

ارزیابی کاربرد اجزا محدود در تخمین بارش ناحیه ای مطالعه موردی حوضه آبریز دشت مشهد

مجتبی ایرانی¹ - فرهادخام چین مقدم^{2*}

تاریخ دریافت: 1393/06/03

تاریخ پذیرش: 1393/10/08

چکیده

تخمین بارش ناحیه‌ای (روزانه، ماهانه و...) نیاز اساسی بسیاری از پروژه‌های آب و هواشناسی است. روش‌های مختلفی در این خصوص وجود دارد که اجزا محدود یکی از آنها است. این تحقیق با هدف تخمین بارش ناحیه‌ای در مقیاس روزانه، ماهانه و سالانه در حوضه آبریز دشت مشهد با یک دوره آماری 16 ساله (1376-1391) برای 42 ایستگاه باران سنجی با روش گلرکین (یکی از روش‌های اجزا محدود) صورت پذیرفت. سپس با روش‌های مرسوم دیگر نظیر روش میانگین ریاضی، تیسن، کریجینگ و IDW مقایسه شد. تحلیل روش‌های تیسن، کریجینگ و IDW در محیط نرم افزاری ArcGIS 10 و روش اجزا محدود با برنامه نویسی MATLAB انجام گرفت. روش مبنای مقایسه، روش منحنی همپاران قرار گرفت. نتایج نشان داد که روش اجزا محدود (بر اساس RMSE) نسبت به روش میانگین ریاضی از دقت بالایی برخوردار، نسبت به روش کریجینگ و IDW تقریباً دارای دقت یکسان و در مقایسه با روش تیسن دارای مقدار کمی خطا بود.

واژه‌های کلیدی: تابع درونیاب، دشت مشهد، روش گلرکین

مقدمه

دارد.

روش‌های تخمین بارش ناحیه‌ای به گروه‌های مختلف تقسیم می‌شود. این روش‌ها عبارتند از: روش‌های ترسیمی، توپوگرافی، روش‌های عددی و... (15)

هدف این پژوهش برآورد متوسط بارش روزانه، ماهانه و سالانه در دشت مشهد به روش اجزا محدود (روش عددی) و مقایسه آن با چند روش مرسوم دیگر نظیر کریجینگ، IDW³، تیسن و میانگین حسابی است.

روش اجزا محدود شامل توابع درونیابی است که اختصاص وزن به ایستگاه‌ها را با انتگرال گیری عددی گاوس مربعی امکان ارائه‌ای دقیق از شکل و عوارض را می‌دهد (9).

یک روش برای بارش ناحیه ای، بر اساس نوآوری در تحلیل اجزای محدود توسط هاتچینسون (9) ارائه شد. این روش برای منطقه دندین نیوزیلند با در نظر گرفتن 11 ایستگاه دائمی و 29 ایستگاه موقت بررسی شد. هر باران سنج به دو وزن، یکی به بارش و دیگری به گرادیان بارش وابسته شد. رابطه بارش - ارتفاع با در نظر گرفتن بادهای غالب و شرایط سینوپتیک برای یک ناحیه کوچک در نظر

الگوهای های هیدرولوژیکی حوضه آبریز ابزارهای قدرتمند برای برنامه‌ریزی و مدیریت منابع آب هستند. این الگوها ممکن است برای پیش بینی رفتار شرایط مورد انتظاری که در طول زمان تغییر می‌کند، شناسایی مشکلات یک حوضه، طبیعت و گزینه‌های مختلف مدیریت، استفاده شوند. بارندگی رکن اولیه الگوهای های هیدرولوژیکی است و با تغییرات مکانی مشخص و عوامل ناحیه‌ای و محلی مانند توپوگرافی محل و... به طور قوی در اندازه گیری بارش تاثیر می‌گذارد. تخمین سطح بارش یکی از نیازهای اساسی مطالعات هواشناسی، منابع آب و سایر مطالعات مرتبط با آن است.

روش‌های متعددی برای برآورد متوسط بارش وجود دارد که با داده‌های آمار موجود در ایستگاه‌های مختلف حوضه مورد مطالعه و روابط ریاضی تعیین می‌شود. بارش ناحیه‌ای با توجه به ماهیت تغییرپذیری مکانی بارش، اهمیت زیادی در تحلیل‌های هیدرولوژیکی

1- گروه عمران، واحد مشهد، دانشگاه آزاد اسلامی، مشهد

2- گروه عمران، واحد مشهد، دانشگاه آزاد اسلامی، مشهد

* - نویسنده مسئول: (Email: f.khamchin@gmail.com)

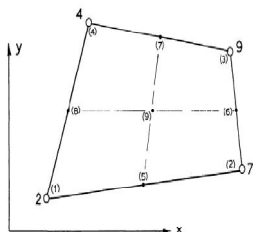
معرفی دو تکنیک قدرتمند که در تحلیل اجزا محدود معرفی شده است، عبارتست از:

1- استفاده از توابع درونیاب که شکل المان را به مربع کامل تبدیل می‌کند (3 و 16).

2- عمق بارش را با انتگرال گیری گاوس مربعی که به صورت عددی محاسبه می‌کند (Kopal, 1961).

محاسبه حجم بارش در هر المان

المان به کار رفته در این تحقیق چهار ضلعی است. چهار ضلعی به گونه‌ای است که باران سنج‌ها در گره المان قرار بگیرد. به عبارت دیگر گره‌های المان چهارضلعی، همان ایستگاه‌های باران سنجی یا سینوپتیکی باشد. شماره گذاری گره‌ها براساس یک قاعده خاص انجام می‌شود که در اینجا پادساعتگرد¹ مدنظر قرار گرفته است.



شکل 1- سیستم مختصات کارتزین
Figure 1- Global Coordinate System

فرض می‌کنیم بارش (q) در نقطه (x,y)، تابع ارتفاع نقطه است و داریم:

$$q = r + \alpha z \quad (1)$$

r: بارش اندازه‌گیری شده در نقطه (x,y)

α : $\alpha = \beta r + \gamma$ به شرایط سینوپتیک و گرادیان بارش وابسته است.

z: ارتفاع نقطه

فرض می‌کنیم که بارش در هر نقطه (x,y) و در هر جزء مطابق معادله (2) باشد.

$$r = N_1 r_1 + N_2 r_2 + N_3 r_3 + N_4 r_4 \quad (2)$$

جایی که N_1 تا N_4 وزن‌های متناسب با گره‌های 1 تا 4 و موقعیت نقطه (x,y)، r_1 تا r_4 داده‌های موجود بارش هستند. صورت ماتریسی معادله 2 مطابق رابطه $r = [N]\{r_e\}$ می‌باشد:

با تبدیل مختصات کارتزین به محلی (شکل 2)، وزن‌های N به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$N_1 = \frac{1}{4} (1 - \xi)(1 - \eta) \quad (3)$$

گرفته شد. نتایج نشان داد که وزن بارش - ارتفاع خطای ناشی از ارتفاع شبکه را حذف می‌کند (9).

(Pullen, 1960. Unwin, 1969. Chidly and Keys, 1970) روش روند تحلیل سطح یا گزینه‌های آن را برای تخمین بارش به کار بردند. یکپارچه سازی در بعضی شکل‌ها، تخمینی از بارش ناحیه‌ای است. برخی از مقالات، عامل ارتفاع را نیز در محاسبه بارش در نظر گرفته است. اما این عامل زمانی فرض می‌شود که هیچ اریبی در گرادیان بارش - ارتفاع وجود نداشته باشد (چنانچه دارای اریب باشد، نتایج اریبی خواهد بود).

از این رو (Nkemdirim, 1968) فرآیندی برای طراحی شبکه‌های نارایب به دست آورد که این روش برای حذف کردن نا اریبی شبکه‌ها بود. یک روش نیز به وسیله هاتچینسون در سال 1969 ارائه شد که سعی کرد اریبی روش تیسن را با مقایسه پارامترهای عوارض در هر باران سنج، میانگین نماینده آن ناحیه و تنظیم داده‌های بارش (مطابق با یک رگرسیون خطی بین بارش و پارامترهای عارضه) حذف کند. این روش در حالت کلی طاقت فرسا بود.

مواد و روش‌ها

منطقه مورد مطالعه و داده‌ها

حوضه آبریز دشت مشهد یکی از 13 زیر حوضه قره قوم (کشف رود) است. مساحت این حوضه 9909/4 کیلومتر مربع بوده، که 3351 کیلومتر مربع آن را دشت و 6558 کیلومتر مربع آن را کوهستان تشکیل می‌دهد. اقلیم این دشت نیمه سرد، سرد خشک و مرطوب است. دشت مشهد در موقعیت طول جغرافیایی 58 درجه و 29 دقیقه تا 59 درجه و 56 دقیقه شرقی و عرض جغرافیایی 35 درجه و 58 دقیقه تا 37 درجه و 3 دقیقه شمالی واقع شده است (15). در این مطالعه 42 ایستگاه سینوپتیک و باران سنجی (که اطلاعات آن از آب منطقه‌ای استان خراسان رضوی استخراج شده است که به علت ازدیاد داده‌ها از آوردن آن خودداری گردیده است) با طول دوره آماری 16 سال (1997-2012) و 13 ایستگاه فرضی انتخاب شده است.

روش اجزا محدود

روش اجزا محدود یک روش عددی برای حل مسائل مختلف مهندسی است. این روش به دو قسمت تقسیم می‌شود. 1- از المان‌های گسسته برای تعیین مقدار بارش استفاده می‌شود. 2- از المان‌های پیوسته برای حل تقریبی مسائل انتقال گرما، مکانیک سیالات و جامدات به کار می‌رود. این روش چندین تفسیر ریاضی را با فرآیند یک دستگاه معادلات خطی و غیرخطی ترکیب می‌کند (11). روش اجزا محدود، نسبتاً ساده و اریب ناشی از عارضه را با مدل ریاضی مناسب حذف و یکپارچه می‌کند.

جدول 1- مشخصات ایستگاه های منطقه و داده ها

Table 1- Specifications of Mashhad Plain

Station	x_utm	y_utm	z	station	x_utm	y_utm	z
آبقد فریزی Abghandferizi	685763	4044656	1380	زشک Zoshk	697502	4024363	1880
آل Al	738067	4067314	1475	ساق بیک Sagh Bik	626453	4064663	1510
اداره مشهد Mashhad office	731039	4021956	990	سدطرق Torogh dam	729639	4006280	1240
ارداک Ardak	713617	4067555	1310	سد کارده Kardeh dam	738455	4056330	1300
اولنگ اسدی Olangasadi	752266	4015822	900	سرآسیاب Shandiz's Sarasiyab	709820	4031347	1270
اندرخ Androkh	738113	4051588	1200	شریف آباد Sharif Abad	725852	3989818	1455
بلغور Balghor	731891	4081022	1920	عشق آباد Esh Abad	664428	4018975	1346
بهمن علیا Bahmajan Oliya	675941	4086234	1340	فریزی Ferizi	676802	4039812	1640
تبرک آباد Tabarok Abad	652515	4117177	1510	قدیرآباد Ghadir Abad	676396	4074984	1175
تلغور Talghor	710308	4078053	1540	قره تیکان Gharehtikan	784601	4079834	520
جاغرق Jaghargh	708629	4021113	1420	قوچان Ghochan	633351.7	4103320.3	1350
جنگ Jong	731149	4073827	1700	کبکان Kabkan	669345	4124444	1435
چکنه علیا Chakaneh Oliya	631555	4078712	1780	گلمکان Golmakan	693844	4040097	1400
چناران Chenaran	689618	4057478	1170	گلمکان ¹ Golmakan	704544.3	4039983.5	1176
چهچه Chahchaheh	797692	4060098	479	گوش بالا Gosh bala	728529	4066718	1580
حصار Hesar	715841	4020953	1220	مارشک Marehshk	727140	4077931	1870
دربند Darband	742634	4098004	970	ماروسک Marosk	638479	4043758	1495
درخت توت Derakht Tot	734269	3997037	1270	مشهد Mashhad	736569.7	4016743.5	999
دولت آباد Dolat Abad	694409	4035379	1510	مغان Moghan	714164	4001945	1780
دهانه اخلمد Dahane Akhlamad	674033	4051676	1460	میامی Miyami	780656	4015387	1030
				هندل آباد Hendel Abad	768676	4035400	1210

نیست. در حقیقت استفاده از توابع درونیاب، اریب ارتفاعی شبکه را حذف می کند.

حجم بارش روی هر المان از معادله (6) به دست می آید:

$$v = \int q \, dA = \iint_{\Omega} q \, dx \, dy \quad (6)$$

در حالت کلی محدودیت هایی در انتگرال گیری نسبت به x و y وجود دارد که به همین خاطر تبدیل به مختصات محلی (ξ, η) می گردد، داریم:

$$v = \iint_{-1}^{+1} q |J| \, d\xi \, d\eta \quad (7)$$

$$|J| = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{vmatrix} \quad (8)$$

تعیین ماتریس ژاکوبین (J) ارتباط بین مختصات کارتزین با مختصات محلی را از لحاظ تابع درونیاب بیان می کند:

$$x = N_1 x_1 + N_2 x_2 + N_3 x_3 + N_4 x_4 \quad (9)$$

$$y = N_1 y_1 + N_2 y_2 + N_3 y_3 + N_4 y_4$$

$$[x \ y] = [N_1 \ N_2 \ N_3 \ N_4] \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \end{bmatrix} \quad (10)$$

با مشتق گرفتن از دو طرف نسبت به ξ و η داریم:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial \xi} & \frac{\partial N_2}{\partial \xi} & \frac{\partial N_3}{\partial \xi} & \frac{\partial N_4}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_1}{\partial \eta} & \frac{\partial N_2}{\partial \eta} & \frac{\partial N_3}{\partial \eta} & \frac{\partial N_4}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \end{bmatrix}$$

$$\text{or } J = \begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N}{\partial \eta} \end{bmatrix} [x_e \ y_e] \quad (11)$$

اکنون r, z, J می توانند به عنوان توابعی از ξ و η معادله 7 بیان شوند و با استفاده از گاوس مربعی انتگرال محاسبه گردد. بنابراین:

$$\iint_{-1}^{+1} f(\xi, \eta) \, d\xi \, d\eta = \sum_{i=1}^n H_i \sum_{j=1}^n H_j f(a_i a_j) \quad (12)$$

H_i : ضریب وزن

a_i : امین بعدافقی گاوس مربعی

نتایج و بحث

هدف این پژوهش تخمین متوسط بارش روزانه، ماهانه و سالانه در دشت مشهد به روش اجزا محدود است که با روش های میانگین ریاضی، تیسن، کریجینگ و IDW مقایسه می شود. مقادیر روش اجزا محدود با نرم افزار MATLAB 7.08 و روش های تیسن، کریجینگ و IDW با نرم افزار ArcGIS 10.0 تحلیل و به دست آمده است. روش منحنی هم باران به عنوان مبنا برای مقایسه انتخاب می شود. روش اجزا محدود با کمک اعتبارسنجی RMSE، با روش های یاد شده مقایسه شد.

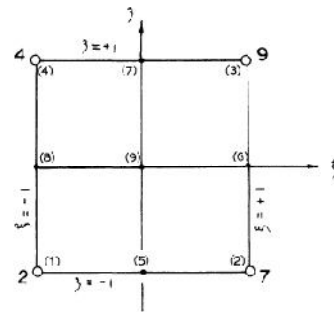
$$N_2 = \frac{1}{4} (1 + \xi)(1 - \eta)$$

$$N_3 = \frac{1}{4} (1 + \xi)(1 + \eta)$$

$$N_4 = \frac{1}{4} (1 - \xi)(1 + \eta)$$

توابع بالا به طور کلی توابع درونیاب¹ هستند.

برای ارتفاع نیز توابع درونیاب مطابق معادلات 5 است (بهتر است نقاط میانی 5 تا 8 و گره مرکز (9) در نظر گرفته شود).



شکل 2- شکل تغییر شکل یافته در سیستم مختصات محلی

Figure 2- Local Coordinate System

مقدار z به صورت معادله 4 در می آید:

$$z = M_1 z_1 + M_2 z_2 + \dots + M_9 z_9 \quad (4)$$

$$\text{or } z = [M] \{z_e\}$$

تابع درونیاب M به صورت زیر می باشد:

$$M_1 = \frac{1}{4} (1 - \xi)(1 - \eta)$$

$$M_2 = -\frac{1}{4} (1 + \xi)(1 - \eta) \quad (5)$$

$$M_3 = \frac{1}{4} (1 + \xi)(1 + \eta)$$

$$M_4 = -\frac{1}{4} (1 - \xi)(1 + \eta)$$

$$M_5 = -\frac{1}{2} (1 - \xi^2)(1 - \eta)$$

$$M_6 = -\frac{1}{2} (1 - \eta^2)(1 + \xi)$$

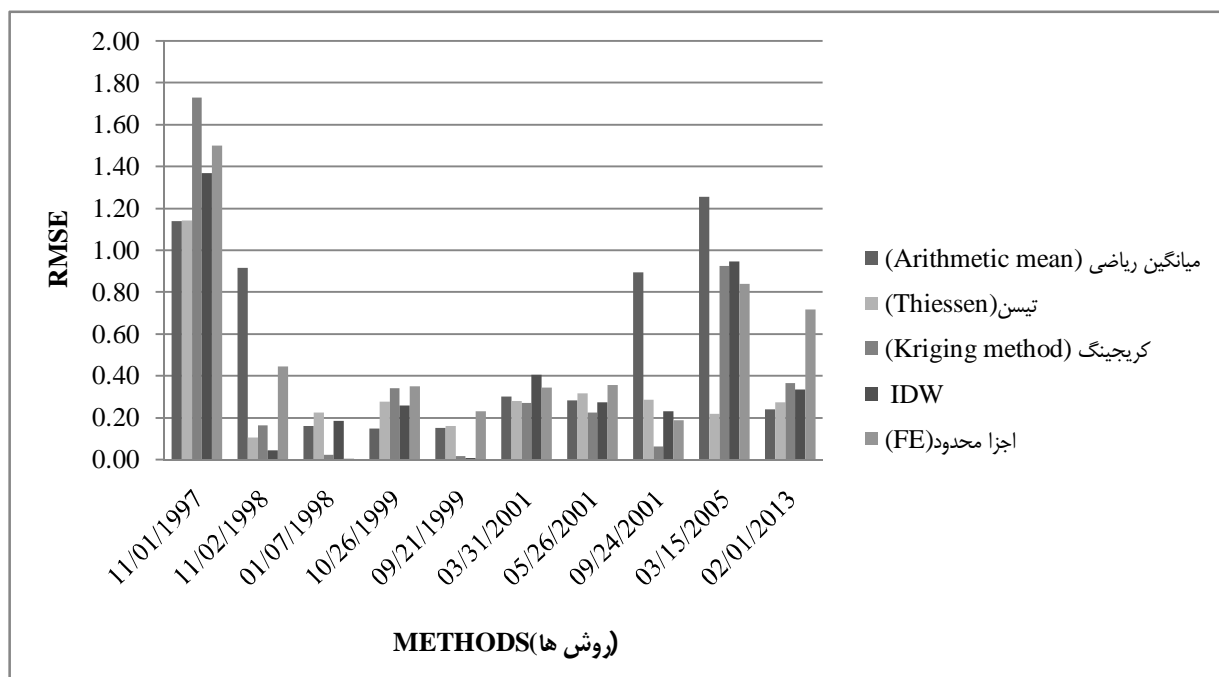
$$M_7 = \frac{1}{2} (1 - \xi^2)(1 + \eta)$$

$$M_8 = -\frac{1}{2} (1 - \eta^2)(1 - \xi)$$

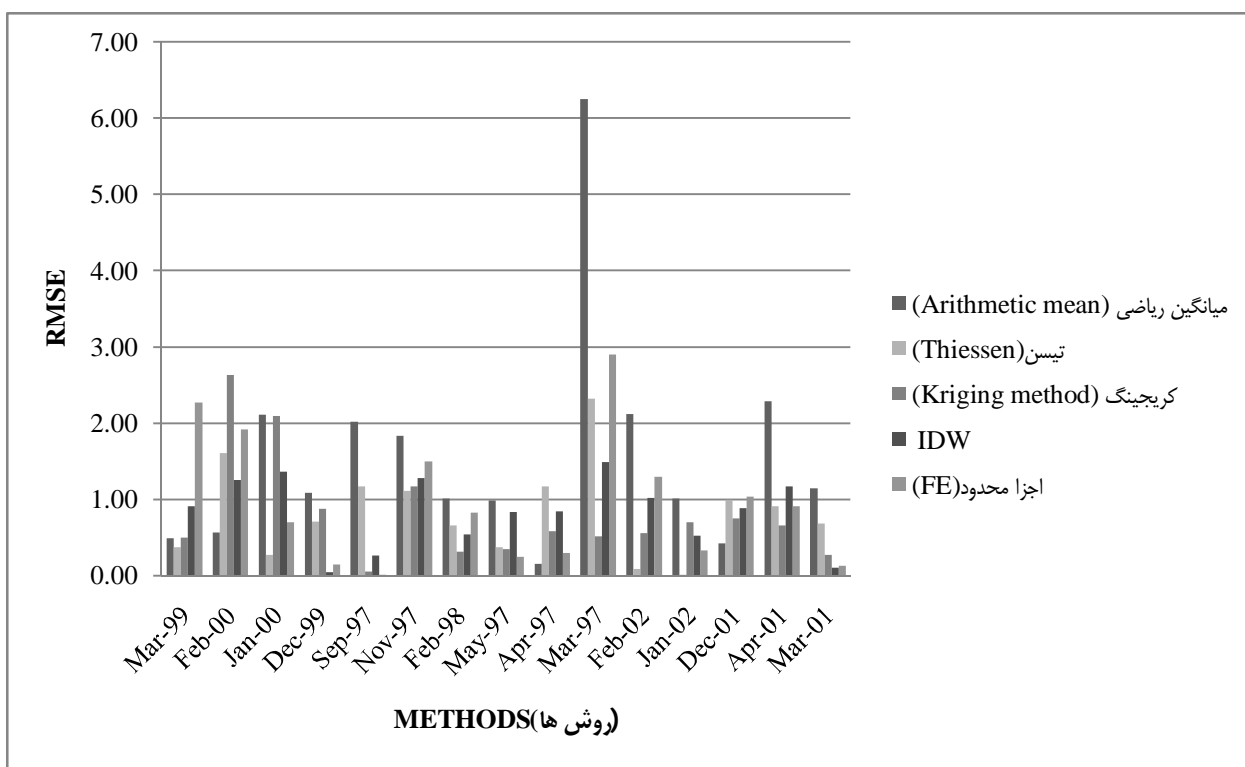
$$M_9 = (1 - \xi^2)(1 - \eta^2)$$

اگر 9 نقطه برای نشان دادن عوارض کافی نباشد، تعداد نقاط می تواند افزایش یابد. نقاط بیشتر از 25 نقطه بدون شک کاربردی

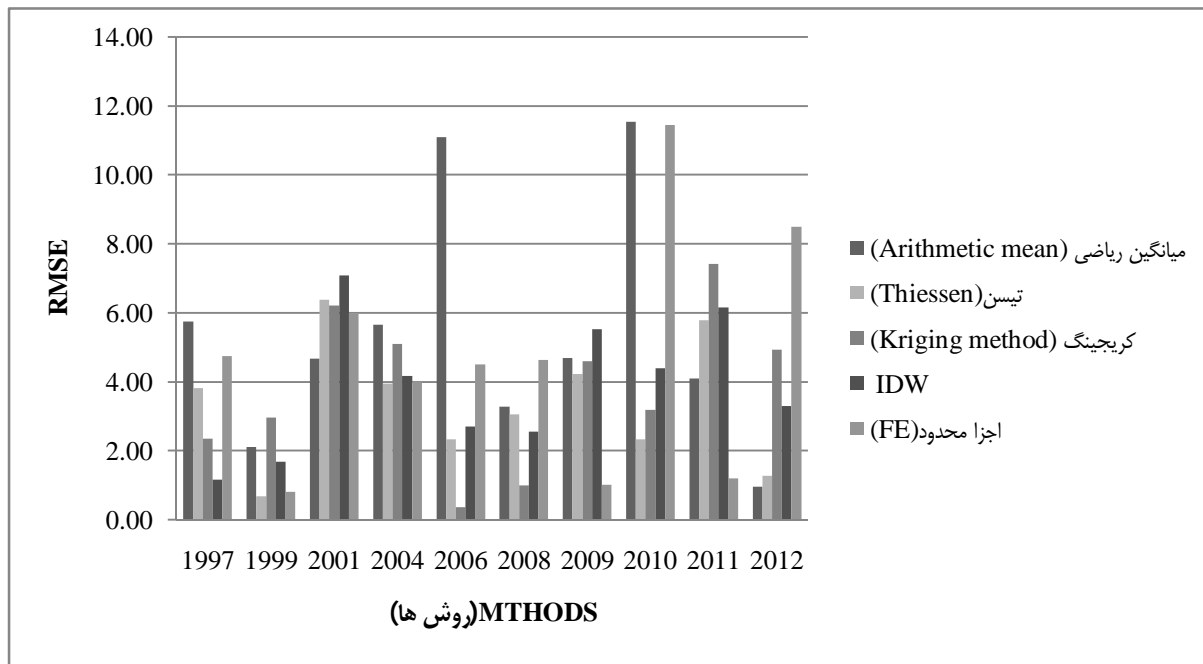
در این پژوهش اثر ارتفاع، به دلیل ضعیف بودن میزان همبستگی گرادیان بارش و به علت عدم اطلاعات جهت باد غالب، لحاظ نگردیده است.



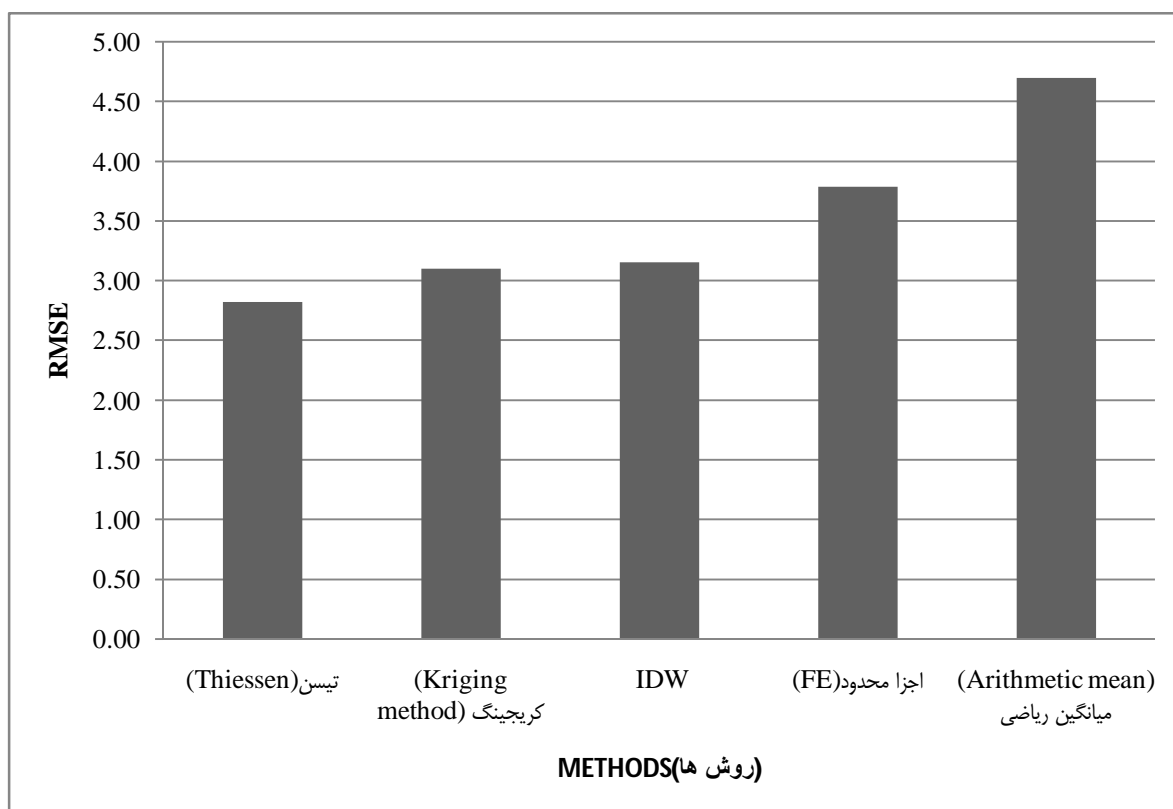
شکل 3- مقایسه RMSE روش‌های مورد مطالعه در روزهای مختلف
Figure 3- Comparison of daily precipitation



شکل 4- مقایسه RMSE روش‌های مورد مطالعه در ماه‌های مختلف
Figure 4- Comparison of monthly precipitation



شکل 5- مقایسه RMSE روش‌های مورد مطالعه در سال‌های مختلف
Figure 5- Comparison of annual precipitation



شکل 6- مقایسه RMSE روش‌های مورد مطالعه
Figure 6- Comparison of methods

میانگین ریاضی، چندضلعی‌های تیسن، کریجینگ، IDW و اجزا

شکل 3 تا 5 نشان دهنده مقایسه نتایج RMSE روش‌های

معیار مقایسه RMSE است. نتایج نشان داد که روش اجزاء محدود می‌تواند نتیجه قابل قبولی ارائه دهد. مقایسه این روش با سایر روش‌ها مطابق زیر است.

1- روش اجزاء محدود در مقایسه با روش میانگین ریاضی کارآمدتر و دارای جواب‌های دقیق‌تری بود (شکل 6).

2- نتایج حاصل از روش اجزاء محدود نسبت به روش‌های تیسن، کریجینگ و IDW نشان می‌دهد که این روش تقریباً در حد آن‌ها است (شکل 6).

3- برخلاف سایر روش‌ها، این شبکه بندی اجزاء محدود (شکل 7) برای تخمین رواناب، سیلاب، رسوبات و دما نیز قابل استفاده بوده و نیاز مجدد به محاسبه وزن ایستگاه‌ها نیست.

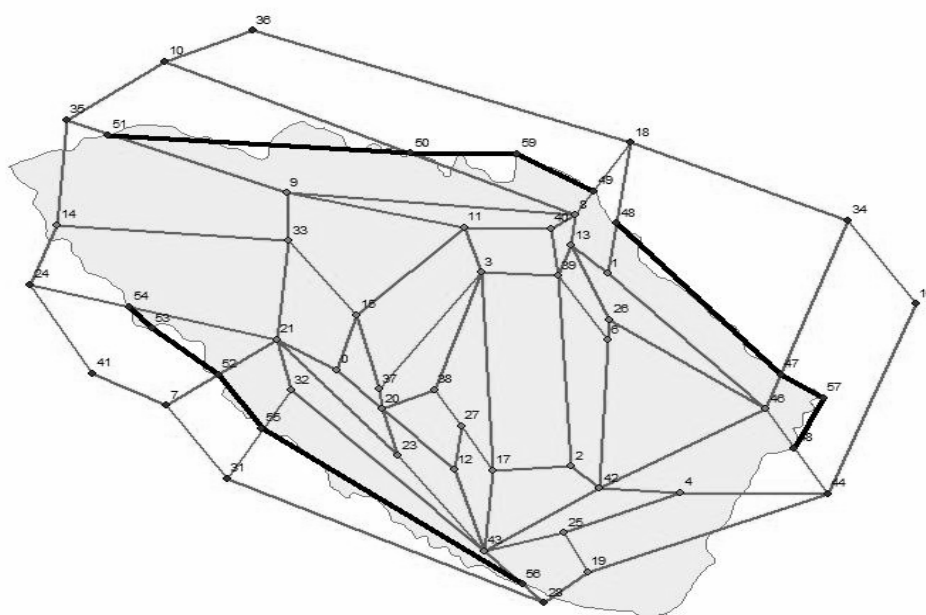
4- تعداد نقاط درونیابی انتخابی در روش اجزاء محدود در یک شبکه می‌تواند تغییر کند. یعنی در یک ناحیه ناهموار تعداد نقاط درونیابی می‌تواند افزایش، به طوری که در یک ناحیه یکنواخت تر و هموار این تغییر لحاظ نخواهد شد.

محدود در روز، ماه و سال‌های مورد مطالعه است که این نمونه‌ها به صورت تصادفی و براساس در دسترس بودن بیشترین اطلاعات ایستگاه‌ها انتخاب شده است. در این پژوهش برای این که روش‌های یاد شده در حالت کلی با روش اجزاء محدود مقایسه گردد، میانگین RMSE های کلیه نمونه‌ها اعم از روزانه، ماهانه و سالانه در نظر گرفته شده است (شکل 6).

لازم به ذکر است با توجه به اینکه در روش کریجینگ برای مدل واریوگرام حداقل باید 50 نقطه جهت اطمینان از نتیجه موجود باشد (14)، لذا در این مقاله 42 نقطه مورد بررسی قرار گرفته است، بنابراین به طور قاطع نمی‌توان گفت که پاسخ حاصل از روش کریجینگ جوابی قابل قبول است.

نتیجه‌گیری کلی

نوآوری و تاکید مقاله تخمین متوسط بارش به روش اجزاء محدود در حوضه آبریز دشت مشهد است. منطقه مورد مطالعه دشت مشهد با مساحت 9909 کیلومتر مربع و دارای 42 ایستگاه باران سنج است.



شکل 7- المان بندی حوضه آبریز دشت مشهد

Figure 7- Mashhad Plain Basin network

منابع

- 1- Alizadeh A., 2012. Principles of applied hydrology, 32th edition.
- 2- Azareh A., Salajegheh S. 2013. Estimation of seasonal precipitation using of geostatistics (Case study; Khorasan Razavi).
- 3- Ergatoudis B.M., Irons and Zienkiewicz O.C., 1968. Curved, isoparametric, "QUADRILATERAL" element for finite element method analysis. Civil Engineering Division. University of Wales, Swansen.
- 4- Esmaelzadeh A., Nasirzadeh T., Geostatistical analyst in ArcGIS, published by Mahvareh.
- 5- Ferreira A.J.M., Matlab codes for finite element analysis, Springer.

- 6- Heydari M., 2011. Rainfall analysis. Chaleshtar university of applied science agriculture.
- 7- Horton R.E. 1923. Monthly weather review, accuracy of areal rainfall estimates. Hydraulic Engineer, 348- 353.
- 8- Hutchinson P. 1998. Interpolation of Rainfall Data with Thin Plate Smoothing Splines – Part II: Analysis of Topographic Dependence, Journal of Geographic Information and Decision Analysis, 2 (2):139: 151.
- 9- Hutchinson P., Walley W.J. 1972. Calculation of areal using finite element techniques with altitudinal Corrections Department of Civil Engineering, University of Aston in Birmingham, UK.
- 10- Jamshidi N., 2012. Applied guide on Matlab, published by Abed, seventh edition.
- 11- Larry J., Segerlind. Applied Finite Element analysis, second Edition.
- 12- Naoum S., and Tsanis L.K., 2004. Ranking spatial interpolation techniques using a GIS-based DSS.
- 13- Rezaee Pazhand H., 2002. Application of probability and statistics in water resources. Published by Sokhangostar.
- 14- Rossiter D.G., 2007. Introduction to applied geostatistics. Department of Earth Systems Analysis.
- 15- Seyednejad N., 2013. Estimation of areal rainfall and temperature by use of genetic algorithm, fuzzy theory, Kriging and comparison with other usual methods.
- 16- Zienkiewicz O.C., and Taylor R.L., Finite Element Method for solid and structural mechanics, 6th Edition.

Finite Element Method Application in Areal Rainfall Estimation Case Study; Mashhad Plain Basin

M. Irani¹ - F.Khamchinmoghadam^{2*}

Received: 25-08-2014

Accepted: 29-12-2014

Introduction: The hydrological models are very important tools for planning and management of water resources. These models can be used for identifying basin and nature problems and choosing various managements. Precipitation is based on these models. Calculations of rainfall would be affected by displacement and region factor such as topography, etc. Estimating areal rainfall is one of the basic needs in meteorological, water resources and others studies. There are various methods for the estimation of rainfall, which can be evaluated by using statistical data and mathematical terms. In hydrological analysis, areal rainfall is so important because of displacement of precipitation. Estimating areal rainfall is divided to three methods: 1- graphical. 2- topographical. 3-numerical.

This paper represented calculating mean precipitation (daily, monthly and annual) using Galerkin's method (numerical method) and it was compared with other methods such as kriging, IDW, Thiessen and arithmetic mean. In this study, there were 42 actual gauges and thirteen dummies in Mashhad plain basin which is calculated by Galerkin's method. The method included the use of interpolation functions, allowing an accurate representation of shape and relief of catchment with numerical integration performed by Gaussian quadrature and represented the allocation of weights to stations.

Materials and Methods: The estimation of areal rainfall (daily, monthly,...) is the basic need for meteorological project. In this field, there are various methods that one of them is finite element method. Present study aimed to estimate areal rainfall with a 16-year period (1997-2012) by using Galerkin method (finite element) in Mashhad plain basin for 42 station. Therefore, it was compared with other usual methods such as arithmetic mean, Thiessen, Kriging and IDW. The analysis of Thiessen, Kriging and IDW were in ArcGIS10.0 software environment and finite element analysis did by using of Matlab7.08 software environment.

The finite element method is a numerical procedure for obtaining solutions to many of the problems encountered in engineering analysis. First, it utilizes discrete elements to obtain the joint displacements and forces member of a structural framework and estimate areal precipitation. Second, it uses the continuum elements to obtain approximate solutions to heat transfer, fluid mechanics, and solid mechanics problems. Galerkin's method is used to develop the finite element equations for the field problems. It uses the same functions for $N_i(x)$ that was used in the approximating equations. This approach is the basis of finite element method for problems involving first-derivative terms. This method yields the same result as the variational method when applied to differential equations that are self-adjoints.

Galerkin's method is almost simple and eliminates bias by representing the relief by suitable mathematical model and incorporating this into the integration.

In this paper, two powerful techniques were introduced which was applied in Galerkin's method:

- (1) The use of interpolation functions to transform the shape of the element to a perfect square.

The use of Gaussian quadrature to calculate rainfall depth numerically.

In this study, Mashhad plain is divided to 40 elements which are quadrilateral. In each element, the rain gauge was situated on the node of the stations. The coordinates are given according to UTM, where x and y are the horizontal and z, the vertical (altitude) coordinate. It was necessary at the outset to number the corner nodes in a set manner and for the purpose of this paper, an anticlockwise convention was adopted.

Results and Discussion: This paper represented the estimation of mean precipitation (daily, monthly and annual) in Mashhad plain by Galerkin's method which was compared with arithmetic mean, Thiessen, kriging and IDW. The values of Galerkin's method by Matlab7.08 software and Thiessen, kriging and IDW by ArcGIS10.0 were calculated. The base of the comparison was isohyetal method, because it showed the relief and took into account the effect of rain gauges, therefore it could represent rainfall data and region condition

1- Department of Civil Engineering, Mashhad Branch, Islamic Azad University, Mashhad

2- Department of Civil Engineering, Mashhad Branch, Islamic Azad University, Mashhad

(* - Corresponding Author Email: f.khamchin@gmail.com)

completely. The most accurate method was isohyetal method in estimating mean precipitation.

Cross-validation was usually used to compare the accuracy of interpolation method. In this study, root mean square error (RMSE) was used as validation criteria.

Meanwhile, in the present study, the effects of altitude were neglected for two reasons. First, partial correlation coefficient of $\frac{\text{rainfall}}{\text{altitude}}$ gradients was weak and second, the storms data were not accessible.

Conclusions: In this study, the estimation of areal rainfall by Galerkin's method was an innovative step. The case study was Mashhad basin (9909 km²) which included 42 rain gauges. Comparing other methods indicated that:

- 1- Galerkin's method was more efficient in comparison with arithmetic mean and it had more accurate results.
- 2- Result of Galerkin's method was similar to Kriging, IDW and Thiessen method.
- 3- Unlike other methods, mesh of finite element could be used for calculating runoff, sediment and temperature and it did not need station weights.

Even within one network the number of interpolation points can be varied, so that in a rugged region the number can be increased with little increase in effort, while in a more uniform region fewer are necessary.

Keywords: Galerkin method, Mashhad plain, Interpolation function