

## ارائه روابطی جهت محاسبه ضرایب جریان غیرداری در محیط‌های سنگریزه‌ای

علی روشنفکر<sup>۱</sup> - جواد ظهیری<sup>۲\*</sup> - سید محمود کاشفی پور<sup>۳</sup>

تاریخ دریافت: ۸۸/۵/۱۵

تاریخ پذیرش: ۸۹/۶/۶

### چکیده

برای ایجاد تأخیر در سیلاب و کاستن دبی اوج آن معمولاً از سدهای پاره‌سنگی تأخیری استفاده می‌گردد. مواد مورد استفاده در این نوع سدها معمولاً باعث ایجاد تلاطم در جریان شده و در نتیجه در این محیط‌ها نمی‌توان از رابطه داری استفاده نمود. بر همین اساس در این محیط‌ها از روابط غیر داری استفاده می‌شود. معادلات جریان غیرداری به دو صورت کلی  $i = \alpha V^N$  و  $i = rV + sV^2$  نشان داده می‌شوند. از جمله مهمترین پارامترهای موثر در شبیه‌سازی جریان در چنین محیط‌هایی مقدار  $N$  می‌باشد که معمولاً بصورت تجربی و یا از طریق داده‌های آزمایشگاهی محاسبه می‌گردد.  $N$  نشان‌دهنده تلاطم جریان بوده و مقدار آن از ۱ (جریان ورقه‌ای) تا ۲ (جریان کاملاً متلاطم) تغییر می‌کند. اشکال عمده بعضی روابط غیر داری (از جمله رابطه ارگون) این است که نمی‌توانند مستقیماً مقادیر  $N$  و  $\alpha$  را محاسبه نمایند. در این تحقیق با بکار بردن معادله ارگون و با استفاده از تحلیل‌های ریاضی معادلاتی جهت محاسبه مستقیم  $N$  و  $\alpha$  ارائه شده و در نهایت رابطه‌ای جهت برآورد ضرایب هدایت هیدرولیکی معادل  $(K_e)$  در محیط‌های متخلخل استخراج شده است. جهت صحت‌سنجی معادلات استخراج شده از اطلاعات آزمایشگاهی تحقیقات قبلی استفاده شد. همچنین مقادیر  $N$  با استفاده از رگرسیون غیر خطی محاسبه و با  $N$  محاسباتی مورد مقایسه قرار گرفت. مقایسه نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که در مجاورت مرزها (۲ و ۱)  $N$  مقادیر  $N$  محاسبه شده از دقت بالایی برخوردارند و با فاصله گرفتن از مرزها از دقت نتایج کاسته می‌گردد.

**واژه‌های کلیدی:** ضرایب جریان غیر داری، رابطه ارگون، تلاطم، هدایت هیدرولیکی معادل

### مقدمه

سرریزهایی از سدهای پاره‌سنگی تأخیری استفاده کرد، بویژه در مناطقی که از تجهیزات و مصالح ساختمانی فاصله زیادی داشته و امکان انتقال تجهیزات به آن مناطق بسیار مشکل بوده و یا اینکه به دلیل وقوع سیل‌های متعدد احداث یک سرریز بتنی امکان پذیر نباشد. همچنین در مناطقی که مصالح سنگریزه‌ای به وفور یافت می‌شود، گزینه سدهای پاره‌سنگی نسبت به سدهای بتنی می‌تواند به مقدار قابل توجهی اقتصادی باشد (۱۳). بعضی از این سدها به منظور جلوگیری از تراوش و ذخیره آب و انواع دیگر سدهای پاره‌سنگی به منظور کنترل سیلاب و تأخیر در سیل ساخته شده‌اند (۳). در نوع اول جهت جلوگیری از نشت، حداقل ارتفاع ذخیره مخزن در شیب بالادست را با استفاده از مواد نشت ناپذیر می‌پوشانند و یا اینکه در داخل سد از یک لایه غیرقابل نفوذ استفاده می‌کنند (۱۴). در مورد سدهای پاره‌سنگی تأخیری به جریان اجازه داده می‌شود تا از میان سنگریزه‌ها و یا حتی در بعضی اوقات از روی قسمت متخلخل عبور کند. هدف اصلی از احداث این سدها کاهش دبی پیک سیلاب می‌باشد. تغییر در شکل هیدروگراف (کاهش دبی پیک و توزیع بیشتر حجم جریان نسبت به زمان) که توسط چنین سدهایی ایجاد می‌شود،

کنترل سیلاب، ذخیره آب و تهیه برق معمولاً مستلزم ساخت سدها و ساختارهای فرعی آن می‌باشد. یکی از مهمترین و در عین حال گرانترین قسمت یک سد، سرریز<sup>۴</sup> آن است. انواع سرریزها را می‌توان به سرریزهای اوجی<sup>۵</sup>، زیرگذر<sup>۶</sup> و سیفونی<sup>۷</sup> تقسیم‌بندی کرد. هزینه طراحی و ساخت این سرریزها آن قدر زیاد است که در اکثر موارد قسمت اعظم هزینه ساخت سد را به خود اختصاص می‌دهند (۱۴). در طرح‌های آبی کوچک می‌توان به جای ساخت چنین

۱- دانشجوی دکتری عمران، دانشگاه دالهوری کانادا  
۲و۳- به ترتیب دانشجوی دکتری سازه‌های آبی و دانشیار دانشکده مهندسی علوم آب، دانشگاه شهید چمران اهواز  
\* - نویسنده مسئول (Email: zahiri1983@gmail.com)

- 4- Spillway
- 5- Ogee Spillway
- 6- Shaft Spillway
- 7- Siphon Spillway

خاکریزها و سدهای سنگریزه‌ای<sup>۱</sup> از قانون داری تبیت نکرده و می-بایستی برای بررسی شرایط جریان از معادلات غیر داری استفاده کرد. همچنین مک کور کودیل و همکاران معیار زیر را جهت جریانهای غیر داری معرفی نمودند (به نقل از (۱۰)).

$$R_e = \frac{Vm}{n\nu} \quad (۱)$$

بدین صورت که اگر  $R_e > 500$  باشد جریان آشفته کامل خواهد بود که  $R_e$  عدد رینولدز خلل و فرج،  $V$  سرعت جریان،  $m$  شعاع متوسط هیدرولیکی،  $n$  تخلخل و  $\nu$  لزوجت کینماتیکی مایع است. جهت محاسبه دبی عبوری از میان و روی ساختارهای سنگریزه‌ای لازم است که رابطه بین سرعت و گرادیان هیدرولیکی مشخص باشد. جهت بیان رابطه بین سرعت و گرادیان هیدرولیکی در جریان غیرداری از دو نوع معادله کلی استفاده می‌شود. رابطه اول که توانی<sup>۲</sup> بوده و توسط فورشه‌ایمر در سال ۱۹۰۱ ارائه شد بصورت زیر می‌باشد (به نقل از (۱۵)):

$$i = rV + sV^2 \quad (۲)$$

$i$  گرادیان هیدرولیکی،  $V$  سرعت جریان عبوری و  $r$  و  $s$  ضرایب ثابت بوده که تابع مشخصات محیط سنگریزه‌ای می‌باشند. دانه‌بندی یکی از ویژگیهای محیطهای سنگریزه‌ای است که بیشترین تأثیر را بر شکل و آرایش نشت آب دارد (۷). وارد (۱۹۶۴) با فرض  $i = aq + bq^2$  که  $q$  بیانگر دبی مخصوص بوده و معرف مساحتی است که عمود بر جهت جریان قرار دارد، مقادیر زیر را جهت ضرایب  $a$  و  $b$  با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی استخراج نمود (به نقل از (۱۵)):

$$a = \frac{v}{gk} \quad (۳)$$

$$b = \frac{c_w}{g\sqrt{k}} \quad (۴)$$

که  $g$  شتاب ثقل،  $k$  نفوذپذیری ذاتی که واحد آن توان دوم طول بوده و  $c_w$  مقدار ثابتی است که به ویژگیهای محیط متخلخل از قبیل اندازه، شکل و تخلخل بستگی دارد (۱۵). معادله دوم معادله‌ای نمایی<sup>۳</sup> بوده و احتمالاً پرونی در سال ۱۸۰۴ آن را بدست آورده ولی توسط جاگر در سال ۱۹۵۶ گزارش شد و بصورت زیر می‌باشد (به نقل از (۱۲)):

می‌تواند حجم جریان مفید ورودی به توربینها را در سدهای پایین دست افزایش دهد. علاوه بر این بر اثر کاهش دبی پیک سیلاب می‌توان میزان فرسایش و خسارات وارده به پایین دست را کاهش داد (۱۰). کنترل سیلاب با استفاده از این گونه سدها مستلزم طراحی صحیح هیدرولیکی آنهاست و خود این طراحی هم نیازمند شناخت اصول حاکم بر جریان درون محیط درشت دانه این سدها است. از طرفی بعلا اینکه در جریانهای سیلابی برخی مواقع جریانی بیشتر از سیلاب طراحی رخ می‌دهد که باعث سرریز آن از روی سد می‌شود، با ترکیب جریان درون‌گذر و روگذر و اثر متقابل دو بخش جریان برهمدیگر، درجه پیچیدگی این پدیده بشدت افزایش می‌یابد (۲). بر همین اساس مطالعات گسترده‌ای در زمینه هیدرولیک جریان در چنین محیطهایی صورت گرفته و هم اکنون نیز در حال انجام است. نتیجه این مطالعات ارائه روابطی است که از طریق آن بتوان هیدرولیک جریان در محیطهای متخلخل را شبیه‌سازی نمود. از جمله این محققین می‌توان به ارگون (۸)، ویلکینز (۱۹۵۶)، مک کور کودیل (۱۹۷۸)، استفنسون (۱۹۷۹)، ریچلت (۱۹۹۰) و مارتینس (۱۹۹۰) اشاره کرد. جهت حل کلیه معادلات فوق نیاز به استفاده از روش‌های پیچیده ریاضی و تحلیلی بوده که از میان تمامی معادلات ارائه شده معادله ارگون (۸) به دلیل شکل نسبتاً ساده و دقت مناسب بیشتر از معادلات دیگر مورد توجه بوده و بسیاری از معادلات دیگر شکل تغییر یافته معادله ارگون به حساب می‌آیند. بر همین اساس در این تحقیق از معادله ارگون استفاده شده و با استفاده از روش‌های ریاضی، معادلاتی جهت محاسبه پارامترهای موثر بر جریانهای غیرداری استخراج شده است. در نهایت نیز روابطی جهت محاسبه هدایت هیدرولیکی معادل ارائه شده که با استفاده از آن می‌توان میزان دبی خروجی از این گونه محیطها را برآورد نمود.

### مبانی نظری جریانهای غیر داری

داری در سال ۱۸۵۶ موفق شد ضمن انجام آزمایشهایی که در لایه‌ای از شن صورت می‌گرفت، نشان دهد که اولاً شدت جریان نسبت مستقیم با اختلاف پتانسیل در دو سر نمونه اشباع شده و ثانیاً با طول نمونه نسبت معکوس دارد. در استخراج قانون داری نکاتی وجود دارد که بایستی مورد توجه قرار گیرند. اول اینکه حجم خاک یا محیط متخلخل نسبت به ابعاد و احجام خلل و فرج خاک بایستی قابل توجه باشد تا بتوان آن را یک محیط یکنواخت قلمداد کرد. نکته دوم اینکه سرعت جریان بایستی به قدر کافی آرام باشد و برای تعیین آن از عدد رینولدز که کمیت بدون بعدی به شرح زیر است استفاده می‌شود. آزمایشهای مختلف نشان داده است که قانون داری هنگامی صادق خواهد بود که عدد رینولدز بزرگتر از واحد نشود (۱). بر همین اساس جریان در محیطهای متخلخل درشت‌دانه از قبیل

1- Rockfill Dam  
2- Polynomial  
3- Exponential

باشند (۸). در جدول (۱) شش معادله مختلف مربوط به جریان غیرداری آورده شده است. در این جدول  $d$  قطر ذرات،  $W$  ضریب تجربی ثابت،  $\lambda$  بصورت تابعی از ضریب اصطکاک داری-ویسباخ،  $K_s$  ضریب ثابت استفسون،  $M$  تابعی از قطر ذرات،  $C_U$  ضریب یکنواختی ذرات،  $K_M$  ضریب تجربی مارتینس و  $e$  درجه تخلخل می-باشد. ستون "طبقه‌بندی توربولانت" نشان‌دهنده مناسب بودن هر معادله در تالطم‌های مختلف است، بدین معنی که عدد ۱ نشان‌دهنده مناسب بودن معادله در حالت توربولانت کامل، عدد ۲ حالت متمایل به توربولانت کامل و عدد ۳ معرف انطباق‌پذیری خودکار معادله با درجه توربولانت است. این معادلات دارای این مزیت هستند که می‌توانند خود را با رژیم جریان تنظیم کنند. با توجه به توضیحات فوق و جدول (۱) معادله ارگون می‌تواند جهت شبیه‌سازی جریان خروجی از محیط‌های متخلخل سنگریزه‌ای مناسب باشد (۱۰).

$$i = \alpha V^N \quad (5)$$

$N$  و  $\alpha$  در معادله فوق به مشخصات جریان، محیط متخلخل و خصوصیات سیال بستگی دارند (۱۲). مقدار  $N$  بین ۱ (جریان ورقه‌ای داری) و ۲ (جریان آشفته کامل) تغییر می‌کند (۴). بردیر و زیمر (۶) با توجه به آزمایشاتی که بر روی پنج نوع مواد درشت دانه مختلف انجام دادند، مقادیر  $1/3$  تا  $1/9$  را برای  $N$  بدست آوردند. ارگون (۸) نشان داد که کاهش فشار در نتیجه کاهش همزمان انرژی جنبشی و انرژی لزوجتی حاصل می‌گردد. بر همین اساس معادله‌ای پیشنهاد داد که می‌تواند با دقت خوبی برای جریانهای غیر داری مورد استفاده قرار گیرد. این معادله از نقطه نظر وابستگی به میزان دبی جریان، مشخصات سیال، حجم خلل و فرج، شکل، اندازه و سطح ذرات جامد مورد بررسی قرار گرفته و نتایج آزمایشگاهی حاکی از دقت بالای این معادله در جریانهای عبوری از محیط‌های متخلخل سنگریزه‌ای می-

جدول ۱- معادلات مختلف جریان غیرداری

معادله جریان غیر داری	موارد استفاده	طبقه‌بندی توربولانت	معادله گرادیان هیدرولیکی
ارگون (۱۹۵۲)	اشکال کروی تا اشکال مصنوعی بی‌قاعده	۳	$i = \left(\frac{1-n}{n^3}\right) \left[ \frac{150v(1-n)}{gd^2} V + \frac{1.75}{gd} V^2 \right]$
ویلیکینز (۱۹۵۶)	بازالت ترکدار	۲	$i = \frac{1}{m^{0.93}} \left( \frac{V}{Wn} \right)^{1.85}$
بورسما و همکاران (۱۹۷۳)	دانه‌های شیشه‌ای	۱-۲	$i = \left( \frac{Q}{KA} \right)^n, n = \left( \frac{1}{1 - \exp(-1.32r^{0.31})} \right)$
مک کورکودیل (۱۹۷۸)	اشکال کروی تا سنگهای شکسته	۳	$i = \left( \frac{70v}{gnm^2} \right) V + \left( \frac{0.54\lambda}{gn^{0.5}m} \right) V^2$
استفسون (۱۹۷۹)	سنگهای زیر	۱	$i = \frac{K_s}{gdn^2} V^2$
ارگون-ریچلت (۱۹۹۰)	اشکال کروی	۳	$i = \left(\frac{1-n}{n^3}\right) \left[ \frac{214M^2v(1-n)}{gd^2} V + \frac{1.57M}{gd} V^2 \right]$
مارتینس (۱۹۹۰)	سنگهای صاف تا زیر	۱	$i = \frac{C_U^{2\alpha}}{2n^2 K_M^2 ged} V^2$

**مواد و روش ها**

را جهت محاسبه  $\alpha$  و  $N$  بکار برد. بر اساس این روش می توان نوشت

$$S = \sum_{j=1}^J e_j^2 = \sum_{j=1}^J (\alpha V_j^N - rV_j - sV_j^2)^2 \quad (9)$$

یا به صورت تابع انتگرالی می توان نوشت:

$$S = \int_{V_{min}}^{V_{max}} [e(V)]^2 dV \quad (10)$$

$$e(V) = \alpha V_j^N - rV_j - sV_j^2 \quad (11)$$

که در آن:  $e_j =$  باقیمانده،  $S =$  مجموع مربع باقیمانده ها می باشد. در این روش با به حداقل رساندن مجموع مربع باقیمانده ها میزان  $\alpha$  و  $N$  تخمین زده می شود. به همین دلیل جهت برآورد  $N$  و  $\alpha$ ، مشتق  $S$  نسبت به  $r$  و  $s$  محاسبه و معادل صفر فرض می شود. پس می توان نوشت:

$$\frac{\partial S}{\partial r} = 0 \Rightarrow \frac{\alpha}{N+2} (V_{max}^{N+2} - V_{min}^{N+2}) = \frac{r}{3} (V_{max}^3 - V_{min}^3) + \frac{s}{4} (V_{max}^4 - V_{min}^4) \quad (12)$$

$$\frac{\partial S}{\partial s} = 0 \Rightarrow \frac{\alpha}{N+3} (V_{max}^{N+3} - V_{min}^{N+3}) = \frac{r}{4} (V_{max}^4 - V_{min}^4) + \frac{s}{5} (V_{max}^5 - V_{min}^5) \quad (13)$$

$$\frac{\alpha}{N+2} (V_{max}^{N+2} - V_{min}^{N+2}) = \frac{Av(1-n)^2}{3gd^2n^3} (V_{max}^3 - V_{min}^3) + \frac{B(1-n)}{4gdn^3} (V_{max}^4 - V_{min}^4) \quad (14)$$

9

$$\frac{\alpha}{N+3} (V_{max}^{N+3} - V_{min}^{N+3}) = \frac{Av(1-n)^2}{4gd^2n^3} (V_{max}^4 - V_{min}^4) + \frac{B(1-n)}{5gdn^3} (V_{max}^5 - V_{min}^5) \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{Av(1-n)^2}{gd^2n^3} \\ \frac{B(1-n)}{gdn^3} \end{bmatrix} = \alpha \begin{bmatrix} \frac{1}{N+2} \\ \frac{1}{N+3} \end{bmatrix} \quad (18)$$

و در نهایت با حل معادله ماتریسی فوق مقادیر زیر برای  $N$  و  $\alpha$  بدست می آیند.

$$N = \frac{5r + 6s}{5r + 3s} = \frac{5Av(1-n) + 6dB}{5Av(1-n) + 3dB} \quad (19)$$

9

همانگونه که اشاره شد ارگون کاهش فشار را نتیجه کاهش همزمان انرژی لزوجتی و انرژی کینماتیکی فرض کرد. بر این اساس معادله پیشنهادی او (معادله (۶)) از دو بخش تشکیل شده که بخش اول آن مربوط به کاهش انرژی لزوجتی و بخش دوم آن نشان دهنده افت انرژی کینماتیکی است (۸).

$$i = \left[ \frac{Av(1-n)^2}{gd^2n^3} V + \frac{B(1-n)}{gdn^3} V^2 \right] \quad (6)$$

که در آن ضرایب  $A=150$  و  $B=1/75$  می باشند. از آنجا که جریان در محیط های سنگریزه ای دارای اعداد رینولدز بالایی است، با مقایسه معادلات (۶) و (۲) می توان نوشت:

$$r = \frac{Av(1-n)^2}{gd^2n^3} \quad (7)$$

$$s = \frac{B(1-n)}{gdn^3} \quad (8)$$

با داشتن  $r$  و  $s$  از رابطه ارگون می توان روش جورج و هانسن (۹)

همچنین جورج و هانسن بر اساس تحقیقات قبلی صورت گرفته برای  $V_{min}$  و  $V_{max}$  به ترتیب مقادیر ۰ و ۱ را در نظر گرفتند. بر این اساس می توان نوشت:

$$\frac{\alpha}{N+2} = \frac{Av(1-n)^2}{3gd^2n^3} + \frac{B(1-n)}{4gdn^3} \quad (16)$$

9

$$\frac{\alpha}{N+3} = \frac{Av(1-n)^2}{4gd^2n^3} + \frac{B(1-n)}{5gdn^3} \quad (17)$$

$$\psi = -\frac{3Bd}{5Av(1-n) + 6Bd} \quad (27)$$

با توجه به معادلات بدست آمده و با داشتن گرادیان هیدرولیکی در یک محیط متخلخل می‌توان به راحتی میزان سرعت و دبی عبوری از محیط‌های متخلخل سنگریزه‌ای را بدست آورد.

### نتایج و بحث

جهت صحت‌سنجی رابطه بدست آمده و مقایسه آن با روابط موجود از داده‌های آزمایشگاهی مربوط به هانسن و همکاران (۱۰) که در آزمایشگاه هیدرولیک دانشگاه اوتاوا بدست آمده است، استفاده گردید. هانسن برای بدست آوردن داده‌های خود از یک ستون شیشه‌ای که داخل آن را با سنگهای آهک به اندازه ۲۵/۲ میلیمتر پر کرده بود استفاده کرد. از دیگر مشخصات این آزمایش می‌توان به تخلخل ۰/۴۷ محیط درون ستون شیشه‌ای و دمای آب ۲۴/۲ درجه سانتیگراد اشاره کرد. نتایج مربوط به داده‌های مشاهده شده و روابط مختلف در شکل (۱) ارائه شده است. با توجه به شکل (۱) رابطه ویلکینز و رابطه ارائه شده در این تحقیق از دقت بهتری نسبت به بقیه روابط برخوردار هستند. هانسن و همکاران (۱۰) میزان  $N$  در این آزمایشات را با استفاده از رگرسیون غیرخطی داده‌های واقعی برابر با ۱/۸۸ محاسبه کردند. مقدار  $N$  در این آزمایشات با استفاده از معادله (۱۹) برابر با ۱/۹۴۷ محاسبه شد که نشان دهنده دقت نسبتاً بالای این رابطه می‌باشد.

برای مقایسه روابط استفاده شده از آنالیزهای آماری ساده استفاده شده است. نتایج این آنالیزها در جدول (۲) آورده شده است. با توجه به جدول (۲) رابطه جدید (روابط (۱۹) و (۲۰) جایگذاری شده در رابطه (۵)) به خوبی توانسته است گرادیان هیدرولیکی را محاسبه کند. هرچند که رابطه ویلکینز نیز از دقت بالایی برخوردار است. در ادامه‌ی صحت‌سنجی روابط بدست آمده از یک مثال استاندارد استفاده شد. این مثال توسط هانسن (۹) مطرح گردید. در این مثال برای یک محیط متخلخل سنگریزه‌ای با مشخصات معین، مقادیر فرضی جهت سرعت انتخاب شده و از پنج مقدار متفاوت برای  $N$  استفاده گردید (۲ و ۱/۸۵، ۱/۵، ۱/۸۵ و ۱/۱۵،  $N=1$ ) که این مقادیر از طریق رگرسیون غیرخطی با معادله ارگون (۸) محاسبه گردیدند. همچنین جهت مقایسه نتایج با مقدار دقیق از روابط استخراج شده (روابط (۱۹) و (۲۰)) مقادیر  $\alpha$  و  $N$  محاسبه گردید. با داشتن سرعت‌های فرضی جهت مقایسه بهتر نتایج بدست آمده، مقادیر گرادیان هیدرولیکی با استفاده از رگرسیون غیرخطی معادله ارگون (۸)، معادله  $i = \alpha V^N$  (با جایگذاری روابط (۱۹) و (۲۰) در رابطه (۵)) و معادله مربوط به هدایت هیدرولیکی معادل (با قرار دادن روابط (۲۶) و (۲۷) در رابطه (۳۱) و (۳۳)) محاسبه گردید. نتایج حاصله به صورت لگاریتمی در شکل (۲) نشان داده شده است.

$$\alpha = \frac{(5r+4s)(4r+3s)}{20r+12s} = \frac{\left(\frac{1-n}{gdn^3}\right)\left(5\frac{Av(1-n)}{d}+4B\right)\left(4\frac{Av(1-n)}{d}+3B\right)}{20\frac{Av(1-n)}{d}+12B} \quad (20)$$

کلز (۱۱) اظهار می‌دارد همانگونه که استفاده از روش‌های خطی جهت حل مسایل غیر خطی به هیچ وجه غیر عادی نیست، می‌توان از فرمول دارسی (معادله (۲۱)) نیز جهت محاسبه دبی و سرعت در محیط‌های با توربولانت بالا استفاده کرد به شرط آنکه در این معادله به جای هدایت هیدرولیکی ( $K$ ) از هدایت هیدرولیکی معادل ( $K_e$ ) استفاده گردد. بر این اساس با توجه به قانون دارسی رابطه زیر حاصل خواهد شد:

$$V = K_e i \quad (21)$$

همچنین با بازآرایی معادله نمایی غیرداریسی ( $i = \alpha V^N$ ) می‌توان نوشت:

$$V = \left(\frac{i}{\alpha}\right)^{\frac{1}{N}} = \left(\frac{i^{\frac{1}{N}-1}}{\alpha^{\frac{1}{N}}}\right) i \quad (22)$$

با توجه به روابط (۲۱) و (۲۲) می‌توان رابطه زیر را برای هدایت هیدرولیکی معادل نوشت (۱۱):

$$K_e = \frac{i^{\frac{1}{N}-1}}{\alpha^{\frac{1}{N}}} = \omega i^\psi \quad (23)$$

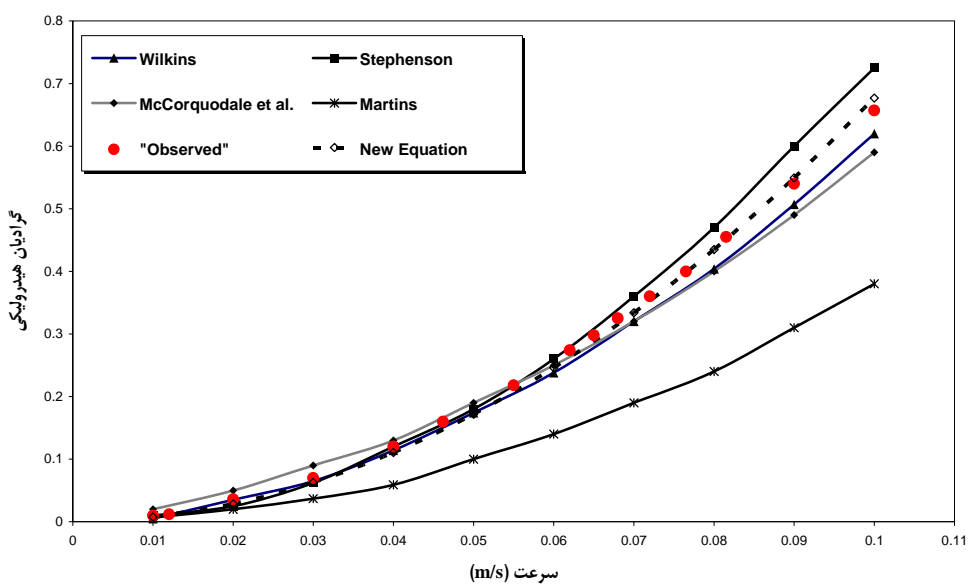
با توجه به معادله فوق می‌توان مقادیر زیر را برای  $\omega$  و  $\psi$  بدست آورد:

$$\omega = \frac{1}{\alpha^{\left(\frac{1}{N}\right)}} \quad (24)$$

$$\psi = \frac{1}{N} - 1 \quad (25)$$

و با جایگذاری مقادیر  $N$  و  $\alpha$  از معادلات (۱۹) و (۲۰) می‌توان روابط زیر را استخراج نمود:

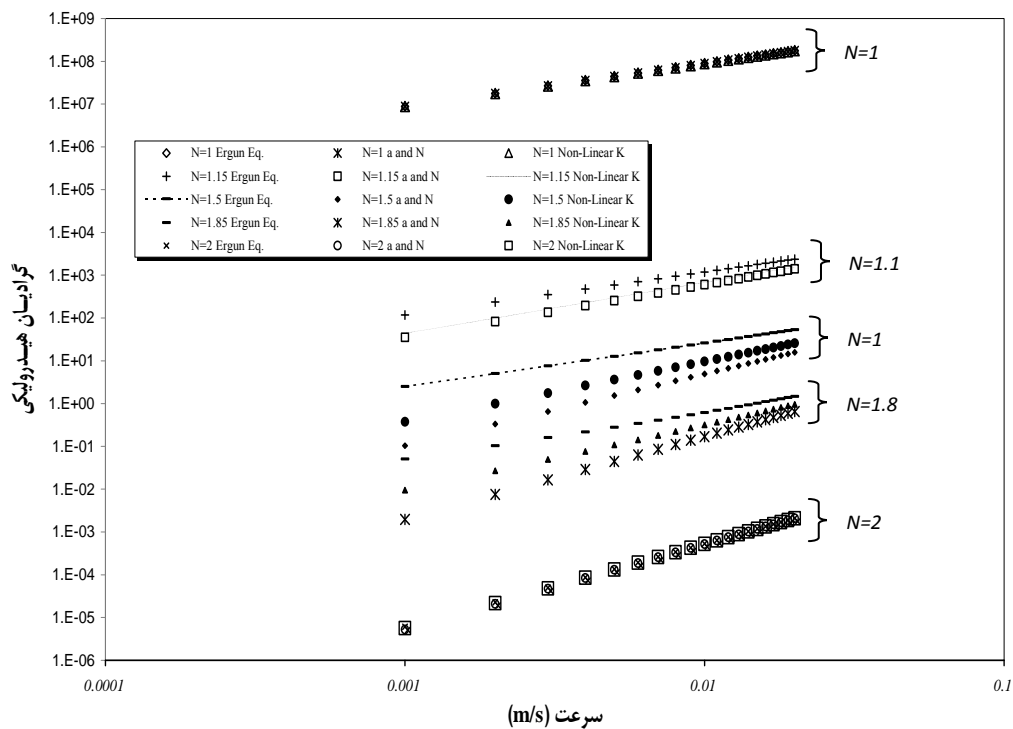
$$\omega = \left[ \frac{20\frac{Av(1-n)}{d}+12B}{\left(\frac{1-n}{gdn^3}\right)\left(5\frac{Av(1-n)}{d}+4B\right)\left(4\frac{Av(1-n)}{d}+3B\right)} \right]^{\frac{5Av(1-n)+3Bd}{5Av(1-n)+6Bd}} \quad (26)$$



شکل ۱- مقایسه گرادینان هیدرولیکی محاسبه شده با استفاده از روابط مختلف

جدول ۲ - تحلیل‌های آماری مربوط به روابط مختلف

Wilkins	Stephenson	McCorquodale et al.	Martins	New Equation (By Substituting Eq. 19 & 20 in Eq. 5)	پارامتر آماری
۱/۷۵	۲/۰۳	۲/۴۵	۱۱/۷۴	۰/۹۳	%Error
۰/۰۰۲	۰/۰۰۴	۰/۰۰۴	۰/۰۸۲	۰/۰۰۰۴	RMSE



شکل ۲- نمودار گرادینان هیدرولیکی محاسبه شده از روابط مختلف به ازای (N=۱، ۱٫۱۵، ۱٫۵، ۱٫۸۵ و ۲)

جدول ۳- اطلاعات مورد استفاده جهت صحت‌سنجی روابط استخراج شده

N محاسبه شده		N مورد انتظار	
مقدار خطا %	(با استفاده از جایگزینی روابط (۱۹) و (۲۰) در رابطه (۵))	(N محاسباتی با استفاده از رگرسیون غیر خطی معادله ارگون (۱۹۵۲))	قطر ذرات (mm)
۰/۱۰	۱/۰۰۱	۱/۰۰	$1/29 \times 10^{-7}$
۷/۲۲	۱/۲۳۳	۱/۱۵	$3/54 \times 10^{-5}$
۱۱/۷۳	۱/۶۷۶	۱/۵۰	$2/43 \times 10^{-4}$
۴/۷۰	۱/۹۳۷	۱/۸۵	$1/72 \times 10^{-3}$
۰/۰۵	۱/۹۹۹	۲/۰۰	$4/06 \times 10^{-1}$

معادله ارگون (۸) ارائه شده است. جهت صحت‌سنجی روابط ارائه شده از یک سری داده‌های آزمایشگاهی استفاده شد. نتایج مربوط به داده‌های آزمایشگاهی نشان دهنده دقت نسبتاً بالایی روابط ارائه شده می‌باشد. در ادامه‌ی صحت‌سنجی روابط استخراج شده از یک مثال استاندارد استفاده گردید که نتایج حاصل نشان می‌دهد در مجاورت مرزها (۲ و  $N=1$ ) روابط حاصله از دقت بسیار بالایی برخوردارند ولی با فاصله گرفتن از مرزها از دقت روابط کاسته می‌شود. لازم به ذکر می‌باشد که بیشترین خطا مربوط به حالت  $N=1/5$  می‌باشد. لذا توصیه می‌شود در شرایطی که جریان به سمت حالت ورقه‌ای و یا توربولانت کامل نزدیک می‌شود از این معادلات استفاده گردد. همچنین در ادامه روابطی جهت برآورد  $\omega$  و  $\nu$  (ضرایب هدایت هیدرولیکی معادل) بدست آمد که از طریق آن می‌توان هدایت هیدرولیکی معادل و در نتیجه سرعت و دبی عبوری از محیط‌های سنگریزه‌ای را محاسبه نمود.

براساس این نتایج مقادیر  $N$  بدست آمده در مرزها (۲ و  $N=1$ ) از دقت بسیار بالایی برخوردار بوده ولی با فاصله گرفتن از مقادیر مذکور از دقت آن کاسته شده به نحوی که در  $N=1/5$  کمترین دقت را داراست. بنابراین بهتر است از این معادله در شرایطی استفاده گردد که مقدار  $N$  نزدیک ۱ و یا ۲ باشد تا جوابهای حاصله از دقت بالایی برخوردار باشند. در این مثال میزان تخلخل  $n=0.375$ ، لزوجت کینماتیکی  $\nu=0.0000131$  و سرعت جریان  $V=0.001$  تا  $0.1$  متر بر ثانیه در نظر گرفته شده است. قطر ذرات و مقادیر خطا در جدول (۳) نشان داده شده است.

### نتیجه گیری

یکی از مهمترین پارامترهای موثر بر جریان در محیط‌های سنگریزه‌ای  $N$  می‌باشد که نشان‌دهنده توربولانت جریان بوده و معمولاً آن را از طریق داده‌های آزمایشگاهی محاسبه می‌کنند. در این تحقیق با استفاده از رابطه بین حالت نمایی و توانی گرادیان هیدرولیکی غیرداری روابطی برای محاسبه مقادیر  $N$  و  $\alpha$  از طریق

### منابع

- ۱- بایوردی م. ۱۳۷۲. اصول مهندسی آبیاری-جلد اول-روابط آب و خاک، انتشارات دانشگاه تهران، ص ۶۹۲.
- ۲- ریاحی مدوار، ح.، سامانی ج. م. و. و ایوب زاده س.ع. ۱۳۸۵. ضریب دبی جریان همزمان درون و روگذر غیرمستغرق در سدهای تاخیری پاره-سنگی، هفتمین سمینار بین‌المللی مهندسی رودخانه، بهمن ماه، دانشگاه شهید چمران اهواز.
- ۳- قادری ک.، سامانی ج. م. و. و عمادی ع. ۱۳۸۴. بررسی روابط مختلف تراوش غیر داری و مدل ریاضی محاسبه جریان در محیط‌های متخلخل مستغرق، پنجمین کنفرانس هیدرولیک ایران، آبان ماه، دانشگاه شهید باهنر کرمان.
- ۴- قاضی مرادی ا. و صانعی م. ۱۳۸۵. بررسی رابطه توزیع دانه بندی و نسبت دبی روگذر به دبی کل در سازه سنگدانه‌ای و پاره سنگی، هفتمین سمینار بین‌المللی مهندسی رودخانه، بهمن ماه، دانشگاه شهید چمران اهواز.
- 5- Boersma L., Lindstrom F.T., and Saxena S.K. 1973. Limitation of Darcy's law in glass bead porous media, Soil Science Society & America Proceedings, 37: 333-335
- 6- Bordier C., and Zimmer D. 2000. Drainage equations and non-Darcian modelling in coarse porous media or geosynthetic materials, Journal of Hydrology, 228: 174-187.
- 7- Chen Q., and Zhang L.M. 2006. Three-dimensional analysis of water infiltration into the Gouhou rockfill dam

- using saturated-unsaturated seepage theory, *Canadian Geotechnical Journal*, 43: 449-461.
- 8- Ergun S. 1952. Fluid flow through packed columns, *Chemical Engineering Progress*, 48, No. 2: 89-94.
  - 9- George, G.H., and Hansen D. 1992. Conversion between quadratic and power law for non-Darcy flow, *Journal of Hydraulic Engineering*, 118, No. 5: 792-797.
  - 10- Hansen D., Garga V. K., and Townsend D. R. 1995. Selection and application for a 1-dimensional non-Darcy flow equation for 2-dimensional flow through rockfill embankments. *Can. Geotech. J.*, 32: 223-232.
  - 11- Kells J. A. 1994. Spatially varied flow over rockfill embankments, *Canadian Journal of Civil Engineering*, 21, No. 1: 163-166
  - 12- Li B., Garga V.K., and Davies M.H. 1998. Relationships for non-Darcy flow in rockfill, *Journal of Hydraulic Engineering*, 124, No. 2: 206-212.
  - 13- Samani H. M. V., Samani J. M. V., and Shaiannejad M. 2003. Reservoir routing using steady and unsteady flow through rockfill dams, *Journal of Hydraulic Engineering*, 129, No. 6: 448-454.
  - 14- Townsend D.R., Garga V.K., and Hansen D. 1991. Finite difference modelling of the variation in piezometric head within a rockfill embankment, *Canadian Journal of Civil Engineering*, 18, No. 2: 254-263.
  - 15- Venkataraman P. and Rama Mohan Rao P. 2000. Validation of Forchheimer's law for flow through porous media with converging boundaries, *Journal of Hydraulic Engineering*, 126, No. 1: 63-71.



## Presenting Some Equations for Calculating the Non-Darcy Flow Coefficients in Rockfills

A. Roshanfekar<sup>1</sup> - J. Zahiri<sup>2\*</sup> - S.M. Kashefipour<sup>3</sup>

Received: 6-8-2009

Accepted: 28-8-2010

### Abstract

Rockfill dams are usually used for affecting the flood and reducing the peak discharge. The materials used in these dams will usually make the flow turbulent, therefore Darcy's law can not be used for this kind of dams and the equations based on the non-Darcy flow must be applied. Non-Darcy flow equations are showed in two general ways including:  $i = \alpha V^N$  and  $i = rV + sV^2$ . One of the main parameters for flow simulation through this type of media is  $N$ , which can be specified empirically using experimental data.  $N$  is a parameter for flow turbulence and varies from 1 (laminar flow) to 2 (fully turbulent flow). One of the problems with some of non-Darcy equations (e.g. Ergun) is that they can not compute  $\alpha$  and  $N$  directly. In this research using the Ergun equation and mathematical analysis, a few equations have been derived and presented for computing  $N$  and  $\alpha$  and finally a new equation has been presented for the equivalent hydraulic conductivity ( $K_e$ ) coefficients in porous media. A standard example was used for the verification of the resulting equations. Some values were assumed for the soil properties and the value of  $N$ ,  $\alpha$  were computed using the proposed equations in this research study.  $N$  was also specified using a non-linear regression analysis and was compared with the corresponding values obtained from the proposed equations. Comparison of the both sets of results showed that the computed  $N$  values are relatively precise especially for the boundaries ( $N=1$  and  $2$ ).

**Keywords:** Non-Darcy flow coefficient, Ergun equation, Turbulence, Equivalent hydraulic conductivity

---

1- PhD Student of Civil Engineering, Dalhousie University, Canada

2,3- PhD Student of Hydraulic Structures and Associate Professor of Water Sciences Engineering Faculty, Shahid Chamran University of Ahwaz, respectively

(\*- Corresponding author Email: zahiri1983@gmail.com)