰۶۹ ^{bcd}	۰/۰۳۶	-۸۰/۸ ^{bc}	۱۷/۶	۰/۸۲۶ ^{abc}	۰/۱۹۸	شکل S
۰/۰۷۱ ^{bcd}	۰/۰۱۰	-۸۵/۳ ^b	۱۱/۷	۰/۸۵۶ ^{abc}	۰/۰۵۶	هایپربولیک
۰/۰۷۸ ^{bcd}	۰/۰۷۳	-۸۹/۵ ^b	۲۵/۱	۰/۶۸۰ ^{bc}	۰/۵۲۸	فردلاند
۰/۰۸۳ ^{cd}	۰/۰۲۱	-۸۱/۳ ^{bc}	۱۵/۱	۰/۸۰۷ ^{abc}	۰/۰۸۱	نمایی
۰/۰۹۶ ^{de}	۰/۰۲۲	-۷۸/۰ ^{bc}	۱۳/۴	۰/۷۴۹ ^{abc}	۰/۰۸۸	شامن
۰/۱۱۸ ^e	۰/۰۳۰	-۶۷/۴ ^c	۵/۴	۰/۵۹۴ ^c	۰/۲۱۸	SLM
۰/۱۷۹ ^f	۰/۰۲۶	-۵۰/۸ ^d	۸/۰	۰/۱۴۹ ^d	۰/۰۶۷	ONL
۰/۲۱۵ ^g	۰/۰۳۱	-۴۳/۰ ^d	۷/۴	۰/۰۰۰ ^e	۰/۰۳۱	گمپرتز

*- حروف کوچک انگلیسی در جدول، نتایج مقایسه میانگین را نشان می‌دهند. در هر ستون حداقل یک حرف مشابه نشان دهنده عدم تفاوت معنی‌دار بین مدل‌ها است.

جدول ۴- مقایسه دقت مدل‌ها برای پیش‌بینی PSD در گروه بافتی لومی

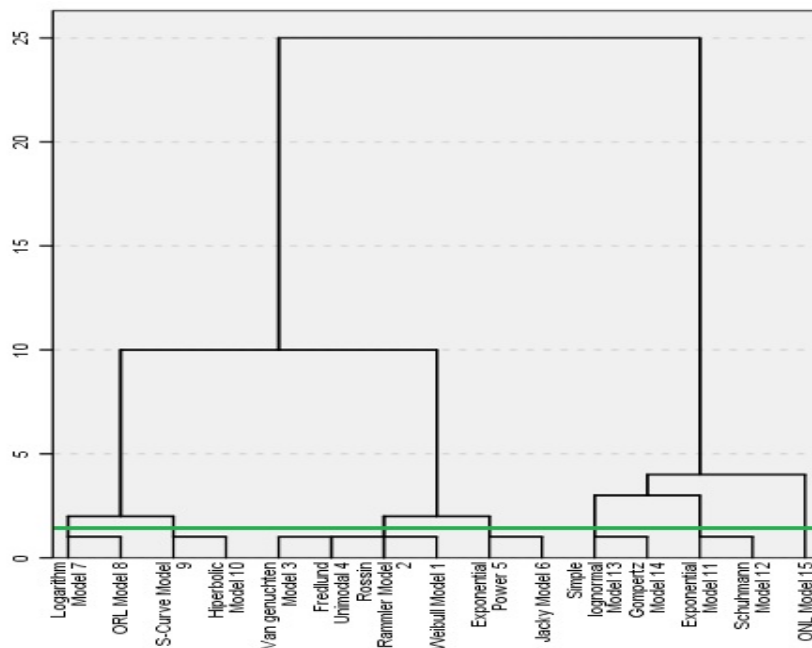
RMSE		AIC _c		Ra ²		مدل
میانگین*	انحراف استاندارد	میانگین	انحراف استاندارد	میانگین	انحراف استاندارد	
۰/۰۳۹ ^a	۰/۰۲۶	-۱۰۳/۹ ^a	۱۶/۹	۰/۹۷۳ ^a	۰/۰۸۱	ویبول
۰/۰۴۳ ^a	۰/۰۲۸	-۹۹/۳ ^{bc}	۱۶/۴	۰/۹۶۰ ^{ab}	۰/۱۱۰	فردلاند
۰/۰۴۳ ^a	۰/۰۲۵	-۱۰۳/۳ ^{ab}	۱۶/۷	۰/۹۷۰ ^a	۰/۰۶۵	روسین‌راملر
۰/۰۴۵ ^a	۰/۰۲۵	-۱۰۱/۳ ^{abc}	۱۵/۸	۰/۹۶۶ ^a	۰/۰۷۰	ون‌گنوختن
۰/۰۵۱ ^a	۰/۰۴۵	-۹۸/۷ ^c	۱۶/۸	۰/۹۴۵ ^{ab}	۰/۲۷۰	توان-نمایی
۰/۰۶۳ ^b	۰/۰۳۰	-۹۲/۶ ^d	۱۸/۷	۰/۹۴۳ ^{ab}	۰/۰۷۱	جکی
۰/۰۷۵ ^c	۰/۰۳۳	-۸۴/۷ ^e	۱۸/۲	۰/۹۲۲ ^{abc}	۰/۰۷۵	لگاریتم
۰/۰۷۷ ^{cd}	۰/۰۳۰	-۷۸/۸ ^f	۱۱/۵	۰/۹۱۱ ^{bc}	۰/۱۰۰	ORL
۰/۰۸۵ ^{de}	۰/۰۴۹	-۷۷/۰ ^f	۱۶/۹	۰/۸۷۹ ^{cd}	۰/۱۵۶	شکل S
۰/۰۹۳ ^e	۰/۰۲۷	-۷۵/۴ ^f	۹/۸	۰/۸۸۳ ^{cd}	۰/۱۰۲	هایپربولیک
۰/۱۱۱ ^f	۰/۰۳۷	-۷۰/۰ ^g	۱۴/۳	۰/۸۴۱ ^{de}	۰/۰۹۳	نمایی
۰/۱۲۵ ^g	۰/۰۴۰	-۶۷/۹ ^g	۱۳/۶	۰/۸۰۴ ^e	۰/۱۰۲	شامن
۰/۱۳۳ ^g	۰/۱۰۴	-۶۶/۹ ^g	۲۶/۷	۰/۵۹۷ ^g	۰/۵۲۹	گمپرتز
۰/۱۳۴ ^g	۰/۰۴۲	-۶۲/۰ ^h	۹/۹	۰/۷۳۴ ^f	۰/۲۰۷	SLM
۰/۱۶۴ ^h	۰/۰۶۵	-۵۴/۳ ⁱ	۱۵/۹	۰/۵۷۳ ^g	۰/۳۰۸	ONL

*- حروف کوچک انگلیسی در جدول، نتایج مقایسه میانگین را نشان می‌دهند. در هر ستون حداقل یک حرف مشابه نشان دهنده عدم تفاوت معنی‌دار بین مدل‌ها است.

جدول ۵- مقایسه دقت مدل‌ها برای پیش‌بینی PSD در گروه بافتی شنی

مدل	Ra ²		AIC _c		RMSE	
	انحراف استاندارد	میانگین	انحراف استاندارد	میانگین	انحراف استاندارد	میانگین*
شکل S	۰/۰۰۰	۰/۹۹۷ ^a	۱۱/۲	-۱۷۲/۹ ^a	۰/۰۰۰۷	۰/۰۰۳ ^a
گمپرتز	۰/۰۰۱	۰/۹۹۶ ^{ab}	۳/۷	-۱۲۴/۸ ^b	۰/۰۰۲۰	۰/۰۱۸ ^b
ویبول	۰/۰۰۱	۰/۹۹۵ ^{ab}	۳/۴	-۱۲۳/۵ ^b	۰/۰۰۲۱	۰/۰۲۱ ^{bc}
فردلاند	۰/۰۰۱	۰/۹۹۴ ^{ab}	۳/۰	-۱۱۶/۸ ^c	۰/۰۰۲۱	۰/۰۲۴ ^c
ORL	۰/۰۰۱	۰/۹۹۰ ^{bc}	۱/۵	-۱۰۸/۸ ^d	۰/۰۰۱	۰/۰۳۳ ^d
ون گنوختن	۰/۰۰۰	۰/۹۸۵ ^{cd}	۰/۷	-۱۰۵/۱ ^{de}	۰/۰۰۰۷	۰/۰۳۸ ^e
روسین راملر	۰/۰۰۱	۰/۹۸۳ ^{cd}	۱/۰	-۱۰۳/۳ ^{de}	۰/۰۰۱۱	۰/۰۴۰ ^{ef}
ONL	۰/۰۰۲	۰/۹۸۱ ^d	۲/۰	-۹۸/۴ ^{ef}	۰/۰۰۲	۰/۰۴۳ ^f
هایپربولیک	۰/۰۰۰	۰/۹۷۳ ^e	۰/۱	-۹۵/۳ ^{fg}	۰/۰۰۰۱	۰/۰۵۱ ^g
جکی	۰/۰۰۱	۰/۹۶۶ ^{ef}	۰/۷	-۹۳/۰ ^{fgh}	۰/۰۰۱۲	۰/۰۵۸ ^h
نمایی	۰/۰۰۱	۰/۹۶۳ ^f	۰/۷	-۸۹/۴ ^{gh}	۰/۰۰۱۲	۰/۰۶۱ ^h
شامن	۰/۰۰۲	۰/۹۵۱ ^g	۰/۸	-۸۷/۰ ^h	۰/۰۰۲	۰/۰۶۹ ⁱ
توان-نمایی	۰/۰۰۳	۰/۹۲۸ ^h	۰/۹	-۷۸/۶ ⁱ	۰/۰۰۲۲	۰/۰۸۴ ^j
SLM	۰/۰۰۴	۰/۹۲۶ ^h	۱/۲	-۷۷/۲ ⁱ	۰/۰۰۳	۰/۰۸۵ ^j
لگاریتم	۰/۰۱۰	۰/۸۰۸ ⁱ	۰/۸	-۶۲/۰ ^j	۰/۰۰۳۳	۰/۱۳۷ ^k

*- حروف کوچک انگلیسی در جدول، نتایج مقایسه میانگین را نشان می‌دهند. در هر ستون حداقل یک حرف مشابه نشان دهنده عدم تفاوت معنی‌دار بین مدل‌ها است.



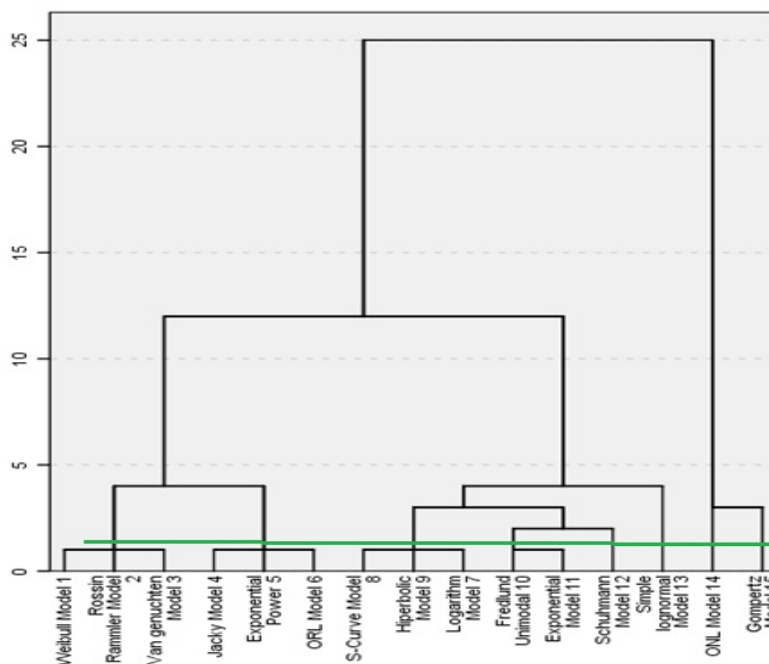
شکل ۲ - نمودار تجزیه کلاستر برای کل نمونه‌های خاک بر اساس دقت RMSE. خط تیره ممتد سطح تفکیک گروه‌ها را نشان می‌دهد.

۵ درصد معنی‌دار بود. متفاوت بودن ترتیب مدل‌ها از نظر دقت در گروه‌های بافتی مختلف نشان می‌دهد که قابلیت مدل‌ها در برازش بر داده‌های هر گروه بافتی متفاوت است. بنابراین باید برای هر گروه بافتی دقیق‌ترین مدل را انتخاب کرد. هوانگ و همکاران (۲۱) نیز گزارش کردند که مدل گمپرتز در خاک‌های شنی و شن لومی برازش بهتری داشت. مدل‌های توانی-نمایی، SLM و لگاریتم ضعیف‌ترین

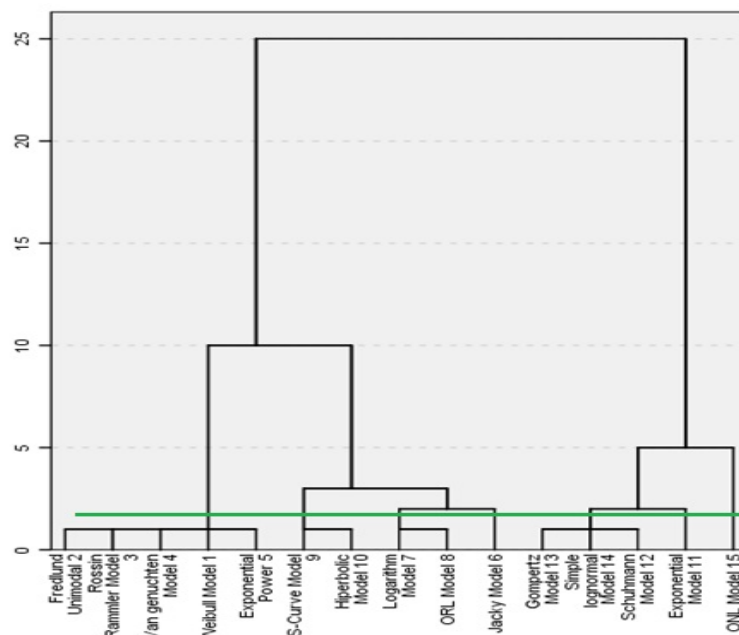
بعد از مدل S شکل، مدل‌های گمپرتز و ویبول قرار داشتند و تفاوت معنی‌داری در سطح ۵ درصد از نظر آماره‌های RMSE و AIC_c با هم نداشتند و در نمودار تجزیه کلاستر به همراه مدل فردلاند در یک کلاس قرار گرفتند. همچنین از نظر آماره Ra² مدل S شکل در بالاترین دقت برازش قرار داشت. به طوری که به جز مدل‌های گمپرتز، ویبول و فردلاند تفاوت آن با سایر مدل‌ها در سطح

در شکل ۶ به ترتیب نمایش مقایسه برازش بهترین مدل‌ها برای گروه‌های بافتی رسی، لومی و شنی خاک‌ها نشان داده شده است. شکل‌های ۷ و ۸ نشان می‌دهد که هر کدام از مدل‌ها در چند درصد از نمونه‌های خاک (در کل نمونه‌ها و هر کدام از گروه‌های بافتی) بهترین برازش را داشته‌اند.

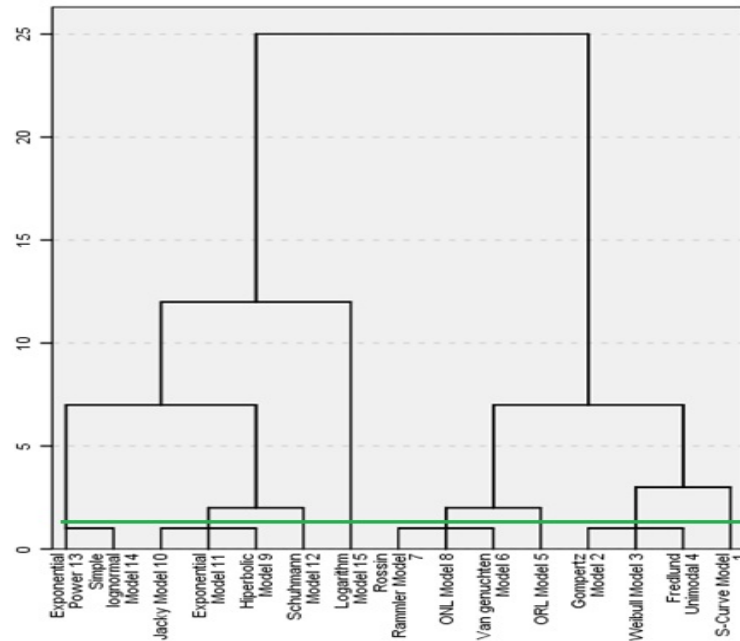
مدل‌ها برای گروه بافتی شنی بودند. به طوری که از نظر هر سه آماره ارزیابی تفاوت معنی‌داری در سطح ۵ درصد با سایر مدل‌ها داشتند. حتی تفاوت مدل‌های توانی-نمایی و SLM با مدل لگاریتم از نظر هر سه آماره ارزیابی در سطح ۵ درصد معنی‌دار بود.



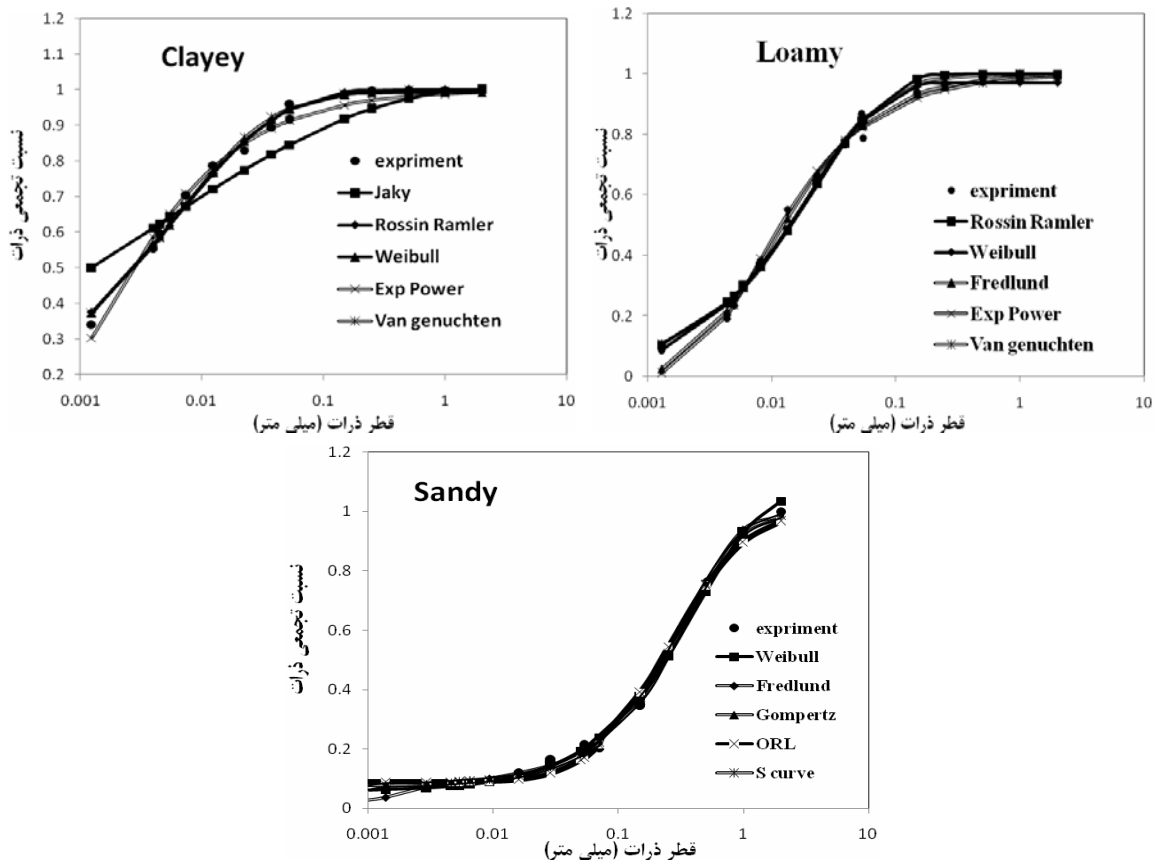
شکل ۳- نمودار تجزیه کلاستر برای گروه بافتی رسی بر اساس دقت RMSE. خط تیره ممتد سطح تفکیک گروه‌ها را نشان می‌دهد.



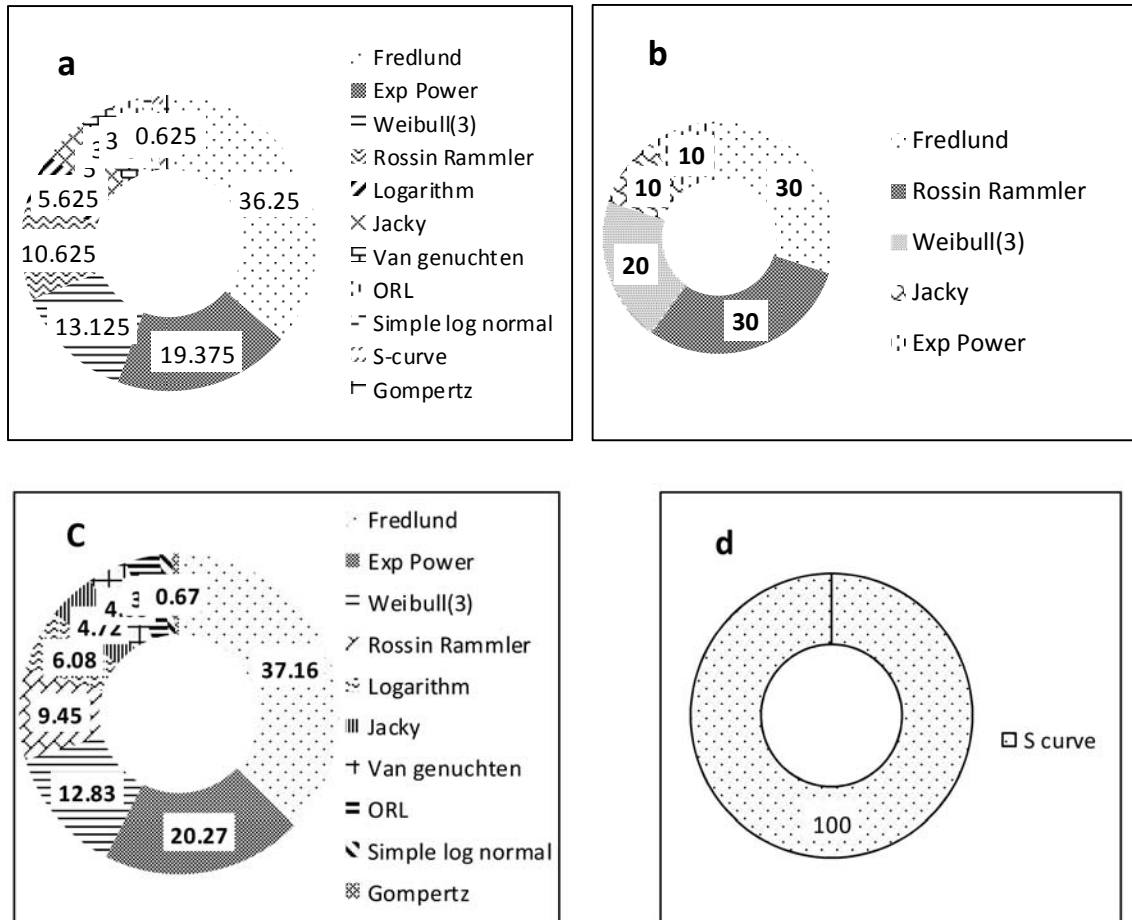
شکل ۴- نمودار تجزیه کلاستر برای گروه بافتی لومی بر اساس دقت RMSE. خط تیره ممتد سطح تفکیک گروه‌ها را نشان می‌دهد.



شکل ۵- نمودار تجزیه کلاستر برای گروه بافتی شنی بر اساس دقت RMSE. خط تیره ممتد سطح تفکیک گروه‌ها را نشان می‌دهد.



شکل ۶- نمایش مقایسه برازش پنج مدل برتر برای یک نمونه خاک در گروه‌های بافتی مختلف



شکل ۷ - کارایی نسبی مدل‌های توزیع اندازه ذرات برای (a) کل نمونه خاک و در گروه بافتی (b) رسی (c) لومی و (d) شنی بر پایه دقت RMSE

نتیجه‌گیری

بیشتر مدل‌های مطالعه شده دارای دقت مناسبی برای پیش‌بینی منحنی توزیع اندازه ذرات خاک بودند. نتایج نشان داد سه مدل ویبول، روسین راملر و ون گنوختن از نظر تمام آماره‌های مورد مطالعه برای مجموعه داده‌ها و گروه‌های بافتی رسی و لومی بهترین دقت پیش‌بینی را داشتند. بنابراین احتمال می‌رود که دقت این مدل‌ها وابستگی کمتری به گروه بافتی داشته باشد. نتایج نشان داد که در گروه درشت بافت مدل S شکل و گمپرتز برازش بهتری نسبت به مدل‌های دیگر داشتند. ارزیابی برازش پانزده مدل در پیش‌بینی توزیع اندازه ذرات نشان داد که مدل سه پارامتری ویبول از دقت بیشتری برخوردار است. این توانایی از تعداد پارامترهای زیاد این مدل ناشی نمی‌گردد؛ زیرا مدل‌های گمپرتز، فردلانند، ORL و با تعداد پارامتر بیشتر و مشابه دارای کارایی کمتر بودند. بنابراین افزایش تعداد پارامترها همیشه تضمینی بر افزایش کارایی مدل‌ها نخواهد بود. مدل فردلانند نیز در غالب خاک‌ها بهترین برازش را داشت. به همین علت می‌توان از مدل‌های ویبول و فردلانند با دقت

لازم به ذکر است که در اکثر بررسی‌های صورت گرفته در گذشته (۲۱، ۲۲ و ۳۷)، مدل فردلانند به عنوان بهترین مدل گزارش شده است. در این بررسی نیز برازش‌های قابل قبولی از مدل فردلانند به دست آمد. به طوری که در شکل ۷، به جز گروه بافتی شنی، مدل فردلانند برای کل نمونه‌های خاک و برای گروه‌های بافتی رسی و لومی در بیشتر خاک‌ها بالاترین کارایی را در بین سایر مدل‌ها داشته و بهترین برازش را نشان داده است. این مدل به دلیل داشتن تعداد پارامترهای بیشتر نسبت به مدل‌هایی با تعداد پارامتر کمتر مثل توزیع لوگ نرمال، برازش بهتری دارد. همچنین با افزایش رس، این معادله برازش بهتری از خود نشان می‌دهد (۱۲ و ۲۲). دواتگر و همکاران (۱) نیز گزارش کردند که می‌توان مدل فردلانند و همکاران (۱۲) را یک مدل فیزیکی در نظر گرفت. با بررسی انحراف استاندارد مدل‌ها مشخص شد که مدل فردلانند دارای انحراف استاندارد بالاتری نسبت به مدل ویبول است که نشان دهنده‌ی بالا بودن میزان پراکنش داده‌ها از میانگینشان در مدل فردلانند می‌باشد.

نتایج مستلزم بررسی تعداد نمونه‌ها و مدل‌های بیشتر است. زیرا ممکن است دقت برازش این مدل‌ها با کلاس‌های بافتی متفاوت باشد که نیاز به تحقیقات بیشتری دارد.

قابل قبول برای پیش‌بینی منحنی توزیع اندازه ذرات که ویژگی مهم در مکانیک و فیزیک خاک و هم‌چنین در اندازه‌گیری غیرمستقیم ویژگی هیدرولیک خاک است، استفاده نمود. البته تعمیم‌پذیری این

منابع

- ۱- دواتگر ن. ۱۳۹۱. ارزیابی شش مدل متفاوت برای پیش‌بینی منحنی توزیع اندازه ذرات در خاک‌های شالیزاری، مجله پژوهش‌های حفاظت آب و خاک، تحت چاپ
- ۲- صادقی م، قهرمان ب، داوری ک. ۱۳۸۷. مقایسه مدل‌های توزیع لوگ نرمال و گاما برای نمایش منحنی منحنی توزیع اندازه ذرات خاک. مجله علوم و صنایع کشاورزی، آب و خاک، جلد ۲۳، شماره ۳، ۲۰-۲۷.
- ۳- نبی زاده ا، بیگی هرچگانی ح. ۱۳۹۰. کارایی هشت مدل ریاضی در توصیف اندازه ذرات در برخی خاک‌های استان چهارمحال بختیاری، مجله آب و خاک، علوم و فنون کشاورزی و منابع طبیعی ۵۷:۷۵-۶۳.
- 4- Arya L.M., Paris J.F. 1981. A physic empirical model to predict the soil moisture characteristic from particle-size distribution and bulk density data. *Soil Science Society of America Journal*, 45: 1023-1030.
- 5- Bittelli M., Campbell G.S., and Flury M. 1999. Characterization of particle-size distribution in soils with a fragmentation model. *Soil Sci. Soc. Amer. J.*, 63: 782-788.
- 6- Buchan G.D., Grewal K.S., and Robson A.B. 1993. Improved models of particle-size distribution: An illustration of model comparison techniques. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 57:901-908.
- 7- Buchan G.D. 1989. Applicability of the simple lognormal model to particle-size distribution in soils. *Soil Science*, 147: 155-161.
- 8- Burnham K.P., Anderson D.R. 2002. Model selection and multi-model inference: a practical information-theoretic approach. Springer, 2002.
- 9- Campbell G.S. 1985. *Soil Physics with Basic: Transport Models for Soil-Plant Systems*. Elsevier, Amsterdam.
- 10- Clark W.C., Kuhl J.P., Keohan M.L., Knotkova H., Winer R.T., Griswold G.A. 2003. Factor analysis validates the cluster structure of the dendrogram underlying the Multidimensional Affect and Pain Survey (MAPS) and challenges the a priori classification of the descriptors in the McGill Pain Questionnaire (MPQ). *Pain* 106(3), 357-363.
- 11- Filgueira R.R., Fournier L.L., Sarli G.O., Aragon A., Rawls W.J. 1999. Sensitivity of fractal parameters of soil aggregates to dif.
- 12- Fredlund M.D., Fredlund D.G., and Wilson G.W. 2000. An equation to represent grain size distribution. *Canadian Geotechnical Journal* 37:817-827.
- 13- Gee G.W., Bauder J.W. 1986. Particle-size analysis, In: Klute, A., et al. (Ed.), *Methods of Soil Analysis Part 1, Physical and Mineralogical Methods*, second ed. ASA, Inc., Madison, WI, pp. 383-411.
- 14- Gee G.W., and Or D. 2002. Particle - Size Analysis. *Methods of soil analysis. Part 4*, 255-293.
- 15- Gimenez D., Rawls W.J., Pachepsky Y., Watt J.P.C. 2001. Prediction of a pore distribution factor from soil textural and mechanical parameters. *Soil Science*, 166: 79 - 88.
- 16- Gracza R. 1962. Average Particle Size and Specific Surface of Flours and Air Classified Flour Fractions. *Cereal Chemistry Today* 7, 272.
- 17- Gupta S.C., and Larson W.E. 1979a. Estimating soil-water Retention characteristics from particle size distribution, organic matter percent, and bulk density. *Water Resources Research*, 15(6): 1633-1635.
- 18- Hagen L., Skidmore E., and Fryrear D. 1987. Using two sieves to characterize dry soil aggregate size distribution. *Transactions of the American Society of Agricultural Engineers* 30(1), 162-165.
- 19- Haverkamp R., Parlange J.Y. 1986. Predicting the water-retention curve from a particle size distribution: 1. Sandy soils without organic matter. *Soil Science*, 142: 325- 339.
- 20- Hillel D. 1980. *Fundamentals of Soil Physics*. Academic Press, New York.
- 21- Hwang S.I., Lee K.P., and Powers S.E. 2002. Models for estimating soil particle-size distributions. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 66: 1143-1150.
- 22- Hwang S.I. 2004. Effect of texture on the performance of soil particle-size distribution models. *Geoderma*, 123:363-371.
- 23- Jaky J. 1944. *Soil mechanics*. (In Hungarian.) Egyetemi Nyomada, Budapest.
- 24- Millan H., Gonzalez-Posada M., Aguilar M., Dominguez J., and Cespedes W. 2003. On the fractal scaling of soil data. *Particle-size distributions. Geoderma*, 117: 117-128.
- 25- Montero E. 2005. Rényi dimensions of soil particle-size distributions. *Ecol. Model*, 182: 305-315.
- 26- Munkholm L., Perfect E. 2005. Brittle fracture of soil aggregates. Weibull models and methods of parameter

- estimation. *Soil Science Society of American Journal*, 69: 1565-1571.
- 27- Nemes A., Wosten J.H.M., Lilly A., and Voshaar J.H.O. 1999. Evaluation of different procedures to interpolate particle-size distributions to achieve compatibility within soil databases. *Geoderma*, 90:187-202.
- 28- Pasikatan M., Steele J., Milliken G., Spillman C., Haque E. 1999. Particle size distribution and sieving characteristics of first-break ground wheat. SABE paper MC99-129. St. Joseph, Mich.: ASABE.
- 29- Posadas A.N., Giménez D., Bittelli M., Vaz C.M., Flury M. 2001. Multifractal characterization of soils particle-size distributions. *Soil Sci. Soc. Amer. J.*, 65: 1361-1367.
- 30- Rosin P., Rammler E. 1933. The laws of governing the fineness of powdered coal, *Journal of the Institute of Fuel*, 7: 29-36.
- 31- SAS Institute. 2004. User's guide version 9.1: Statistics. SAS Institute, Cary, NC.
- 32- Scott H.D. 2000. *Soil Physics, Agricultural and Environmental Applications*. Iowa State University Press. Ames, Iowa, 410.
- 33- Shiozawa S., and Campbell G.S. 1991. On the calculation of mean particle diameter and standard deviation from sand, silt and clay fractions. *Soil Science*, 152:427-431.
- 34- Shirazi M.A., Boersma L. 1984. A unifying quantitative analysis of soil texture. *Soil Science Society of American Journal*, 48: 142-147.
- 35- Skaggs T., Arya L., Shouse P., Mohanty B. 2001. Estimating particle-size distribution from limited soil texture data. *Soil Science Society of American Journal*, 65: 1038-1044.
- 36- Sokal R.R., 1958. A statistical method for evaluating systematic relationships. *Univ Kans Sci Bull* 38, 1409-1438.
- 37- Vipulanandan C., Ozgurel H.G. 2009. Simplified Relationships for Particle-Size Distribution and Permeation Groutability Limits for Soils. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 1190-1197.
- 38- Wraith J.M., and Or D. 1998. Nonlinear parameter estimation using spreadsheet software. *Journal of Natural Resources and Life Sciences Education*, 27: 13-19.
- 39- Zhuang J., Jin Y., Miyazaki T. 2001. Estimating water retention characteristic from soil particle-size distribution using a non-similar media concept. *Soil Science*, 166, 308 – 321.

The Effect of Textural Groups on the Fitting Capability of Soil Particle Size Distribution Curve Models

M. Rastgo¹ - H. Bayat^{2*} - A. Rastgo³ - E. Ebrahimi⁴

Received: 28-04-2013

Accepted: 06-01-2014

Abstract

The important step in using the soil particle size distribution (PSD) to predict soil moisture characteristic curve is the determination of accurate and continuous curve for PSD. Many models have been introduced to describe PSD curve and fitting to the experimental data, but their fitting capability in different textural groups have been rarely investigated. The aim of this study was to evaluate the ability of 15 models to fit the experimental data and determine the best model among them for the PSD of all soil samples and for each soil textural groups. In this study, 160 soil samples were collected from subsoil and top soils of Guilan, Hamedan and Kermanshah provinces, and after determining the PSD and soil texture, they were partitioned into three soil textural groups of sandy, loamy and clayey. Fifteen PSD models were fitted to the experimental data of all soil samples. The most accurate model was determined for the total data and for each of three groups based on error criteria. Results showed that the Weibull model was the most accurate model for all soil samples as well as for the clayey and loamy groups. After the Weibull model, the models of Rosin Rammler, Fredlund and van Genuchten were the most accurate ones; however, their differences were not significant at 5% level. The S-Curve model showed the better fit than the other models for the coarse texture group. The results indicated that the different models have higher accuracy in different textural groups.

Keywords: Fitting ability, Soil particle size distribution models, Textural groups, Weibull model

1,2,4- MSc Student, Assistant Professor and MSc student of soil science, Department of Soil Science, Faculty of Agriculture, Bu Ali Sina University, Hamedan, Iran, Respectively

(* - Corresponding Author Email: h.bayat@basu.ac.ir)

3- MSc Student Department of Electrical Engineering, Faculty of Engineering, Kordestan University, Kordestan, Iran